

التاريخ: 2023/03/09

المدة: ساعتين ونصف

المادة: رياضيات

المستوى: 2 ع ت

اختبار الفصل الثاني

التمرين الأول: (05 قاط)

كيس يحتوي على ثلاث كرات حمراء مرقمة بـ: $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2}$. وكرتين خضراوين مرقمتين بـ: 0 , π .
 ن سحب عشوائيا كرتين على التوالي من الكيس مع إرجاع الكرة الأولى المسحوبة قبل سحب الثانية.
I. مثل هذه التجربة بمخطط مناسب. ثم احسب احتمال الحوادث التالية:

A : "سحب كرتين تحملان نفس الرقم". B : "سحب كرتين جداء رقميهما معدوم".

C : "سحب كرتين إحداهما على الأقل تحمل رقما هو حل للمعادلة $\sin(\) = 0$ ".

II. ليكن α و β العددين الظاهرين على الكرتين المسحوبتين، نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب لكرتين، العدد $\cos(\alpha) \times \cos(\beta)$.

1. بين أن مجموعة القيم الممكنة لـ X هي: $\left\{-1; -\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1\right\}$.

2. عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم بين أن $E(X) = \frac{1}{100}$.

III. نضع الكرات الحمراء في كيس U_1 ، والكرات الخضراء في كيس آخر U_2 ، ن سحب في آن واحد كرة من U_1 و كرة من U_2 ، ما هو احتمال سحب كرتين جداء رقميهما سالب تماما ؟

التمرين الثاني: (06 قاط)

في معلم متعامد ومتجانس. نعتبر النقط $A(-2;0)$ ، $B(2;3)$ ، $C(1;m)$ و $D(3;4)$ ، m عدد حقيقي. ولتكن النقطة G المعرفة بالعلاقة $\overline{GB} = \overline{AD}$. ولتكن النقطة I منتصف القطعة $[AB]$.

1. بين أن النقطة G مرجح للجملة المثقلة $\{(A,1), (B,1), (D,-1)\}$ ، احسب إحداثيات G و I .

2. عين (E_1) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $2\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD}\|$.

3. عين قيم m في كل حالة من الحالات التالية:

(أ) A ، B و C على استقامة واحدة. (ب) $ABCD$ متوازي أضلاع.

(ج) ABC مثلث قائم في A . (د) ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A .

(هـ) المجموعة (E_2) للنقط M من المستوي التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\|$ هي

دائرة مركزها G ونصف قطرها 3.

4. أنشئ النقط A ، B ، D ، I و G . ثم أنشئ (E_1) و (E_2) .

التمرين الثالث: (09 قاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 8}{2x + 4}$. (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1. احسب النهايات عند حدود مجالي تعريف الدالة f .

2. عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-2\}$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$.

3. بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل (Δ) معادلته $y = \frac{1}{2}x + 1$.

4. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب (Δ) .

5. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-2\}$ فإن: $f'(x) = \frac{x^2 + 4x}{2(x+2)^2}$.

6. ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

7. بين أن (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) ميل كل منهما يساوي $\frac{-3}{2}$ ، يطلب كتابة معادلة لكل منهما.

8. عين نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين ثم بين أنها مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

9. ارسم (Δ) ، (T_1) ، (T_2) و (C_f) .

10. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $x^2 + x(4 - 2m) + 8 - 4 = 0$.

11. عين قيم العدد الحقيقي λ حتى تقبل المعادلة $f(x) = 4\cos(\lambda)$ حلاً مضاعفاً.

Ecole Erradja wa Tafaouk

من إعداد: الأستاذ بن مسعود

ECOLE PRIVÉE

المتميزين الأول:

$\alpha \backslash \theta$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	0	π
$-\frac{\pi}{2}$	$(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$	$(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$	$(\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3})$	$(\frac{\pi}{2}, 0)$	$(\frac{\pi}{2}, \pi)$
$\frac{\pi}{2}$	$(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$	$(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$	$(\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3})$	$(\frac{\pi}{2}, 0)$	$(\frac{\pi}{2}, \pi)$
$\frac{2\pi}{3}$	$(\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3})$	$(\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$	$(\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3})$	$(\frac{2\pi}{3}, 0)$	$(\frac{2\pi}{3}, \pi)$
0	$(0, \frac{\pi}{2})$	$(0, \frac{\pi}{2})$	$(0, \frac{2\pi}{3})$	$(0, 0)$	$(0, \pi)$
π	$(\pi, \frac{\pi}{2})$	$(\pi, \frac{\pi}{2})$	$(\pi, \frac{2\pi}{3})$	$(\pi, 0)$	(π, π)

$$P(C) = \frac{16}{25}, P(B) = \frac{9}{25}, P(A) = \frac{9}{25} = \frac{1}{5}$$

نأخذ قيم المتغير العشوائي في الجدول التالي:

$\alpha \backslash B$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	0	π
$-\frac{\pi}{2}$	0	0	0	0	0
$\frac{\pi}{2}$	0	0	0	0	0
$\frac{2\pi}{3}$	0	0	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
0	0	0	$-\frac{1}{2}$	1	-1
π	0	0	$\frac{1}{2}$	-1	1

ومن غايان $X \in \{-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1\}$

$$P(X = -\frac{1}{4}) = \frac{1}{25}, P(X = 0) = \frac{16}{25}, P(X = -\frac{1}{2}) = \frac{2}{25}, P(X = -1) = \frac{2}{25}$$

$$P(X = 1) = \frac{2}{25}, P(X = \frac{1}{2}) = \frac{2}{25}$$

X_i	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1
$P(X = X_i)$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{16}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$

$$E(X) = -1 \times \frac{2}{25} - \frac{1}{2} \times \frac{2}{25} + 0 \times \frac{16}{25} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{25} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{25} + 1 \times \frac{2}{25}$$

$$E(X) = \frac{1}{100}$$

$U_2 \backslash U_1$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$
0	0	0	0
π	$-\frac{\pi^2}{2}$	$\frac{\pi^2}{2}$	$\frac{2\pi^2}{3}$

احتمال سحب كرتين هما
سواء هو $\frac{1}{6}$

المتميزين الثاني:

$$\vec{GB} = \vec{AD} \Rightarrow \vec{GB} = \vec{AD} \text{ أي } \vec{GB} = \vec{AD}$$

$$\vec{CA} + \vec{GB} - \vec{GD} = \vec{0} \Rightarrow \vec{GB} = \vec{AG} - \vec{GD} = \vec{AD}$$

نأخذ 6 مخرج النقط: $\{(A, 4), (B, 1), (D, -1)\}$

نأخذ $G(3, 7)$ أي $I(0, \frac{9}{4})$

$$2 \|\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MD}\| = \|\vec{MA} + \vec{MB}\|$$

أي $MG = 2MI$

ومن $MG = MI$

(E1) في شقي محور القطعة [GI]

(P) $\vec{AB}$ مرتبطان خطياً

$$9 - 4m = 0$$

$$m = \frac{9}{4}$$

نأخذ

$\vec{AB} = \vec{DC}$

$m = -1$ أي $m + 4 = 3$, $\vec{DC} = \begin{pmatrix} 4 \\ m+4 \end{pmatrix}$, $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$

(2) $BC^2 = AB^2 + AC^2$ أي $1 + (m-3)^2 = 25 + 9 + m^2$

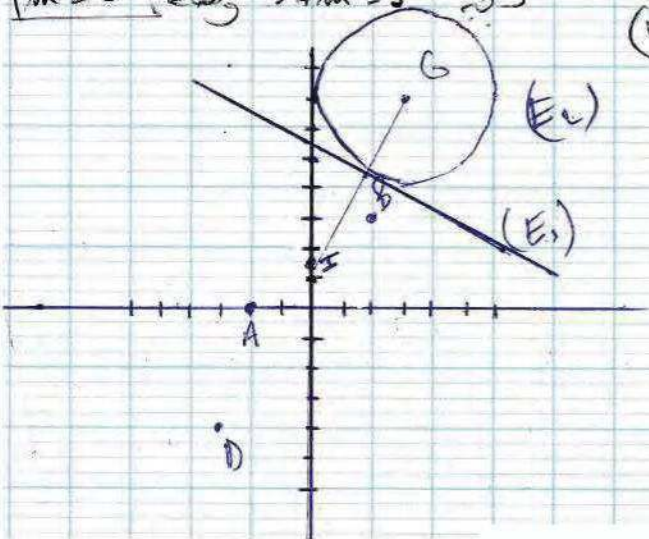
نأخذ $m = -4$ أي $1 - 6m = 25$

(3) $AB = AC$ أي $5 = \sqrt{9 + m^2}$

نأخذ $m = -4$ أو $m = 4$ أي $m^2 = 16$

(4) $MG = 3$ أي $MG = AC$

نأخذ $m = 0$ أي $9 + m^2 = 9$



$$\frac{x(x+4)}{2(x^2+4x+4)} = \frac{-3}{2}$$

$$f'(x) = \frac{-3}{2} \quad (7)$$

$$x^2 + 4x = -3x^2 - 12x + 12$$

$$4x^2 + 16x + 12 = 0 \quad ; \quad \Delta$$

$$x_2 = -3 \quad \text{و} \quad x_1 = -1 \quad \text{نقط}$$

$$(T_1): y = f'(-3)(x+3) + f(-3) \quad (T_2): y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$$

$$(T_1): y = \frac{-3}{2}(x+3) - \frac{5}{2} \quad (T_2): y = \frac{-3}{2}(x+1) + \frac{5}{2}$$

$$(T_1): y = -\frac{3}{2}x - 7 \quad (T_2): y = -\frac{3}{2}x + 1$$

$$d(-2,0) \quad \text{نقطه التقاطع} \quad \begin{cases} x = -2 \\ y = \frac{1}{2}x + 1 \end{cases} \quad (8)$$

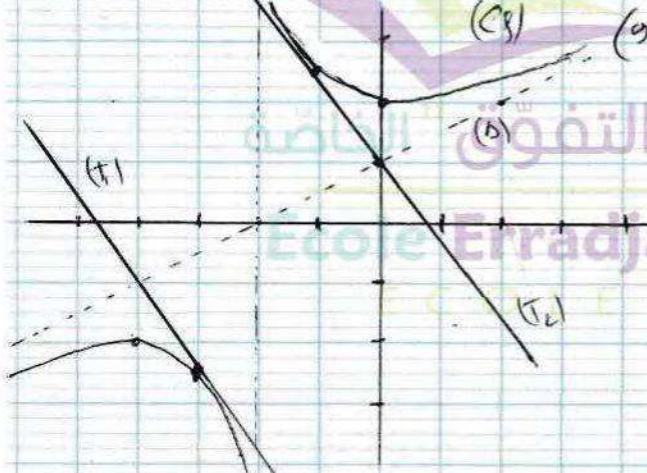
$$-x+2, \quad x \neq -2 \quad \text{أي} \quad x \in D \quad \text{من أجل} \quad (-4-x) \in D \quad \text{أي} \quad -4-x \neq -2$$

$$f(-4-x) + f(x) = 0 \quad \text{أي} \quad \text{نقطة أن}$$

$$f(-4-x) + f(x) = \frac{1}{2}(-4-x) + 1 + \frac{2}{-4-x+2} + \frac{1}{2}x + 1 + \frac{2}{x+2}$$

$$= -2 - \frac{1}{2}x + 1 + \frac{2}{-x-2} + \frac{1}{2}x + 1 + \frac{2}{x+2} = 0 \quad \text{(معتق)}$$

$$(9) \quad \text{و} \quad d(-2,0) \quad \text{مركز تناظر لـ} \quad (10)$$



$$x^2 + x(4-2m) + 8 - 4m = 0$$

$$x^2 + 4x + 8 = 2mx - 4m$$

$$f(x) = m$$

$$y = m \quad \text{مستقيمة أفقية} \quad \text{تقاطعها مع المحاور}$$

$$m \in]-\infty, -2[\quad \text{لا يوجد تقاطع}$$

$$m = -2 \quad \text{لمس واحد في} \quad x = -2$$

$$m \in]-2, 2[\quad \text{تقاطع واحد}$$

$$m \in]2, +\infty[\quad \text{تقاطعين}$$

$$\lambda = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, \quad \lambda = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \quad \begin{cases} 4 \cos \lambda = 2 \\ 4 \cos \lambda = -2 \end{cases} \quad (11)$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, \quad \lambda = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$$

التمرين الثالث

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2+4} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2+4} = 0 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty \quad \frac{x}{x^2+4} = \frac{x}{(x+2)(x-2)} + \frac{2}{x+2} \quad (2)$$

$$f(x) = ax + b + \frac{2c}{x+2}$$

$$f(x) = \frac{2ax^2 + 4ax + 2bx + 4b + 2c}{x+2}$$

$$\begin{cases} 2a = 1 \\ 4a + 2b = 4 \\ 4b + 2c = 8 \end{cases} \quad \text{بالمقابل نجد:}$$

$$c = 2 \quad b = 1 \quad a = \frac{1}{2} \quad \text{و}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 1 + \frac{2}{x+2} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (\frac{1}{2}x + 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x+2} = 0$$

$$y = \frac{1}{2}x + 1 \quad \text{و} \quad x = -2 \quad \text{نقطة تقاطع المحاور}$$

$$f(x) - (\frac{1}{2}x + 1) = \frac{2}{x+2}$$

$$\text{في المجال} \quad]-\infty, -2[\quad \text{يقع} \quad f(x) - (\frac{1}{2}x + 1) \quad \text{في} \quad (A)$$

$$\text{في المجال} \quad]-2, +\infty[\quad \text{يقع} \quad f(x) - (\frac{1}{2}x + 1) \quad \text{في} \quad (B)$$

$$f(x) - (\frac{1}{2}x + 1) = \frac{2}{x+2}$$

$$\text{في المجال} \quad]-\infty, -2[\quad \text{يقع} \quad f(x) - (\frac{1}{2}x + 1) \quad \text{في} \quad (A)$$

$$\text{في المجال} \quad]-2, +\infty[\quad \text{يقع} \quad f(x) - (\frac{1}{2}x + 1) \quad \text{في} \quad (B)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{2}{(x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2 + 4x + 4 - 4}{2(x+2)^2} = \frac{x(x+4)}{2(x+2)^2}$$

$$\text{أشارتنا إلى أن} \quad f(x) \quad \text{متزايدة على} \quad]-\infty, -2[\quad \text{و} \quad]-2, +\infty[$$

$$\text{أشارتنا إلى أن} \quad f(x) \quad \text{متناقص على} \quad]-\infty, -2[\quad \text{و} \quad]-2, +\infty[$$

$$\text{في المجال} \quad]-\infty, -2[\quad \text{يقع} \quad f(x) - (\frac{1}{2}x + 1) \quad \text{في} \quad (A)$$

$$\text{في المجال} \quad]-2, +\infty[\quad \text{يقع} \quad f(x) - (\frac{1}{2}x + 1) \quad \text{في} \quad (B)$$

$$\text{في المجال} \quad]-\infty, -2[\quad \text{يقع} \quad f(x) - (\frac{1}{2}x + 1) \quad \text{في} \quad (A)$$

$$\text{في المجال} \quad]-2, +\infty[\quad \text{يقع} \quad f(x) - (\frac{1}{2}x + 1) \quad \text{في} \quad (B)$$

$$\text{في المجال} \quad]-\infty, -2[\quad \text{يقع} \quad f(x) - (\frac{1}{2}x + 1) \quad \text{في} \quad (A)$$

$$\text{في المجال} \quad]-2, +\infty[\quad \text{يقع} \quad f(x) - (\frac{1}{2}x + 1) \quad \text{في} \quad (B)$$