



التمرين الأول :

عَيِّن الاقتراح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية ، مع التبرير :

① حل المعادلة التفاضلية $y' = -2y + 4$ الذي يحقق $y(0) = 2024$ هو الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ ب :

$h(x) = 2024e^{-2x} - 2$ (ج)	$h(x) = 2021e^{-2x} + 2$ (ب)	$h(x) = 2022e^{-2x} + 2$ (أ)
------------------------------	------------------------------	------------------------------

② (v_n) متتالية حسابية حدها الأول $v_0 = 1$ وأساسها $r = 2$ ، نضع : $P_n = e^{v_0} \times e^{v_1} \times \dots \times e^{v_n}$

عبارة P_n هي :

$e^{-n(n+1)}$ (ج)	$e^{(n+1)^2}$ (ب)	$e^{n(n+1)}$ (أ)
-------------------	-------------------	------------------

③ الدالة الأصلية F والتي تُحقّق : $F(1) = 0$ للدالة f المُعرّفة على $]0, +\infty[$ ب : $f(x) = \frac{x+1}{x}$ هي الدالة :

$F(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$ (ج)	$F(x) = 1 - x + \ln x$ (ب)	$F(x) = x - 1 + \ln x$ (أ)
--	----------------------------	----------------------------

④ تتكون مجموعة من الأشخاص من 5 رجال و 3 نساء نريد تشكيل لجنة مكونة من 3 أشخاص رئيس نائب و كاتب ، احتمال أن تكون اللجنة تضم رجل و امرأتان هو

$\frac{45}{512}$ (ج)	$\frac{15}{56}$ (ب)	$\frac{5}{56}$ (أ)
----------------------	---------------------	--------------------

التمرين الثاني :

المتتالية العددية (U_n) معرفة بحدّها الأول U_0 حيث : $U_0 = 0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{3}{8}(U_n + 5)$

① برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $U_n < 3$

② بيّن أنّ (U_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنّها متقاربة .

③ المتتالية العددية (V_n) معرفة على $\mathbb{N}$ ب : $V_n = 3(3 - U_n)$

أ/ أحسب V_0 ثم بيّن أنّ المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\frac{3}{8}$

ب/ أكتب بدلالة n عبارة الحد العام V_n ثم استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $U_n = 3 - 3\left(\frac{3}{8}\right)^n$

ج/ أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

④ نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $P_n = (3 - U_0) \times (3 - U_1) \times \dots \times (3 - U_n)$

أحسب P_n بدلالة n

يُراد تشكيل بطريقة عشوائية لجنة تتكون من عضوين من بين ثلاثة رجال H_1, H_2, H_3 و امرأتان F_1 و F_2 نعتبر الحوادث A, B, C حيث :

A "عضو اللجنة من نفس الجنس" B "عضو اللجنة من جنسين مختلفين"

C " H_1 عضو في اللجنة "

1/ أحسب $p(A)$ ، $p(B)$ احتمال A و B على الترتيب

ب/ بين أن $p(C)$ احتمال الحدث C يساوي $\frac{2}{5}$

2/ المتغير العشوائي X يرقب بكل إمكانية اختيار لعضوين عدد الرجال في اللجنة

بَرر أن مجموعة قيم X هي $\{0; 1; 2\}$

3/ عَيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب أمله الرياضي $E(X)$

التمرين الرابع :

I (لتكن الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ ب : $g(x) = \frac{2x^2-2x-1}{x^2} + \ln x$)

1/ بين أن الدالة g متزايدة تماما على $]0; +\infty[$

2/ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,2 < \alpha < 1,3$

ب/ استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$

II (لتكن الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ ب : $f(x) = \left(\frac{1}{x} - 2 - \ln x\right) e^{-x}$)

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1/ بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

ب/ فسّر النتيجتين السابقتين بيانيا

2/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما : $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

3/ أنشئ المنحنى (C_f) (نأخذ : $f(0,65) \approx 0$ و $f(\alpha) \approx -0,4$)

III (F الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ ب : $F(x) = e^{-x}(2 + \ln x)$)

1/ تحقق أن الدالة F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$

ب/ نضع $S(\lambda) = \int_{\lambda}^{1/2} f(x) dx$ حيث λ عدد حقيقي يحقق : $0 < \lambda < \frac{1}{2}$

أحسب $S(\lambda)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا .