

التمرين الأول: (05 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

1] مجموعة حلول المعادلة: $e^{2x} - 4e^x + 4 = 0$ في $\mathbb{R}$ هي:

(أ) $S = \{\ln 2; \ln 4\}$ (ب) $S = \{\ln 2\}$ (ج) $S = \{2; 4\}$

2] مجموعة حلول المتراجحة $(\ln x)^2 \leq \ln x^2$ في $\mathbb{R}_+^*$ هي:

(أ) $S = [1; e^2]$ (ب) $S =]0; e^2]$ (ج) $S = [1; 2]$

3] حل المعادلة التفاضلية $y' - 2y = 2$ والذي يحقق $y(0) = 2$ هو الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

(أ) $h(x) = 3e^{2x} - 1$ (ب) $h(x) = -3e^{2x} + 1$ (ج) $h(x) = 3e^{-2x} - 1$

4] $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\ln(ex + 1) - \ln(x - 1)]$ تساوي:

(أ) $+\infty$ (ب) e (ج) 1

5] f و g دالتان قابلتان للاشتقاق على $]1; +\infty[$ حيث: $f(x) = g((\ln x)^2)$ و $g'(x) = \sqrt{x}$.

عبارة f' مشتقة الدالة f هي:

(أ) $f'(x) = \frac{2 \ln x}{x}$ (ب) $f'(x) = \frac{2(\ln x)^2}{x}$ (ج) $f'(x) = \frac{2(\ln x)^2}{\sqrt{x}}$

التمرين الثاني: (07 نقاط)

f دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على $] -1; +\infty[$ بما يلي: $f(x) = \frac{-x^2 + ax}{(x+1)^2}$. حيث a عدد حقيقي.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (T) مماس (C_f) عند المبدأ O ، و (T') مماس (C_f) عند النقطة Ω ذات الفاصلة $\frac{1}{2}$ ، كما هو موضح في الشكل المقابل.

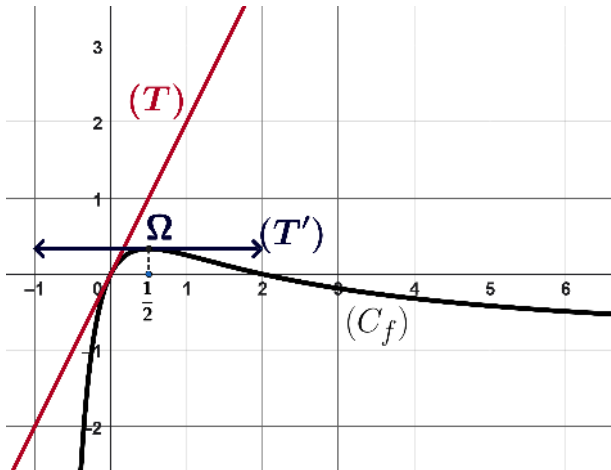
I- بقراءة بيانية:

1] جد قيمة كل من $f(0)$ ، $f'(0)$ ، $f(2)$

و $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2f(x) - 2f(\frac{1}{2})}{2x - 1}$ ، ثم اكتب معادلة للمماس (T) .

2] عين اتجاه تغير الدالة f على المجال $] -1; +\infty[$

3] باستعمال نتائج السؤال الأول بين أن $a = 2$.



II- نضع من أجل كل x من $]-1; +\infty[$: $f(x) = \frac{-x^2 + 2x}{(x+1)^2}$

1 احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ مفسرا النتيجة هندسيا.

2 شكل جدول تغيرات الدالة f .

3 ناقش بياننا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = m$.

4 g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = \frac{x^2 - 2|x|}{(|x| + 1)^2}$

أ- بين ان g دالة زوجية.

ب- اشرح كيفية انشاء (C_g) منحنى الدالة g انطلاقا من المنحنى (C_f) ، ثم أنشئه في المعلم السابق.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

I- g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^{-x} - x + 1$

1 ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2 أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $1.2 < \alpha < 1.3$.

ب- استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = 1 + \frac{x}{1 + e^x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول = $2cm$)

1 احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ مفسرا النتيجة الثانية هندسيا.

2 أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

3 أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(1 + e^x)^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4 بين أن: $f(\alpha) = \alpha$ و $f(-\alpha) = 0$.

5 تحقق أن $y = x + \alpha$ هي معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $-\alpha$.

6 أنشئ (Δ) ، (T) و (C_f) .

III- h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = -(f(x))^2$

1 احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$.

2 احسب $h'(x)$ عبارة h' مشتقة الدالة h بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.

3 استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.