

التمرين الأول : (06 نقاط)

- نعتبر كثير الحدود P للمتغير الحقيقي x حيث : $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5$.
- (1) أحسب $P(1)$ ثم أعط تحليل لـ : $P(x)$.
 - (2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$.
 - (3) أدرس حسب قيم x إشارة $P(x)$ ، ثم استنتج حلول المتراجحة $P(x) \geq 0$.

التمرين الثاني : (14 نقطة)

❖ **الجزء الأول :** نعتبر الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f_m(x) = x^2 - mx + 1$ حيث m وسيط حقيقي ، و ليكن (C_m) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_2) مع حامل محور الفواصل .
- (2) عين قيم m بحيث المنحنى (C_m) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين متميزتين .
- (3) عين قيم m بحيث المنحنى (C_m) لا يقطع حامل محور الفواصل .
- (4) عين قيم m بحيث المنحنى (C_m) يشمل النقطة $A(2; -3)$.

❖ **الجزء الثاني :** نضع $m = 4$ و نعرف الدالتين f_4 و g على $\mathbb{R}$ و $\mathbb{R} - \{1\}$ على الترتيب ب : $f_4(x) = x^2 - 4x + 1$ و $g(x) = \frac{2x-1}{x-1}$. ليكن (C_4) و (C_g) تمثيلهما البيانيين في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) عين $ID_{g \circ f_4}$ مجموعة تعريف الدالة $g \circ f_4$ ثم أكتب عبارة الدالة $(g \circ f_4)(x)$.
- (2) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن : $f_4(x) = (x-2)^2 - 3$ ، ثم استنتج طريقة لإنشاء (C_4) انطلاقا من التمثيل البياني للدالة $x \mapsto x^2$.

- (3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{1\}$ فإن : $g(x) = a + \frac{b}{x-1}$ حيث a و b عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما .

- (4) بين أن الدالة g هي مركب دالتين بسيطتين u و v يطلب تحديدهما .
- (5) استنتج اتجاه تغير الدالة g على كل من المجالين $]-\infty; 1[$ و $]1; +\infty[$.
- (6) عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_g) مع حامي محوري الإحداثيات .
- (7) اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من منحنى الدالة $x \mapsto \frac{1}{x}$.

- (8) أنشئ (C_g) و (C_4) في معلمين مختلفين .

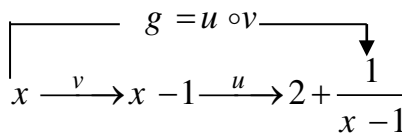
- (9) لتكن الدالتين h و k المعرفتين على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ و $\mathbb{R}$ على الترتيب ب : $h(x) = g(|x|)$ و $k(x) = -f_4(-x)$.

أ) اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) و (C_k) التمثيلين البيانيين للدالتين h و k على الترتيب انطلاقا من (C_g) و (C_4) .

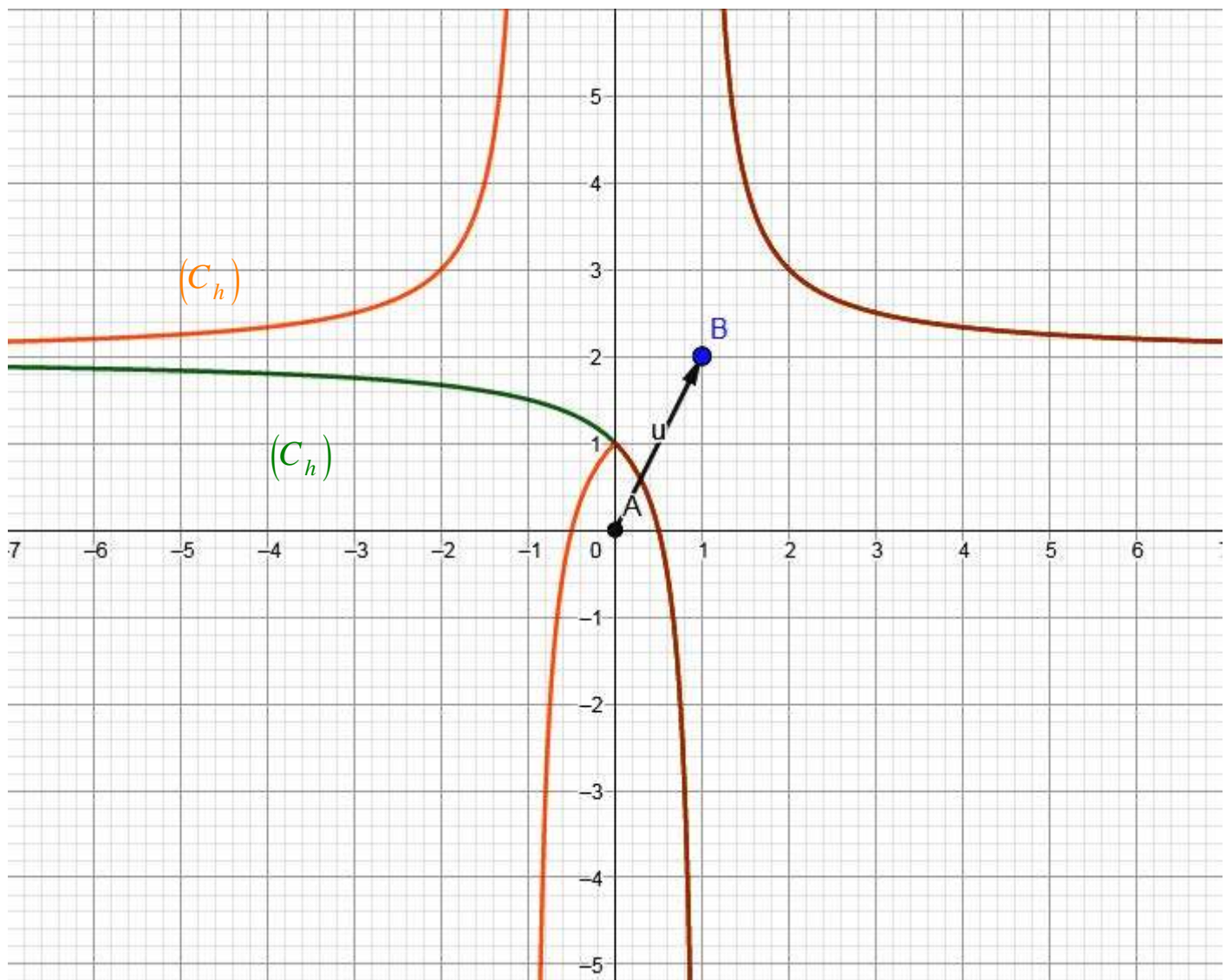
ب) أنشئ (C_h) و (C_k) في المعلمين السابقين .

العلامة		عناصر الإجابة	العلامة		عناصر الإجابة															
المجموع	المجزأة		المجموع	المجزأة																
التمرين الأول : (06 نقاط)																				
02	0.5	(2) حل المعادلة $P(x) = 0$ في $\mathbb{R}$: لدينا $P(x) = 0$ تكافئ $(x-1)(2x^2+5x+5) = 0$ أي أن $x-1=0$ أو $2x^2+5x+5=0$ أي $x=1$ أو $2x^2+5x+5=0$ ، و بما أن $\Delta = 5^2 - 4(2)(5) = -15 < 0$ فالمعادلة $2x^2+5x+5=0$ ليس لها حل في $\mathbb{R}$ ؛ إذن المعادلة $P(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$ هو $x = 1$.	0.5	(1) حساب $P(1)$ ثم إعطاء تحليل لـ $P(x)$: لدينا $P(1) = 2(1)^3 + 3(1)^2 - 5 = 2 + 3 - 5 = 0$ و منه العدد 1 هو جذر لكثير الحدود $P(x)$. - تحليل $P(x)$: • تذكير : كل كثير حدود P من الدرجة n حيث $n \in \mathbb{N}$ يقبل جذرا α أي أن $P(\alpha) = 0$ يمكن كتابته من الشكل $P(x) = (x - \alpha)Q(x)$ حيث Q كثير حدود من الدرجة $n - 1$. باستخدام القسمة الإقليدية : <table><tr><td>$2x^3 + 3x^2 - 5$</td><td>$x - 1$</td></tr><tr><td>$- 2x^3 - 2x^2$</td><td>$2x^2 + 5x + 5$</td></tr><tr><td>$5x^2 - 5$</td><td></td></tr><tr><td>$- 5x^2 - 5x$</td><td></td></tr><tr><td>$5x - 5$</td><td></td></tr><tr><td>$- 5x - 5$</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td></td></tr></table> إذن : $P(x) = (x - 1)(2x^2 + 5x + 5)$.	$2x^3 + 3x^2 - 5$	$x - 1$	$- 2x^3 - 2x^2$	$2x^2 + 5x + 5$	$5x^2 - 5$		$- 5x^2 - 5x$		$5x - 5$		$- 5x - 5$		0			
	$2x^3 + 3x^2 - 5$				$x - 1$															
	$- 2x^3 - 2x^2$				$2x^2 + 5x + 5$															
	$5x^2 - 5$																			
$- 5x^2 - 5x$																				
$5x - 5$																				
$- 5x - 5$																				
0																				
0.5	02	0.5	01																	
0.5																				
0.5																				
02	0.5	(3) الدراسة حسب قيم x إشارة $P(x)$: إشارة $P(x)$ من إشارة الجداء $(x-1)(2x^2+5x+5)$ و استنادا إلى السؤال السابق ، نلخص إشارة $P(x)$ في الجدول التالي : <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$x - 1$</td><td>-</td><td>○</td><td>+</td></tr><tr><td>$2x^2 + 5x + 5$</td><td>+</td><td></td><td>+</td></tr><tr><td>$P(x)$</td><td>-</td><td>○</td><td>+</td></tr></table> - استنتاج حلول المتراجحة $P(x) \geq 0$: انطلاقا من جدول الإشارة فحلول المتراجحة هي $S = [1; +\infty[$.	x	$-\infty$	1	$+\infty$	$x - 1$	-	○	+	$2x^2 + 5x + 5$	+		+	$P(x)$	-	○	+	0.5	01
	x		$-\infty$	1	$+\infty$															
	$x - 1$		-	○	+															
	$2x^2 + 5x + 5$		+		+															
$P(x)$	-	○	+																	
0.5	02	0.5	01																	
0.5																				
0.5																				
التمرين الثاني : (14 نقاط)																				
0.25	(2) تعيين قيم m بحيث المنحنى (C_m) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين متمايزتين : أي أن المعادلة $f_m(x) = 0$ تقبل حلين متمايزين في $\mathbb{R}$. المعادلة $f_m(x) = 0$ تكافئ $x^2 - mx + 1 = 0$ $\Delta_m = (-m)^2 - 4(1)(1)$ $\Delta_m = m^2 - 4 = (m - 2)(m + 2)$		0.5	0.25	❖ الجزء الأول : $f_m(x) = x^2 - mx + 1; ID_f = \mathbb{R}; m \in \mathbb{R}$ (1) تعيين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_2) مع حامل محور الفواصل : $f_2(x) = x^2 - 2x + 1$ فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_2) مع حامل محور الفواصل هي حلول المعادلة $f_2(x) = 0$ التي تكافئ $x^2 - 2x + 1 = 0$ أي أن $(x - 1)^2 = 0$ و بالتالي $x - 1 = 0$ إذن $x = 1$.															
0.25																				
0.25																				
0.25																				



01	0.5	(2) التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن $f_4(x) = (x-2)^2 - 3$: لدينا من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $(x-2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 4 - 3$ $(x-2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1$ $(x-2)^2 - 3 = f_4(x)$ - استنتاج طريقة لإنشاء (C_4) انطلاقاً من التمثيل البياني للدالة $x \mapsto x^2$: لدينا من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: الشكل $f_4(x) = (x-2)^2 - 3$ حيث $f_4(x) = (x+a)^2 + b$ $(a;b) = (-2;-3)$ إذن (C_4) هو صورة منحنى الدالة $x \mapsto x^2$ بانسحاب شعاعه $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ أي $\vec{v} \begin{pmatrix} -a \\ b \end{pmatrix}$.	01	0.25	0.5	<table><tr><td>m</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$m-2$</td><td>-</td><td>-</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>$m+2$</td><td>-</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>Δ_m</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td></tr></table> المعادلة $f_m(x) = 0$ تقبل حلين متمايزين معناه $\Delta_m > 0$ أي أن $m \in]-\infty; -2[\cup]2; +\infty[$.	m	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	$m-2$	-	-	+	+	$m+2$	-	+	+	+	Δ_m	+	+	+	+
		m				$-\infty$	-2	2	$+\infty$																	
$m-2$	-	-	+	+																						
$m+2$	-	+	+	+																						
Δ_m	+	+	+	+																						
0.25	0.25	0.5	0.75	0.25	0.5	(3) تعيين قيم m بحيث المنحنى (C_m) لا يقطع حامل محور الفواصل : المنحنى (C_m) لا يقطع حامل محور الفواصل معناه أن المعادلة $f_m(x) = 0$ لا تقبل حلولاً في $\mathbb{R}$ أي أن $\Delta_m < 0$ وبالتالي $m \in]-2; 2[$.																				
						(4) تعيين قيم m بحيث المنحنى (C_m) يشمل النقطة $A(2;-3)$: $A(2;-3) \in (C_m)$ يكافئ $f_m(2) = -3$ أي أن $2^2 - m(2) + 1 = -3$ و منه $-2m = -8$ إذن $m = 4$.																				
01	0.5	0.5	0.75	0.25	0.5	❖ الجزء الثاني : $f_4(x) = x^2 - 4x + 1 ; ID_{f_4} = \mathbb{R}$ $g(x) = \frac{2x-1}{x-1} ; ID_g = \mathbb{R} - \{1\}$ (1) تعيين $ID_{g \circ f_4}$ مجموعة تعريف الدالة $g \circ f_4$: $ID_{g \circ f_4} = \{x \in ID_{f_4} / f_4(x) \in ID_g\}$ $ID_{g \circ f_4} = \{x \in \mathbb{R} / f_4(x) \in \mathbb{R} - \{1\}\}$ $ID_{g \circ f_4} = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4x + 1 \neq 1\}$ $ID_{g \circ f_4} = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4x \neq 0\}$ $ID_{g \circ f_4} = \{x \in \mathbb{R} / x(x-4) \neq 0\}$ $ID_{g \circ f_4} = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0 \text{ et } x - 4 \neq 0\}$ $ID_{g \circ f_4} = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0 \text{ et } x \neq 4\}$ $ID_{g \circ f_4} = \mathbb{R} - \{0;4\}$ - تعيين عبارة $(g \circ f_4)(x)$: $(g \circ f_4)(x) = g[f_4(x)]$ $(g \circ f_4)(x) = \frac{2(x^2 - 4x + 1) - 1}{x^2 - 4x + 1 - 1}$ $(g \circ f_4)(x) = \frac{2x^2 - 8x + 1}{x^2 - 4x}$																				
						0.25	0.25	0.5	01	0.25	0.5	(4) تبين أن الدالة g هي مركب دالتين بسيطتين u و v يطلب تحديدهما : لدينا $g(x) = 2 + \frac{1}{x-1}$ من الشكل $g(x) = 2 + \frac{1}{(ax+b)}$ ، بالتالي :  و منه $g(x) = (u \circ v)(x)$ حيث $u(x) = 2 + \frac{1}{x}$ و $v(x) = x - 1$ $ID_v = \mathbb{R} ; ID_u = \mathbb{R}^*$														





إعداد و كتابة : غريب عظام

تم بحمد الله يوم السبت 02 جانفي 2021 م

إن كان هناك خطأ يرجى تصويبها دون النقد بلا عمل فقد جل من لا يخطئ

