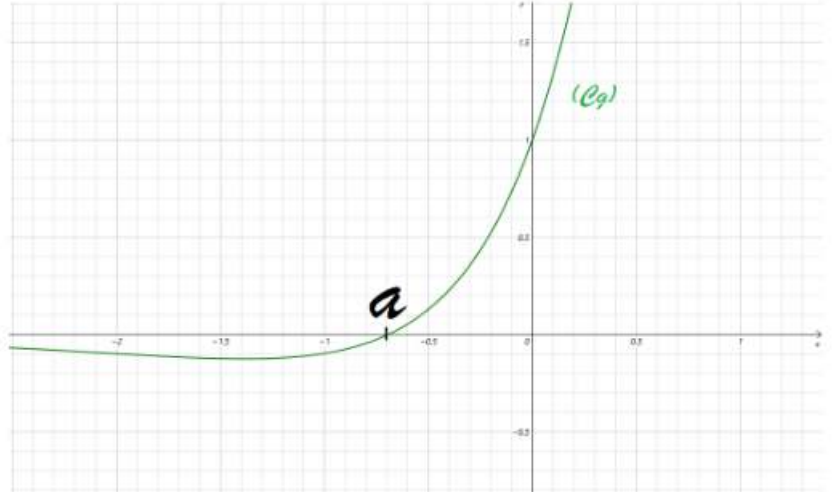


نص التمرين: (10 نقاط)

الجزء الأول:

لتكن الدالة g : المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $g(x) = (2e^x - 1)e^x$
و ليكن (Cg) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.



1- بقراءة بيانية حدد اشارة الدالة g :

2- بين أن: $-0.7 < a < -0.68$

الجزء الثاني:

لتكن الدالة f : المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة:

$$f(x) = e^{2x} - e^x + 1$$

و ليكن (Cf) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1- أحسب النهايات: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسر أخر نتيجة.

2- بين أن: $f'(x) = g(x)$

- 3-استنتج اتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها.
- 4-بين أنه من أجل كل: $x \in R$ فان: $f(x) > 0$
- 5-بين أن: $f(a) = -e^{2a} + 1$ ثم اعط حصر ل: $f(a)$
- 6-أكتب معادلة المماس (T) لمنحنى الدالة عند: $x_0 = 0$
- 7-أرسم في نفس المعلم: (Cf) و (T)
- 8-ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة:
$$e^{-x} = ((x + m)e^{-x} + 1)e^{-2x}$$

الجزء الثالث:

- لتكن الدالة h المعرفة على R بالعلاقة:
- $$h(x) = e^{-2x} - e^{-x} + 1$$
- و ليكن (Ch) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- 1-أحسب النهايات: $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$
 - 2-بين أن: $h'(x) = -g(-x)$ (لا يطلب حساب عبارة المشتقة $h'(x)$)
 - 3-شكل جدول تغيرات الدالة: h
 - 4-ارسم في المعلم السابق المنحنى: (Ch)

انتهى

بالتوفيق

الاجابة النموذجية:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{2x} - e^x + 1) = 1$
 (1) - إشارة الدالة g
 (2) - الدالة متزايدة وقابلة للاستمرار على $\mathbb{R}$

$f'(x) = 2e^{2x} - e^x = (2e^x - 1)e^x$

(3) - اتجاه تغير الدالة f

- ندرس إشارة المشتقة $f'(x)$
 (تغير إشارة الدالة g)

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	-	ϕ	+

ان لهما $x \in]-\infty, \alpha]$
 اذن الدالة متناقصة تماما.

اذن $f'(x) > 0$ $x > \alpha$
 الدالة متزايدة تماما.

حلول التغيرات:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	-	ϕ	+
$f(x)$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

(4) - نبين ان $f(x) > 0$

لو وضعنا $e^x = t$ نبت ان:

$e^{2x} - e^x + 1 \Leftrightarrow t^2 - t + 1$

ندرس إشارة العبارة $(t^2 - t + 1)$

$\Delta = 1 - 4 = -3 < 0$

اذن المعادلة لا تقبل حلول حقيقية

للعبارة نفس إشارة $t^2 + 1$ لكل t حقيقي

الجزء الاول

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	-	ϕ	+

نبين ان $-0.7 < \alpha < -0.68$

- من ميني الدالة ميني ان الدالة متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ (مشتقة)

و مستمرة وتشمل في المجال

المجال $]-0.7; -0.68[$ و

$g(-0.7) = (2e^{-0.7} - 1)e^{-0.7}$

$g(-0.68) \approx 6.7 \cdot 10^{-3}$

$\Rightarrow g(-0.7) \cdot g(-0.68) < 0$

اذن حسب مبرهنة القسي

للمعادلة

$g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

$\alpha \in]-0.7; -0.68[$

لان في α نقطة تقاطع

(g) مع حامل محور الفواصل.

الجزء الثاني

حساب النهايات:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{2x} - e^x + 1)$

$= \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} - \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x + \lim_{x \rightarrow -\infty} 1$

$= 0 - 0 + 1 = 1$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$$f(0) = 1 \quad (0.75)$$

$$(T): y = x + 1 \quad (0.28)$$

• رسم (f) و (T) (0.5)

• المناقشة البيانية (3)

$$e^{-x} = ((x+m)e^x + 1)e^{-2x}$$

نضرب في e^{3x}

$$e^{2x} = ((x+m)e^x + 1)e^x$$

$$e^{2x} = ((x+m)e^0 + e^x)$$

$$e^{2x} - e^x = x + m$$

$$e^{2x} - e^x + 1 = x + m + 1$$

$$f(x) = x + m + 1 \quad (0.75)$$

• مناقشة ماثلة وحلول

• هذه المعادلة هي في اصل نقاط

• تقاطع (f) مع المستقيم ذو

المعادلة $y = x + m + 1$ منه

• لنأخذ $m < 0$ أي $m + 1 < 1$

المعادلة تقبل حلوا

• $m = 0$ أي $m + 1 = 1$

المعادلة تقبل حلا صريحا

• لنأخذ $m > 0$ أي $m + 1 > 1$

المعادلة تقبل حلين واحد

موجب وآخر سالب

الجزء الثالث:

• $\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (e^{-2x} - e^x + 1)$

$$\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (e^{-2x} - e^x + 1) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

$$e^{2x} + 1 > 0$$

بالإضافة نجد

$$e^{2x} - e^x + 1 > 0$$

$$f(x) > 0 \quad \text{أي}$$

$$f(x) = e^{2x} - e^x + 1$$

لنبدأ

$$f(x) = e^{2x} - e^x + 1 \quad (1)$$

$$g(x) = 0$$

$$2e^{2x} - e^x = 0 \Rightarrow -e^x = -2e^{2x} \quad (2)$$

نضرب (2) في (1)

$$f(x) = e^{2x} - 2e^{2x} + 1$$

$$f(x) = 1 - e^{2x} \quad (0.75)$$

نحصر $f(x)$

$$-0.7 < x < -0.68$$

$$-1.4 < 2x < -1.36$$

$$e^{-1.4} < e^{2x} < e^{-1.36}$$

$$-e^{-1.4} > -e^{2x} > -e^{-1.36}$$

$$1 - e^{-1.4} > 1 - e^{2x} > 1 - e^{-1.36}$$

$$0.75 > f(x) > 0.74 \quad (0.75)$$

• معادلة التماس عند $x_0 = 0$

$$(T): y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

$$y = f'(0)x + f(0)$$

$$f'(0) = g(0) = 1 \quad (0.75)$$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{-x} - e^{-x} + 1) = 1$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$ (0.2)

② إذا كان R متزايدة وقابلة
 $h'(x) = f(x) = (-x) \cdot f'(x)$

$h'(x) = -g(-x)$ (0.3)

③ دراسة اتجاه تغير $h(x)$

x	$-\infty$	$-x$	0	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	0	$+$
$h'(x)$	$-$	0	$+$	$+$
$h(x)$	$+\infty$			$+\infty$

$x \leq -x$ $x > -x$

إذا كان R متزايدة متناقصا
 إذا كان R متناقصا متزايدا

ملاحظة: $g(-\infty)$ و $g(+\infty)$

أمثلة: $g(x)$

④ رسم (C_R) (0.5)

طريقة: نستخدم R

طريقة: نرسم (C_R) انطلاقا من (g) بالبناء على g

