

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية



ثانوية زاغز جلول – أورلال

الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات
امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي
الشعبة : علوم تجريبية

دورة ماي 2024

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :
الموضوع الأول :

التمرين الأول : (04 نقاط)

اختر الاجابة الصحيحة في كل حالة مما يلي مع التبرير :

(مع $C \in \mathbb{R}$)

1 حلل للمعادلة التفاضلية $-y' + xe^{-x} - 1 = 0$ هي الدوال y حيث:

أ/ $y = -e^{-x}(x+1) - x + c$ ب/ $y = e^{-x}(x+1) - x + c$ ج/ $y = e^{-x}(x+1) + x + c$

2 نعتبر العدد المركب W بحيث : $W = \frac{1}{4} + i\frac{\sqrt{3}}{4}$

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n المجموع $|W| + |W^2| + \dots + |W^n|$ يساوي :

أ/ $S_n = 1 - 2^{-n}$ ب/ $S_n = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-n}$ ج/ $S_n = 1 - 2^n$

3 يحتوي كيس على 5 كريات بيضاء و n كرية سوداء حيث $n \in \mathbb{N}^*$ ، جميع الكريات لا نفرق بينها باللمس، نسحب

كريتين في آن واحد لتكن الحادثة A "سحب كريتين مختلفتين في اللون"، احتمال الحادثة A يساوي :

أ/ $P(A) = \frac{10n}{(n+5)(n+4)}$ ب/ $P(A) = \frac{5n}{(n+1)(n+4)}$ ج/ $P(A) = \frac{2n}{(n+5)(n+2)}$

4 معامل x^6 في المنشور $(x+2)^9$ هو :

أ/ 672 ب/ 627 ج/ C_9^3

التمرين الثاني : (04.5 نقط)

لتكن f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{x^2 + e^2}{2x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في

معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ المستقيم ذي المعادلة $y = x$ في نفس المعلم

السابق كما هو موضح في الشكل المرفق في الملحق نعتبر (U_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما

يلي: $U_0 = 2e$ و $U_{n+1} = f(U_n)$

(1) مثل على محور الفواصل الحدود U_2, U_1, U_0 ثم أعط تخمينا حول رتبة (U_n) و نقارها.

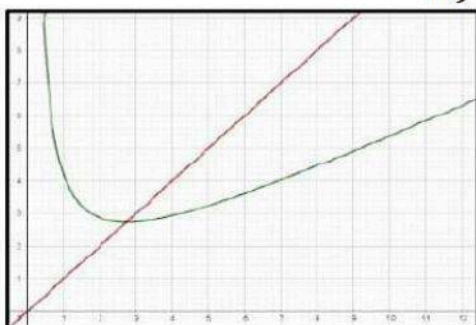
(2) أثبت أن f متزايدة تماما على المجال $]e; +\infty[$ ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $e < U_n$

(3) أ-بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} - U_n = \frac{(e - U_n)(e + U_n)}{2U_n}$ ثم أدرس رتبة (U_n) .
ب-استنتج أن (U_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها

(4) أ-أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} - e \leq \frac{1}{4}(U_n - e)$

ب-إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < U_n - e \leq e\left(\frac{1}{4}\right)^n$

ج-أحسب نهاية المتتالية (U_n) بطريقة ثانية.



التمرين الثالث : (04.5 نقاط)

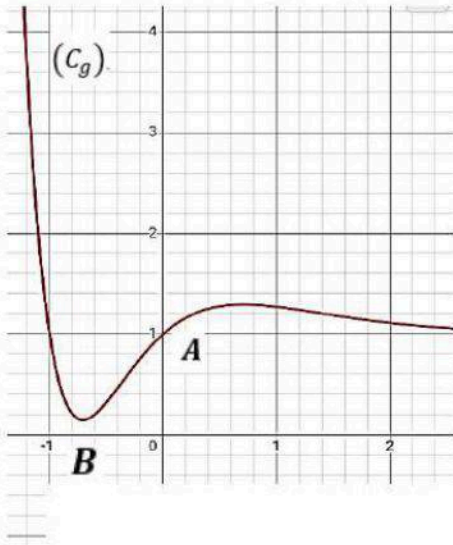
من أجل تحضير إختبار إستدراكي لمادة الرياضيات أراد مدير الثانوية إختيار لجنة تضم 3 أعضاء من هيئة التدريس التي تتكون من 3 أستاذات و 4 أساتذة.

- (1) احسب احتمال الأحداث التالية : A "الأعضاء الثلاثة المختارون أستاذات"
- B "من بين الأعضاء توجد أستاذة واحدة" ، C " من بين الأعضاء المختارون يوجد على الأقل أستاذان "
- (2) يوجد في هيئة التدريس الأستاذ محمد والأستاذة خديجة ،نسمي الحادثة : D " ألا يكون محمد وخديجة معا في نفس اللجنة المختارة ." والحادثة : E " ألا تكون خديجة في اللجنة المختارة "
- (أ) بين أن : $P(D) = \frac{6}{7}$ ، ثم احسب $P(E)$.

- (ب) احسب احتمال ألا يكون محمد في اللجنة علما أن خديجة ليست من ضمنها
- (3) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل لجنة مختارة عدد الأستاذات اللواتي لم يشاركن فيها.
- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X واحسب الأمل الرياضي $E(X)$
- ثم عين قيمة العدد الحقيقي α حيث : $E(2006X + \alpha) = 2024$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

- (I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = a + (bx^2 + x)e^{-2x}$ ، حيث a و b عدنان حقيقيان و (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل :
- 1- عين العددين a و b بحيث المنحنى (C_g) يشمل النقطة $A(0; 1)$
- و يقبل عند النقطة B ذات الفاصلة $\frac{\sqrt{2}}{2}$ مماسا موازي لحامل محور الفواصل .
- 2- استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ - نضع فيما يلي : $a = 1$ و $b = 1$:



II. لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - \frac{1}{2} \left(\frac{x+1}{e^x} \right)^2$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- (2) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ، ثم حدد وضعية بالنسبة (C_f) إلى (Δ) .
- (3) (أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$
- (ب) استنتج اتجاه تغير f ، ثم شكّل جدول تغيرتها.
- (4) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين معامل توجيه كلا منهما هو 1 ، ثم عين معادلة لكل منهما.
- (5) بيّن أن المنحنى (C_f) نقطتي انعطاف يطلب تعيين احداثياتيهما.
- (6) بيّن أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α . حيث : $0.43 < \alpha < 0.44$
- (7) أنشئ كلا من (C_f) و (Δ) .

III. ليكن λ عدد حقيقي موجب تماما.

- (1) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حتى تكون الدالة $x \mapsto (ax^2 + bx + c)e^{-2x}$ دالة أصلية للدالة $x \mapsto (x+1)^2 e^{-2x}$ على $\mathbb{R}$.
- (2) (أ) أحسب بدلالة λ المساحة للحيز من المستوي $A(\lambda)$ المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $x = \lambda$ ، $x = 0$
- (ب) أحسب $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$ و $y = x$

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

(I) عين العددين المركبين α و β حيث :
$$\begin{cases} 2\alpha - \beta = -3 \\ 2\bar{\alpha} + \bar{\beta} = -3 - 2i\sqrt{3} \end{cases}$$
 مع $\bar{\alpha}$ مرافق α و $\bar{\beta}$ مرافق β .

(II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. A, B, C والنقط التي لواحقها على الترتيب :

$$z_A = z_C e^{i\frac{\pi}{3}} , \quad z_B = \overline{z_A} , \quad z_A = -\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

(1) أـ أكتب z_C و z_A على الشكل الأسّي ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقيا سالبا .

بـ تحقق أن العدد المركب $2\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2024} - \left(\frac{z_B}{\sqrt{3}}\right)^{1962}$ تخيلي صرف موجب

جـ احسب $|z_B - z_A|$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث OAB .

(2) D النقطة ذات اللاحقة $z_D = 1 + i$.

أـ حدد النسبة وزاوية للتشابه S الذي مركزه O ويحول D إلى A .

بـ أكتب $\frac{z_A}{z_D}$ على الشكل الجبري ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من : $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

(3) عين (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z و التي تحقق : $z = \sqrt{3}e^{i\theta}$ عندما يتغير θ على

R ، ثم تحقق أن $A \in (E)$.

التمرين الثاني (04.5 نقاط) :

يحتوي صندوق U_1 على 7 كريات منها خمس كريات بيضاء و كريتين سوداوين، و يحتوي صندوق U_2 على

8 كريات منها خمس كريات مرقمة بـ : 1 و ثلاث كريات مرقمة بـ : 2 ، جميع الكريات لا نفرق بينها باللمس.

الجزء 01) نسحب عشوائيا من الصندوق U_1 ثلاث كريات في آن واحد.

- ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات السوداء المتبقية في الصندوق .

(1) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

(2) احسب $P(|X| \leq \sqrt[4]{10})$

الجزء 02)

- نسحب الآن عشوائيا كرية من الصندوق U_1 ، إذا كانت سوداء نسحب عشوائيا كريتين على التوالي دون إرجاع

من الصندوق U_2 ، أما إذا كانت بيضاء فنسحب عشوائيا كريتين على التوالي بإرجاع من نفس الصندوق U_2 نسمي الأحداث التالية :

" A_1 " الكرية المسحوبة من الصندوق U_1 سوداء "

" A_2 " الكرية المسحوبة من الصندوق U_1 بيضاء "

" B " الحصول على كريتين من نفس الرقم "

(3) احسب $P(B)$ ، ثم استنتج $P_B(A_1)$. (يمكن الاستعانة بشجرة الاحتمالات)

التمرين الثالث : (04.5 نقاط)

نعتبر (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n , $3u_{n+1} = 2u_n - 4$,
 (v_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : من أجل كل عدد طبيعي n , $v_n = u_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي .
 (I) عين قيمة α التي من أجلها تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\left(\frac{2}{3}\right)$ يطلب تعيين حدها الأول .
 (II) نضع فيما يلي $\alpha = 4$

(1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 5\left(\frac{2}{3}\right)^n - 4$

(2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) على $\mathbb{N}$, ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) لتكن (w_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $w_n = \frac{5}{v_n + 5} - 5$

(أ) بين أن المتتالية (w_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

(ب) بين أن المتتاليتين (u_n) و (w_n) متجاورتين. ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n$

(ج) أحسب بدلالة n المجموع S'_n حيث : $S'_n = \frac{1}{w_0 + 5} + \frac{1}{w_1 + 5} + \dots + \frac{1}{w_n + 5}$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

(4) (Γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$ على المجال $[0; +\infty[$

(أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ln(x+1))$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

(ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (Γ)

(ج) ارسم المماس (T) و (Γ) ثم (C_f)

(5) m وسيط حقيقي، عين قيم m بحيث تقبل المعادلة $f(x) = \frac{1+e}{2}x - m$ حلين متميزين.

(6) نقبل أنه من أجل كل x من المجال $]1; +\infty[$: $\ln x < x+1$

(أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]1; +\infty[$:

$$\ln 2 < f(x) < e + \ln(x+1)$$

(ب) تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]1; +\infty[$ الدالة :

$$x \mapsto (x+1)\ln(x+1) - x$$

$$x \mapsto \ln(x+1)$$

(ج) S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل

محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما :

$$x = e^2 - 1 \quad x = e - 1$$

- باستخدام جواب السؤال 6-أ)، بين أن :

$$(e^2 - e)\ln 2 < S < e^3$$

(أ) الدالة المعرفة و المتزايدة تماما على $]0; +\infty[$:

$$g(x) = (x+1)(x+e) - e(x \ln x)$$

احسب $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

(II) f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$: $f(x) = \ln(x+1) + \frac{e \ln x}{x+1}$
 و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(ب) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x(x+1)^2}$$

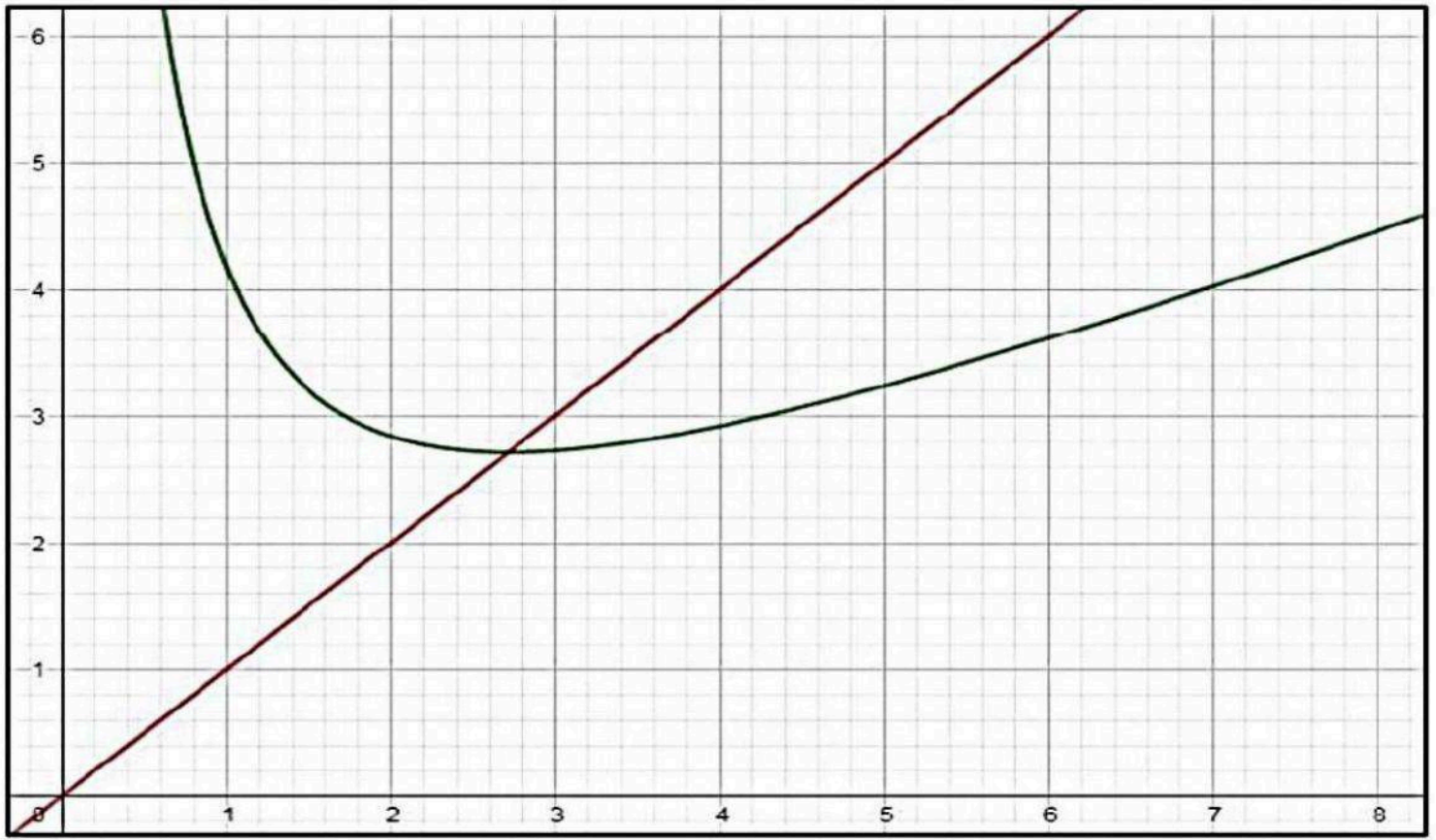
(ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

(B) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A فاصلتها α

(ب) تحقق أن : $0.7 < \alpha < 0.8$

ملحق التمرين الثاني الموضوع الأول : الإسم: اللقب: القسم:



ملحق التمرين الثاني الموضوع الأول : الإسم: اللقب: القسم:

