

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد $2^0, 2^1, 2^2, 2^3$ و 2^4 على العدد 5 .
- (2) أ) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n يكون : $2^{4n} \equiv 1[5]$.
ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2016} على العدد 5 .
- (3) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $2^{2016} + 2 + n \equiv 0[5]$.

التمرين الثاني: (07 نقاط)

- لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ : $u_n = 3n - 2$.
- (1) احسب u_0, u_1, u_2 و u_3 .
 - (2) بيّن أنّ المتتالية (u_n) حسابية و عيّن أساسها .
 - (3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
 - (4) بيّن أنّ العدد 1954 حدّ من حدود المتتالية (u_n) و عيّن رتبته .
 - (5) أ) احسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.
ب) عيّن العدد n بحيث يكون : $S_n = 328$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

- لتكن f دالة معرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ بالعلاقة : $f(x) = \frac{4-x}{x+1}$.
- (C_f) المنحنى البياني للمثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow -1} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.
ب) استنتج أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما .
 - (2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها .
 - (3) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) معامل توجيه كل منهما -5 يطلب تعيين معادلة لكل منهما .
 - (4) أنشئ المماسين (T_1) و (T_2) و المنحنى (C_f) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

- (1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^3 على 9 .
ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي k : $4^{3k} \equiv 1[9]$.
ج) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 9 .
د) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 2016^{2015} على 9 .
(2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $8^{2n} \equiv 1[9]$.
ب) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد $8^{2n} + 4^n + 1$ مضاعفاً للعدد 9 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- نعتبر المتتالية الحسابية (u_n) التي أساسها 3 وحدّها الأول u_0 وتحقّق: $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = 10$.
(1) احسب الحد الأول u_0 .
(2) اكتب الحد العام u_n بدلالة n .
(3) عيّن العدد الطبيعي n بحيث: $u_n = 145$.
(4) احسب المجموع S بحيث: $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{49}$.
(5) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة: $v_n = 2u_n + 3$.
احسب المجموع S' بحيث: $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_{49}$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

- لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
(2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = (3x-3)(x-3)$.
ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها .
(3) أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة E ذات الفاصلة 2 .
ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - (-3x + 8) = (x-2)^3$.
ج) استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المماس (T) .
د) برّر أنّ E نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .
(4) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x(x-3)^2$.
ب) جد إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل .
(5) احسب $f(4)$ ثم أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) .

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
06		التمرين الأول: (06 نقاط)
	01	1. أ) $4^3 \equiv 1[9]$
	01	ب) $4^{3k} \equiv 1[9]$
	01	ج) $4^{3k+2} \equiv 7[9]$ ، $4^{3k+1} \equiv 4[9]$ ، $4^{3k} \equiv 1[9]$
	01	د) $2015 \equiv -1[9]$ ومنه $2015^{2016} \equiv 1[9]$
	01	2. أ) $8^2 \equiv 1[9]$ و $8^{2n} \equiv 1[9]$ منه
	01	ب) $8^{2n} + 4^n + 1 \equiv 4^n + 2[9]$ و $4^n \equiv 7[9]$ منه $n = 3k + 2$ حيث $k \in \mathbb{N}$
06		التمرين الثاني: (06 نقاط)
	01,50	1. $4u_0 + 6r = 10$ ومنه $u_0 = -2$
	01,50	2. من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 3n - 2$
	0,50	3. $n = 49$
	01	4. $S = 3575$
	01,50	5. $S' = 7300$
08		التمرين الثالث: (08 نقاط)
	01	1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
	0,50	2. أ) $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$
	01	ب) استنتاج اتجاه التغير وتشكيل جدول التغيرات.
	01	3. أ) معادلة المماس $(T): y = -3x + 8$
	01	ب) تبيان المساواة: $f(x) - (-3x + 8) = (x - 2)^3$
	0,50	ج) وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) .
	0,50	د) المماس (T) يخترق المنحنى (C_f) و يغير وضعيته في النقطة $E(2;2)$.
	0,50	4. أ) تبيان المساواة: $f(x) = x(x - 3)^2$
	01	ب) نقطتي تقاطع (C_f) مع محور الفواصل هما: $O(0;0)$ ، $A(3;0)$
	01	5. انشاء المماس (T) و المنحنى (C_f) .

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
05		التمرين الأول: (05 نقاط)
	01,25	1. $2^0 \equiv 1[5], 2^1 \equiv 2[5], 2^2 \equiv 4[5], 2^3 \equiv 3[5], 2^4 \equiv 1[5]$.
	01	2. أ) $2^4 \equiv 1[5]$ ومنه $2^{4n} \equiv 1[5]$
	0,75	ب) $2016 = 4 \times 504$ إذن $2^{2016} \equiv 1[5]$.
	02	3. لدينا $2^{2016} \equiv 1[5]$ ومنه $2^{2016} + 2 + n \equiv 0[5]$ معناه $n + 3 \equiv 0[5]$ أي $n \equiv 2[5]$. $n = 5k + 2 \quad (k \in \mathbb{N})$
07		التمرين الثاني: (07 نقاط)
	01	1. حساب الحدود $u_0 = -2, u_1 = 1, u_2 = 4, u_3 = 7$
	01,50	2. (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = 3$ لأن $u_{n+1} - u_n = 3$.
	0,50	3. اتجاه تغير المتتالية : متزايدة تماما $r > 0$
	01,50	4. نضع $u_n = 1954$ معناه $n = 652 \in \mathbb{N}$ إذن 1954 حد من حدود المتتالية رتبته 653 .
	01,50	5. أ) المجموع S_n : $S_n = \frac{(n+1)}{2}(3n-4)$.
08	01	ب) $s_n = 328$ يعني $\frac{(n+1)}{2}(3n-4) = 328$ ومنه $3n^2 - n - 660 = 0$ ، $(n=15)$.
		التمرين الثالث: (08 نقاط)
	01,5	1. أ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1, \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$.
	01	ب. الاستنتاج: (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين : $x = -1, y = -1$.
	01 0,50	2. اتجاه تغير الدالة f ، جدول تغيراتها .
	02	3. $f'(x) = -5$ معناه $x = 0$ أو $x = -2$. كتابة معادلتَي المماسين (T_1) و (T_2) : $(T_1): y = -5x + 4$ ، $(T_2): y = -5x - 16$
	02	4. إنشاء المماسين $(T_1), (T_2)$ و المنحنى (C_f) .