



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: علوم تجريبية

دورة: 2022

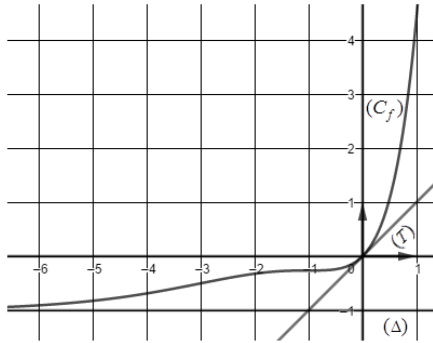
المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)



الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني (C_f) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، مماس (T) في النقطة ذات الفاصلة 0 كما هو مبين في الشكل المقابل.
(1) بقراءة بيانية: عيّن $f'(0)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ وأعط معادلة للمماس (T)

(2) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $f(x) = x + m$

(3) بيّن أنّ $a=1$ و $b=-1$ إذا علمت أن $f(x) = (x^2 + a)e^x + b$

(4) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (x^2 + 1)e^{|x|} - 1$ و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

بيّن أنّ الدالة g زوجية ثم اشرح كيفية إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) وأنشئ (C_g)

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كلّ حالة من الحالات التالية :

(1) الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 - x + \ln x}{x}$

هي معادلة للمستقيم المقارب المائل لمنحني الدالة f عند $+\infty$

(2) نعتبر المعادلة $\ln(2x-1) + \ln(2x+1) = \ln 3 \dots (E)$ ذات المجهول الحقيقي x :

للمعادلة (E) حلان متمايزان في $\mathbb{R}$

(3) f و F الدالتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$ و $F(x) = x + \ln(1 + e^{-2x})$

F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

(4) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $u_n = \frac{n+1}{n}$

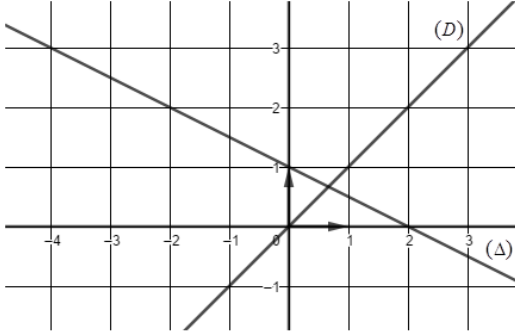
قيمة المجموع: $\ln u_1 + \ln u_2 + \dots + \ln u_{2022}$ هي $\ln 2022$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (D) و (Δ) المستقيمان المعرفان كما يلي :

$(D): y = x$ و $(\Delta): y = -\frac{1}{2}x + 1$

المتتالية العددية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ ب: $u_0 = -4$ و $u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 1$



(1) أنقل الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود: u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 مبرزا خطوط التمثيل.

(2) أ- هل المتتالية (u_n) رتيبة ؟ برّر إجابتك .

ب- ضع تخمينا حول تقارب المتتالية (u_n)

(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $v_n = \left(u_n - \frac{2}{3}\right)^2$

أ- بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ ثم احسب v_0

ب- عبّر عن v_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ واستنتج أنّ (u_n) متقاربة.

(4) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $v_0 \times v_1 \times \dots \times v_{n-1} = \left(\frac{14}{3}\right)^{2n} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n^2-n}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = \frac{2x^2 - 2x - 1}{x^2} + \ln x$

(1) بيّن أنّ الدالة g متزايدة تماما على $]0; +\infty[$

(2) أ- بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,2 < \alpha < 1,3$

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = \left(\frac{1}{x} - 2 - \ln x\right)e^{-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ- بيّن أنّ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

ب- فسّر النتيجة السابقتين بيانيا.

(2) أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x موجب تماما ، $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(3) أنشئ المنحنى (C_f) . (نأخذ : $f(0,65) \approx 0$ و $f(\alpha) \approx -0,4$)

(4) F الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $F(x) = e^{-x}(2 + \ln x)$

أ- تحقّق أنّ الدالة F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$

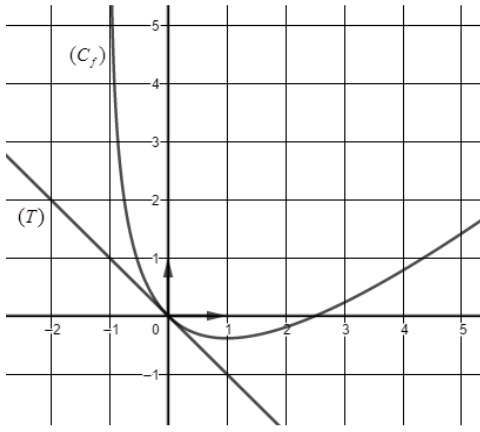
ب- نضع $S(\lambda) = \int_{\lambda}^{1/2} f(x) dx$ حيث λ عدد حقيقي يحقق: $0 < \lambda < \frac{1}{2}$

احسب $S(\lambda)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = ax - 2\ln(x+1)$ حيث a عدد حقيقي. تمثيلها



البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

كما هو مبين في الشكل المقابل .

(1) بقراءة بيانية، عيّن $f'(0)$ وأعط معادلة للمماس (T)

(2) بيّن أن $a = 1$

(3) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة

حلول المعادلة: $f(x) + x - m = 0$

(4) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $g(x) = |x+1| - 1 - 2\ln|x+1|$ و (C_g) تمثيلها البياني.

أ- بيّن أنه من أجل كلّ عدد حقيقي x يختلف عن -1 ، $g(-2-x) = g(x)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ب- بيّن أنه من أجل كلّ عدد حقيقي x من $]-1; +\infty[$ ، $g(x) = f(x)$ ،

ج- أنشئ (C_g) في المعلم السابق.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير:

(1) قيمة العدد الحقيقي $I = \int_1^2 (x-1)e^{x^2-2x} dx$ حيث I هي:

(أ) $1 - \frac{1}{e}$ (ب) $\frac{e-1}{2e}$ (ج) $\frac{e+1}{2e}$

(2) (u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرفتتان على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 3$ ، $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 3$ ، $v_n = u_n + \alpha$ ، حيث α عدد حقيقي.

حيث α عدد حقيقي. قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية هي:

(أ) $-\frac{9}{2}$ (ب) $\frac{9}{2}$ (ج) $\frac{2}{9}$

(3) f دالة عددية تُحقق، من أجل كلّ عدد حقيقي x موجب تماما: $\ln(x+1) \leq f(x) \leq e^x - 1$

حيث $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$ هي:

(أ) $+\infty$ (ب) -1 (ج) 1

(4) نعتبر المعادلة التفاضلية (E) : $y'' = 2 - \frac{1}{x^2}$ (E)

عبارة الحل H للمعادلة (E) على $]0; +\infty[$ والذي يُحقق $H(1) = 4$ و $H'(1) = 2$ هي :

(أ) $H(x) = x^2 - x + 4 + \ln x$ (ب) $H(x) = x^2 - x + 1 + \ln x$ (ج) $H(x) = x^2 - x + 4 - \ln x$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

$$\begin{cases} u_0 \times u_2 = e^2 \\ \ln u_1 + \ln u_7 = -4 \end{cases} \quad (u_n) \text{ المتتالية الهندسية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ وحدودها موجبة تماما حيث:}$$

(1) أ- عيّن u_1 والأساس q للمتتالية (u_n)

ب- تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = e^{2-n}$

(2) احسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

(3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة بـ: $v_0 = e^3$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $v_{n+1} = v_n + u_n$

أ- برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $v_n = \frac{e^{3-n} - e^4}{1-e}$

ب- بين أن (v_n) متقاربة.

(4) أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $\frac{1}{e}v_n = \frac{1}{1-e}(u_n - e^3)$

ب- نعتبر المجموع S'_n حيث: $S'_n = \frac{1}{e}v_0 + \frac{1}{e}v_1 + \dots + \frac{1}{e}v_n$

تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $S'_n = \frac{1}{1-e}[S_n - (n+1)e^3]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1}{2}e^{-2x} - \frac{9}{2}e^{-x} - 2x + 4$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وبيّن أنّ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

(2) أ- أثبت أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x}(e^x - 2)(4e^x - 1)$

ب- بيّن أنّ f متناقصة تماما على كلّ من المجالين $[-\infty; -\ln 4]$ و $[\ln 2; +\infty[$ ومتزايدة تماما على $[-\ln 4; \ln 2]$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(3) أ- بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -2x + 4$ مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

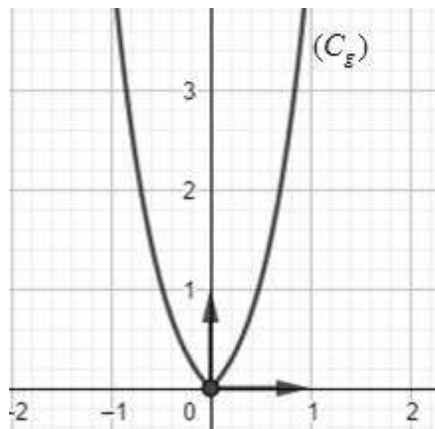
(4) أكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

(5) أنشئ (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1,9; +\infty[$ (نأخذ $f(-1,9) \simeq 0$ و $f(-\ln 4) \simeq -3,2$)

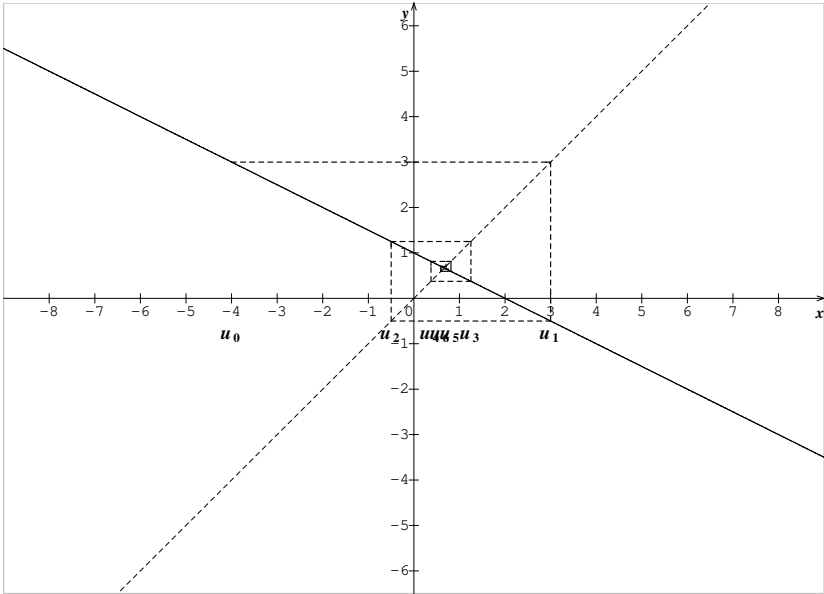
(6) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x} + \frac{9}{2}e^{-x} + 2x - 2$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ- عيّن العددين الحقيقيين a و b حيث، من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $h(x) = a f(x) + b$

ب- اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) اعتمادًا على (C_f) (لا يطلب إنشاء (C_h))

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	
مجموع	مجزأة		
التمرين الأول: (04 نقاط)			
01	0.25	$f'(0) = 1$	(1)
	0.25	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$	
	0.5	$(T): y = x$	
0.75	0.25×3	$m < 0$ المعادلة لا تقبل حلا $m > 0$ المعادلة تقبل حلين متمايزين $m = 0$ المعادلة تقبل حلا معدوما	(2)
01	0.5+0.5	تبين أن $a = 1 \quad b = -1$ $f'(x) = (x^2 + 2x + a)e^x$ $\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$ معناه $\begin{cases} f'(0) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b \end{cases}$	(3)
1.25	0.50	الدالة g زوجية	(4)
	0.25	$g(x) = f(x) \quad x \in [0; +\infty[$	
	0.5	(C_g) ينطبق على (C_f) في المجال $[0; +\infty[$ و (C_g) متناظر بالنسبة لحامل محور الفواصل 	
التمرين الثاني: (04 نقاط)			
01	0.50 0.50	صحيحة لأن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x-1)) = 0$	(1)
01	0.50 0.50	خاطئة لأن: (E) معناه $\begin{cases} x^2 = 1 \\ x > 1/2 \end{cases}$ أي $x = 1$	(2)
01	0.50 0.50	صحيحة لأن: من أجل كل x من $\mathbb{R}$ $F'(x) = f(x)$	(3)
01	0.50 0.50	خاطئة لأن $\ln u_1 + \ln u_2 + \dots + \ln u_{2022} = \ln \frac{2 \times 3 \times \dots \times 2023}{1 \times 2 \times \dots \times 2022} = \ln 2023$	(4)

التمرين الثالث: (05 نقاط)

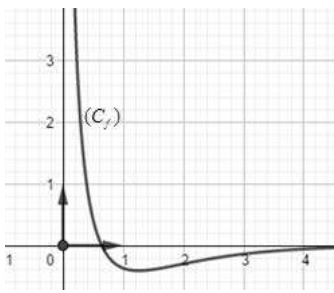
01	0.25×4	(1) تمثيل الحدود: u_0, u_1, u_2, u_3 	
01	0.25 0.50	(2) أ - (u_n) ليست رتيبة التبرير: $u_1 > u_2$ و $u_0 < u_1$	(2)
	0.25	ب - التخمين : (u_n) متقاربة	
2.75	01 0.50	(3) أ - $v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n$ $v_0 = \frac{196}{9}$	(3)
	0.50 0.50 0.25	ب - $v_n = \frac{196}{9} \left(\frac{1}{4}\right)^n$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{2}{3}$	
0.25	0.25	(4) تبين أن: $v_0 \times v_1 \times \dots \times v_{n-1} = \left(\frac{196}{9}\right)^n \left(\frac{1}{4}\right)^{0+1+2+\dots+n-1} = \left(\frac{14}{3}\right)^{2n} \left(\frac{1}{2}\right)^{n^2-n}$ تمنح العلامة 0.25 لكل محاولة	(4)

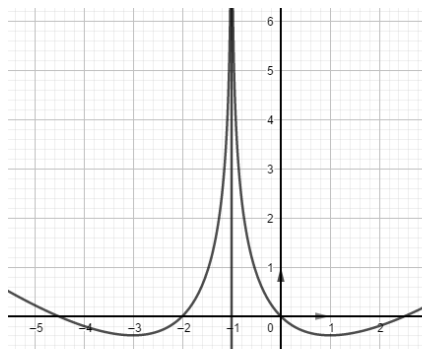
التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I)

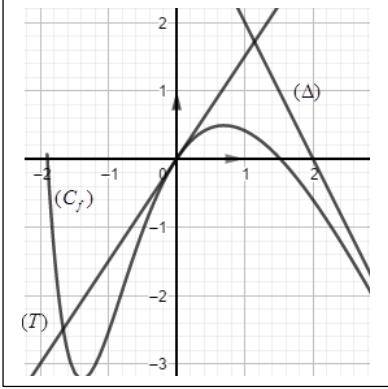
1.25	0.50	$g'(x)=\frac{x^2+2x+2}{x^3}$	(1)						
	0.50	$g'(x)>0$							
	0.25	ومنه g متزايدة تماما على $]0; +\infty[$							
1.25	0.75	أ-حسب مبرهنة القيم المتوسطة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,2<\alpha<1,3$	(2)						
	0.50	ب- اشارة $g(x)$: <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>a</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>		x	0	a	$+\infty$	$g(x)$	-
x	0	a	$+\infty$						
$g(x)$	-	0	+						

(II)

01	0.25 0.25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{xe^x} - \frac{2}{e^x} - \frac{\ln x}{x} \times \frac{x}{e^x} \right] = 0$ أ- تبيان أن $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$	(1)										
	0.25×2	ب-التفسير البياني $x = 0 ; y = 0$ معادلتى المستقيمين المقاربين للمنحنى (C_f)											
1.75	0.75	أ- $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$	(2)										
	0.25×2	ب-اتجاه تغيّر الدالة f f متزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $]0; \alpha]$ جدول تغيّراتها.											
	0.5	<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>$f(\alpha)$</td><td>0</td></tr></table>		x	0	α	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	$+\infty$
x	0	α	$+\infty$										
$f'(x)$	-	0	+										
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	0										
0.50	0.5	إنشاء المنحنى (C_f) 	(3)										
1.25	0.5	أ-التحقق :من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ ، $F'(x) = f(x)$	(4)										

	0.5	$S(\lambda)=[F(x)]_{\lambda}^{0.5}=\frac{2-\ln 2}{\sqrt{e}}-\frac{2+\ln \lambda}{e^{\lambda}}$.ب	
	0.25	التفسير: $S(\lambda)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بـ (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيين ذي المعادلتين $x=\frac{1}{2}$ ، $x=\lambda$	
عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)			
التمرين الأول:(04 نقاط)			
01.25	0.50 0.75	$f'(0)=-1$ $(T): y=-x$	(1)
0.50	0.50	$a=1$ و منه $\begin{cases} f'(x)=a-\frac{2}{x+1} \\ f'(0)=-1 \end{cases}$ تبيّان أنّ $a=1$:	(2)
0.75	0.25×3	المناقشة البيانية: $m < 0$ المعادلة لا تقبل حلا $m = 0$ للمعادلة حلا معدوما $m > 0$ للمعادلة حلين مختلفين في الإشارة	(3)
1.50	0.50 0.25	أ- تبيان أنّ: من أجل كل $x \in D_g$ ، $(-2-x) \in D_g$ ، $g(-2-x)=g(x)$ التفسير البياني: $x=-1$ معادلة محور تناظر لـ (C_g)	(4)
	0.25	ب- تبيان أنّ: $g(x)=f(x)$ على $]-1;+\infty[$	
	0.50	ج- انشاء (C_g) 	
التمرين الثاني: (04 نقاط)			
01	0.50 0.50	$I=\int_1^2(x-1)e^{x^2-2x}dx=\left[\frac{1}{2}e^{x^2-2x}\right]_1^2$ لأن الاقتراح الصحيح هو ب)	(1)
01	0.50 0.50	$v_{n+1}=u_{n+1}+\alpha=\frac{1}{3}v_n+\frac{2}{3}\alpha+3$ لأن: أ) الاقتراح الصحيح هو أ)	(2)

01	0.50 0.50	الاقتراح الصحيح هو جـ) لأن: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1)}{x} = 1$	(3)
01	0.50 0.50	الاقتراح الصحيح هو أ) لأن: $H'(x) = 2x + \frac{1}{x} + c$ و $H(x) = x^2 + \ln x + cx + d$ ومنه $H(x) = x^2 - x + 4 + \ln x \quad \begin{cases} H'(1) = 2 \\ H(1) = 4 \end{cases}$	(4)
التمرين الثالث: (05 نقاط)			
01.50	0.50 0.50	$u_1 = e - 1$ $q = \frac{1}{e}$	(1)
	0.50	ب- التحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = e^{2-n}$	
01	0.50 0.50	$S_n = u_0 \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$ $S_n = \frac{e^3}{e - 1} \left(1 - \frac{1}{e^{n+1}} \right)$	(2)
	1.50	0.75+0.25	
0.50		ب- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{3-n} - e^4}{1 - e} = \frac{e^4}{-1 + e}$	
01	0.50	أ- تبين أن $\frac{1}{e} v_n = \frac{1}{1 - e} (u_n - e^3)$	(4)
	0.50	ب- التحقق أن $S'_n = \frac{1}{1 - e} [S_n - (n + 1)e^3]$	
التمرين الرابع: (07 نقاط)			
0.75	0.25 0.50	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2} e^{-2x} (1 - 9e^x - 4xe^{2x} + 8e^{2x}) = +\infty$	(1)
	1.75	0.75	
0.50		ب- اتجاه التغير	
		0.50	جدول التغيرات

1.50	0.25	أ- $f(x) - (-2x + 4) = \frac{1}{2}e^{-2x} - \frac{9}{2}e^{-x} - 1$	(3)
	0.50	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (-2x + 4)) = 0$	
	0.25	ب-دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)	
0.75	0.25	$f(x) - (-2x + 4) = \frac{1}{2}e^{-x}(e^{-x} - 9)$	(4)
	0.50	(C_f) أعلى (Δ) على المجال $]-\ln 9; +\infty[$ (C_f) أسفل (Δ) على المجال $]-\infty; -\ln 9[$ $(C_f) \cap (\Delta) = \{A(-\ln 9; 4 + 2\ln 9)\}$	
0.75	0.75	$(T): y = \frac{3}{2}x$	(5)
1.50	0.50	إنشاء (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1, 9; +\infty[$	(6)
	0.50		
	0.50		
0.75	0.25	أ- $a = -1$	(6)
	0.25	$b = 2$	
0.75	0.25	ب- $h(x) = -f(x) + 2$ ننشئ (C_{-f}) صورة (C_f) بالتناظر بالنسبة لحامل محور الفواصل ثم (C_h) صورة (C_{-f}) بالانسحاب ذو الشعاع $2\vec{j}$	