

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0, +\infty[$

$$f(x) = \frac{3x+1}{x+3} \text{ كما يلي:}$$

و (C_f) تمثيلها البياني الموضح في الشكل المقابل

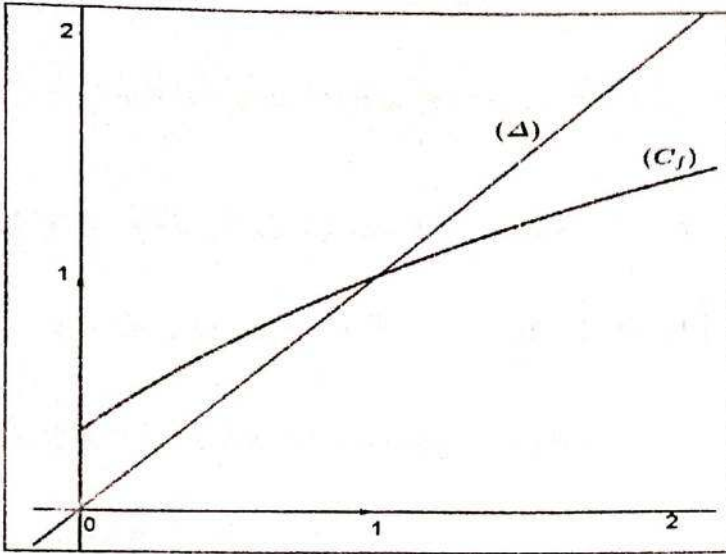
α عدد حقيقي، المتتالية العددية المعرفة

بحددها الأول u_0 حيث $u_0 = \alpha$

ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

(I) عين قيمة α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة

(II) نضع $\alpha = 0$



(1) أنقل الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 (بدون حساب الحدود)
ضع تخمينا حول اتجاه المتتالية وتقاربها.

(2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$

(a) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ يطلب تحديد حددها الأول

(ب) أكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n

(ج) أحسب نهاية المتتالية (u_n) ماذا تستنتج؟

(3) نعتبر المتتالية العددية (w_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $w_n = \ln|v_n|$

(a) بين أن (w_n) متتالية حسابية أساسها $(-\ln 2)$ يطلب تحديد حددها الأول.

(ب) أكتب w_n بدلالة n .

(ج) أحسب المجموع: $S_n = \ln|v_0| + \ln|v_1| + \dots + \ln|v_n|$ بدلالة n .

التمرين الثاني:

(I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = 1 + x^2(1 - 2 \ln x)$

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = 1$ ، وأحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

أقلب الورقة

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,8 < \alpha < 1,9$

(4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{\ln x}{1+x^2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$ و $\|\vec{j}\| = 4cm$

(1) (أ) بين أنه من أجل كل عدد x من المجال $]0; +\infty[$ فإن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x(1+x^2)^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$.

(2) (أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1; +\infty[$: $0 \leq f(x) \leq \frac{\ln x}{x^2}$

(ب) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(4) بين أن $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$ ، ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(5) ارسم المنحنى (C_f)

(6) لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]0, \infty[$ كما يلي : $h(x) = f(-2x)$

(أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$

(ب) دون تعيين عبارة $h(x)$ عين اتجاه تغير الدالة h على المجال $]0, \infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.