

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقاط)

- قرر سكان حي في مدينة معينة تشكيل لجنة تمثلهم على المستوى المحلي، فاجتمع 15 عضوا (من بينهم 5 نساء) لتشكيل لجنة من أربعة أعضاء.
- كم لجنة يمكن تشكيلها لهذا الغرض؟
- (1) ما احتمال أن تكون اللجنة مكونة من الرجال فقط؟
- (2) بين أن احتمال وجود امرأتان على الأقل ضمن اللجنة هو $\frac{37}{91}$.
- (3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل إختيار لجنة عدد الرجال الموجودين فيها.
- أ (حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضي $E(X)$
- ب (جد قيمة العدد الحقيقي b حتى يكون $E(2024X + b) = -2$.
- (4) لتأدية اللجنة مهامها على أحسن وجه قرر الأعضاء أن يكون للجنة رئيسا ونائبا له وكاتبا وأميناً للمال.
- أ (بين أن احتمال أن يكون الرئيس رجلا هو $\frac{2}{3}$ ، ب (ما احتمال أن تكون امرأة رئيسة للجمعية؟

التمرين الثاني (04,5 نقاط)

- (1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 5^n على 7 ، ثم استنتج باقي قسمة العدد A على 7 حيث : $A = 5^{2022} + 1443$.
- (2) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $222^n + 4 \times 5^n + 337$ قابلا للقسمة على 7.
- (3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : العدد $2021^{6n+3} - 2021 \times 2^{6n} - 2024$ مضاعف للعدد 7.
- (4) العدد الطبيعي B غير المعدوم مكتوب في النظام ذو الأساس 10 بـ $20xx$
- عين قيم العدد الطبيعي x الذي يحقق : $B \equiv 6[7]$. ثم عين قيم B

التمرين الثالث (04,5 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$.
2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، وحدة الطول $1cm$ ، النقاط C, B, A التي لاحتقاتها على الترتيب: $z_A = 4\sqrt{3} - 4i$ ، $z_B = 4\sqrt{3} + 4i$ ، $z_C = -\sqrt{3} + i$.
 أ. أكتب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث OAB
 ب. عين العدد الطبيعي n بحيث $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ حقيقي ثم استنتج أن $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^{1962}$ حقيقي .
 3. نعتبر النقطة D التي لاحتقتها $z_D = 2i$
 أ. بين أن لاحقة G مرجح الجملة $\{(O; -1); (D; 1); (B; 1)\}$ هي $z_G = 4\sqrt{3} + 6i$
 ب. اثبت ان النقط C, D و G على استقامة واحدة.
 ج. عين وأنشئ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $|z - 2i|^2 = 3$.

التمرين الرابع (07 نقاط)

- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2x + \frac{4}{e^x + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)
- (1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2x]$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - 2x]$ ، ثم فسر النتيجةين بيانيا
 - (2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = 2 \left[\frac{e^{2x} + 1}{(e^x + 1)^2} \right]$
 - (3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
 - (4) أ) احسب $f(-x) - f(x)$. ماذا تستنتج ؟
 ب) احسب $f(3)$ ثم استنتج قيمة $f(-3)$.
 ج) عين معادلة المستقيم (Δ) مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 .
 - (5) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[-1.71; -1.67]$ ، ثم بين أن $e^\alpha = -\frac{2+\alpha}{\alpha}$.
 - (6) ارسم (Δ) و (C_f) .
 - (7) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = 2x - \frac{4(-e^{-x})}{e^{-x} + 1}$.
 ب) أحسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين $y = 2x$ و $x = 3 \ln 2$ ، $x = 0$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04.5 نقاط)

1. حل في المجموعة z^2 المعادلة ذات المجهول $(x, y): 6x - 5y = 7$
2. عين الأعداد الصحيحة النسبية a التي تحقق: $\begin{cases} a \equiv 3[5] \\ a \equiv -4[6] \end{cases}$
3. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 5
ب) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n : $x^n \equiv 2^n[5]$
ت) عين قيم العدد طبيعي n التي تحقق: $x + x^2 + \dots + x^n \equiv 1[5]$
4. نعتبر العدد الطبيعي A المكتوب في نظام التعداد ذي الأساس α كما يلي: $\overline{1438}^\alpha$
جد أصغر قيمة للعدد الطبيعي α بحيث يكون: $2017^{2018} + 2018^{2016} + A \equiv 0[5]$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- يحتوي صندوق على خمس كريات بيضاء مرقمة بـ: 1، 1، 1، 0، -1 وخمس كريات سوداء مرقمة بـ: 1، 1، 0، 0، -1 لا نميز بينها باللمس، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من الصندوق .
- I. نعرف الأحداث التالية :
- A : "الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون B " : "الحصول على اللونين الأبيض و الأسود"
- C : "مجموع أرقام الكريات الثلاث المسحوبة يساوي 0"
- 1- أحسب احتمال الحدث A ، ثم بين أن: $P(B) = \frac{5}{6}$ ، $P(C) = \frac{31}{120}$
- 2- بين أن $P(A \cap C) = \frac{7}{120}$ ثم استنتج $P(A|C)$
- II. المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج مجموع أرقام الكريات الثلاث المسحوبة .
- 1- عين قيم المتغير العشوائي X .
- 2- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي .
- 3- احسب $p(e^{X^2-5} < 2)$

التمرين الثالث: (04.5 نقاط)

- نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 6$ و $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$
- 1) أ- أرسم في معلم متعامد ومتجانس $\vec{i}, \vec{j}, \vec{o}$ المستقيمين $(D): y = \frac{2}{3}x + 1$ و $(\Delta): y = x$.
- ب - مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 ، ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.
- ج - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: u_n > 3$.
- د - ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) . استنتج تقارب المتتالية (u_n) .

(2) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) حيث: $v_n = 2^n \times 3^{1-n}$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: v_n = u_n - 3$ ، استنتج $\lim u_n$.

(3) لتكن (w_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $w_n = \ln v_n$.

أ - بين أن (w_n) متتالية حسابية يطلب إيجاد أساسها و حدها الأول.

ب - نعتبر المجموع: $S_n = \frac{u_0}{v_0} + \frac{u_1}{v_1} + \dots + \frac{u_n}{v_n}$.

$$S_n = 2 \left(\frac{3}{2} \right)^{n+1} + n - 1$$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول: g دالة عددية معرفة على $]0, +\infty[$: $g(x) = 1 - \frac{x^3}{3} - 2 \ln x$:

1- ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1 < \alpha < \sqrt{2}$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: f دالة عددية معرفة على D : $f(x) = -\frac{x}{3} + \frac{\ln x}{x^2}$:

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ (وحدة الطول 3cm)

1- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

2- أثبت من أجل كل عدد حقيقي x أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ ، ثم ادرس إشارتها. و شكل جدول تغيرات الدالة f .

3- أ) بين أن المستقيم (T) معادلته: $y = -\frac{x}{3}$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) و المستقيم (T) .

4- أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (Δ) ميله $-\frac{1}{3}$ ، يطلب إعطاء معادلة له.

5- أنشئ كلا من (C_f) و (T) و (Δ) .

الجزء الثالث:

1- ناقش بيانها حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = -\frac{x}{3} + m$

2- باستعمال المكاملة بالتجزئة عين الدالة الأصلية للدالة: $x \mapsto \frac{\ln x}{x^2}$ على D والتي تنعدم عند القيمة 1 .

3- احسب ب: cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و بالمستقيمت: $y = -\frac{x}{3}$ و $x = 1$ و $x = \alpha$.

انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق في بكالوريا 2024