



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04,5 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بعدها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$

(1) أ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + 3}$ حيث a و b عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما.

ب برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > -1$

(2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة.

(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $v_n = \frac{1}{u_n + 1}$

أ بين أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

ج أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = \frac{u_0}{u_0 + 1} + \frac{u_1}{u_1 + 1} + \dots + \frac{u_n}{u_n + 1}$

أحسب S_n بدلالة n

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي وعاء U على كرتين بيضاوين وثلاث كريات سوداء ويحتوي وعاء V على كرتين بيضاوين وكرتين سوداوين (كل الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس).

نرمي مرة واحدة نردا غير مزيف أوجهه مرقمة من 1 إلى 6 فإذا ظهر على الوجه العلوي للنرد رقم أصغر أو يساوي 2 نسحب كرية واحدة من الوعاء U وإذا ظهر على الوجه العلوي للنرد رقم آخر (أكبر تماما من 2) نسحب كرية واحدة من الوعاء V

نعتبر الأحداث التالية: U : "سحب كرية من الوعاء U " ، V : "سحب كرية من الوعاء V " ، B : "سحب كرية بيضاء" ، N : "سحب كرية سوداء"

- (1) بين أن $p(U) = \frac{1}{3}$ ثم استنتج $p(V)$
- (2) شكل شجرة الاحتمالات التي تتمزج هذه الوضعية.
- (3) بين أن احتمال سحب كرية سوداء يساوي $\frac{8}{15}$
- (4) إذا سحبنا كرية سوداء، ما احتمال أن تكون من الوعاء U ؟

التمرين الثالث: (04,5 نقاط)

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-i)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4) = 0$
- (2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$
- نعتبر النقط A ، B و C من المستوي لواحقتها $z_A = \sqrt{3} + i$ ، $z_B = \sqrt{3} - i$ و $z_C = i$ على الترتيب.
- أ أكتب العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الأسّي.
- ب عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد المركب $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ تخيليا صرفا.
- (3) أ عين العبارة المركبة للتشابه S الذي مركزه A ويحول B إلى C محددًا نسبته وزاويته.
- ب استنتج طبيعة المثلث ABC
- (4) عين (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي تحقق: $|z - z_A|^2 + |z - z_B|^2 = 5$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- I g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (2x+1)e^x + 1$
- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$
- II f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x + 2 + (2x-1)e^x$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$
- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- (2) أ بين أن المنحنى (C_f) يقبل عند $-\infty$ مستقيما مقاربا مائلا (D) معادلته $y = x + 2$
- ب أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (D)
- (3) أ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$
- ب استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,86 < \alpha < -0,85$

5) أ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (D) في نقطة وحيدة فاصلتها $-\frac{1}{2}$

ب اكتب معادلة $\mathcal{L}(T)$

6) أنشئ (D) ، (T) و (C_f)

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(2x-1)e^x - m + 2 = 0$

انتهى الموضوع الأول

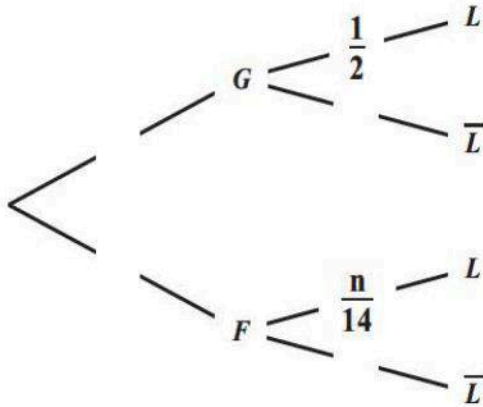
الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04,5 نقاط)

يتكون قسم ثانوية من 26 ولد و 14 بنت. من بين كل تلاميذ هذا القسم 13 ولد و n بنت مسجلون في نادي تعلم اللغات.

نختار عشوائيا تلميذا من القسم ونعتبر الأحداث التالية:

G : "التلميذ المختار ولد" ، F : "التلميذ المختار بنت" ، L : "التلميذ المختار مسجل في نادي تعلم اللغات"



(1) أحسب $p(F)$ و $p(G)$

(2) أنقل ثم أكمل شجرة الاحتمالات المقابلة.

(3) بين أن $p(L) = \frac{13+n}{40}$

(4) التلميذ المختار مسجل في نادي تعلم اللغات. ما احتمال أن يكون ولدا؟

(5) جد قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون الحدثان L و G مستقلين.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.

(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(\frac{x+2}{x} \right)$ تساوي:

(أ) 0 (ب) 2 (ج) $+\infty$

(2) إذا كانت الدالة $x \mapsto x(\alpha \ln x + \beta)$ دالة أصلية للدالة $x \mapsto -\ln x$ على المجال $]0; +\infty[$ فإن:

(أ) $\alpha = -1$ و $\beta = 0$ (ب) $\alpha = -1$ و $\beta = 1$ (ج) $\alpha = -1$ و $\beta = -1$

(3) العدد الحقيقي I حيث $I = \int_{-2}^4 \frac{2x}{x^2+1} dx$ يساوي:

(أ) $\ln \frac{17}{5}$ (ب) $-\ln 17 + \ln 5$ (ج) $\ln 17 + \ln 5$

(4) n عدد طبيعي غير معدوم. العدد المركب $(1+i)^n$ تخيلي صرف إذا وفقط إذا كان:

(أ) $n = 2 + 8k$ (ب) $n = 4k$ (ج) $n = 2 + 4k$

التمرين الثالث: (04,5 نقاط)

(1) (u_n) متتالية حسابية متناقصة معرفة بحدّها الأول u_0 وأساسها r

أ عين u_2 ثم r علما أن:
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 24 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 210 \end{cases}$$

ب أكتب u_n بدلالة n ثم احسب المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

(2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = e^{14-3n}$ حيث e هو أساس اللوغاريتم النيبيري
أ بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0
ب أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$. ماذا تستنتج؟

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $T_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ و $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$
أ. أحسب المجموع T_n بدلالة n والجداء P_n بدلالة n
ب أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f و g الدالتان العدديتان المعرفتان على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \ln x - \frac{x-1}{x}$ و $g(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right) \ln x$
 (C_f) و (C_g) تمثيلاهما البيانيان في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$
(1) أ بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ وفسر النتيجة بيانياً.

ب أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ أحسب $f'(x)$ الدالة المشتقة للدالة f

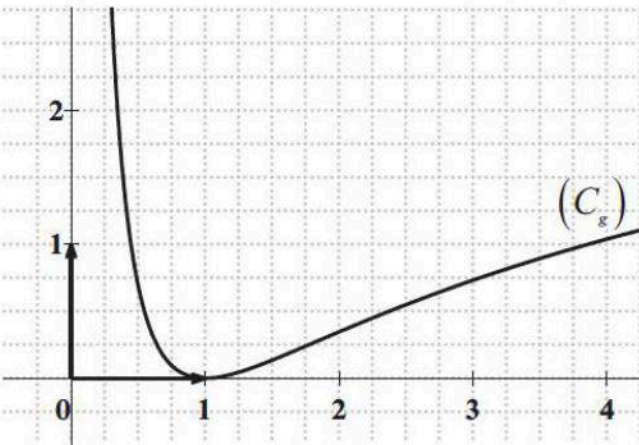
ب استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) الشكل المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة $f - g$ على المجال $]0; +\infty[$

أ حدد إشارة $f(x) - g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$
ب استنتج الوضعية النسبية للمنحنيين (C_g) و (C_f)

x	0	1	$+\infty$
$g' - f'$		0	+
$g - f$	$+\infty$	0	1

(4) a عدد حقيقي أكبر تماماً من 1. M نقطة من (C_f) فاصلتها a و N نقطة من (C_g) فاصلتها a
برر أن $MN < 1$



(5) الشكل المقابل هو التمثيل البياني للدالة g على المجال $]0; +\infty[$

أ أنقل (C_g) ثم أنشئ (C_f) في نفس المعلم.

ب بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من

المجال $]0; +\infty[$ ، $g(x) - f(x) = 1 - \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}$

(6) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_g) و (C_f) والمستقيمين $x=1$ و $x=e$

انتهى الموضوع الثاني