

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: 04 نقاط

I. f الدالة المعرفة على المجال $I = [0;1]$ بـ: $f(x) = xe^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. بين أن الدالة f متزايدة على المجال I .

2. بين أنه من أجل $x \in I$ فإن $f(x) \in I$.

II. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحددها الأول $u_0 = \frac{1}{5}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$.

في الوثيقة المرفقة (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f و (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y = x$.

1. باستعمال الوثيقة المرفقة مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 دون حسابها مبرزاً خطوط الرسم ثم

ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

2. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 1$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماماً ثم استنتج أنها متقاربة.

ج) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثاني: 04 نقاط

يحتوي كيس على 8 كريات لا نفرق بينها باللمس منها ثلاث كريات بيضاء مرقمة بـ: 2، 2، 4 و ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ: 0، 2، 2 و كريتين خضراوين مرقمتين بـ: 0، 1.

نسحب عشوائياً وفي آن واحد ثلاث كريات من الكيس ونعتبر الحادثتين A و B حيث A : سحب ثلاث كريات مختلفة اللون مثنى مثنى و B : سحب ثلاث كريات مجموع أرقامها يساوي 4.

1. أحسب $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحادثتين A و B على الترتيب:

2. بين أن $P(A \cap B) = \frac{5}{56}$ ثم استنتج $P(A \cup B)$.

3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب جداء أرقام الكريات المسحوبة.

✓ عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

1. أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على العدد 9.

ب) بين أن العدد $8^{1954} + 1441^{1962} + 5 \times 2^{2021}$ مضاعف للعدد 9.

ج) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $2018^{6n+4} + 2n + 3 \equiv 0 [9]$.

2. من أجل كل عدد طبيعي n نعتبر العدد الطبيعي a_n حيث $a_n = 1 + 2 + 4 + \dots + 2^n$

أ) بين أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$ $a_n = 2^{n+1} - 1$ ثم عين الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون: $a_n \equiv 0 [9]$.

ب) بين أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$ $a_{n+1} = 2a_n + 1$ ثم استنتج أن a_n و a_{n+1} أوليان فيما بينهما.

التمرين الرابع: 07 نقاط

I. 1. الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة: $g(x) = \frac{x}{x+1} + \ln(2) - \ln(x+1)$ و جدول تغيراتها المقابل.

x	-1	0	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	$\ln(2)$	$-\infty$

1. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث

$$-0,7 < \alpha < -0,6 \text{ و } 3,2 < \beta < 3,4$$

2. استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. 1. الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ ب: $f(x) = (2 + \ln 2)x - (x + 2)\ln(x + 1)$ و (C_f) تمثيلها البياني

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل $x \in]-1; +\infty[$ $f'(x) = g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

2. بين أن $f(\beta) = \beta - 2\ln(2) - 1 + \frac{1}{\beta + 1}$ ثم اعط حصر لـ $f(\beta)$.

3. أ) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف Ω يطلب تعيين إحداثيها.

ب) أكتب معادلة للمماس (Δ) لـ (C_f) في النقطة Ω .

4. أ) أرسم كلا من (Δ) و (C_f) يعطى $\{(0;0), (7,26;0), (-0,88;0)\} = (C_f) \cap (xx')$ و

$$\begin{cases} \beta = 3,31 \\ f(\beta) = 1,16 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = -0,63 \\ f(\alpha) = -0,33 \end{cases}$$

ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي تقبل من أجلها المعادلة $f(x) = |m|x$ ثلاث حلول متمايضة.

ج) وضح كيف يمكن رسم (C_h) التمثيل البياني للدالة h المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ ب: $h(x) = -f(x)$

انطلاقاً من (C_f) ثم أرسمه في نفس المعلم السابق.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: 04 نقاط

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) التالية: $5x - 7y = 13$ حيث x و y عددان صحيحان.

1. بين أنه إذا كان العدد الطبيعي d هو القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y فإن $d = 1$ أو $d = 13$.
2. أجد الحل الخاص $(x_0; y_0)$ للمعادلة (E) حيث $x_0 - y_0 = 13$.
(ب) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) .
3. عين الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق $PGCD(x; y) = 13$.
4. ليكن N عددا طبيعيا يكتب $56\beta 5$ في النظام ذي الأساس 7 ويكتب $310\alpha 1$ في النظام ذي الأساس 5 حيث α و β عددان طبيعيان.
✓ جد العددين α و β ثم أكتب العدد N في النظام العشري.

التمرين الثاني: 04 نقاط

1. (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ:
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 1 \end{cases}$$
1. برهن بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $u_n = n^2$.
2. ليكن المجموع S_n حيث $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.
✓ برهن بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
3. عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق $u_{n+1} \equiv u_n [5]$.
4. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = e^{u_{n+1} - u_n}$.
أ) بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها e^2 يطلب حساب حدها الأول ثم أكتب v_n بدلالة n .
ب) أحسب بدلالة n المجموع S'_n حيث $S'_n = \ln v_0 + \ln v_1 + \dots + \ln v_{n-1}$ ثم استنتج مرة أخرى أن $u_n = n^2$.

التمرين الثالث: 05 نقاط

1. عين العددين المركبين α و β حيث
$$\begin{cases} 2\alpha - \sqrt{3}\beta = 3\sqrt{3} - i \\ \alpha i - \beta = 0 \end{cases}$$
- II. نعتبر في المستوى المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقاط A , B و C التي لاحتقاتها على الترتيب: $z_A = \sqrt{3} + i$, $z_B = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $z_C = -1 + \sqrt{3}i$.
1. أكتب كلا من z_A , z_B و z_C على الشكل الأسّي ثم عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها z_A^n حقيقي سالب تماما.
2. أكتب z_B على الشكل المثلثي والجبري ثم استنتج القيم المضبوطة لـ $\cos \frac{5\pi}{12}$ و $\sin \frac{5\pi}{12}$.

3. أ) بين أن $\frac{z_C}{z_A} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ وحدد طبيعة المثلث OAC ثم عين لاحقة النقطة I مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OAC .

ب) استنتج طبيعة التحويل النقطي الذي يحول النقطة A إلى النقطة C محددا عناصره المميزة.

ج) بين أن النقطة B هي صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OC}$ ثم استنتج أن الرباعي $OABC$ مربع.

4. عين طبيعة المجموعة (S) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\arg\left(\frac{z_A - z}{z_C - z}\right) = \pi + 2k\pi$ مع k

عدد صحيح.

التمرين الرابع: 07 نقاط

1. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $g(x) = 2e^x - ex - e$.

1. أدرس تغيرات الدالة g .

2. أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما 1 والآخر α حيث $-0,6 < \alpha < -0,58$.

ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = -2e^{-x} + \frac{1}{2}ex^2 - ex$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى

المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. أ) بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = g(-x)$.

ب) استنتج أن الدالة f متزايدة على المجالين $]-\infty; -1]$ و $[-\alpha; +\infty[$ ومتناقصة على المجال $[-1; -\alpha]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3. عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow -\alpha} \frac{f(x) - f(-\alpha)}{x + \alpha}$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

4. h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $h(x) = \frac{1}{2}ex^2 - ex$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

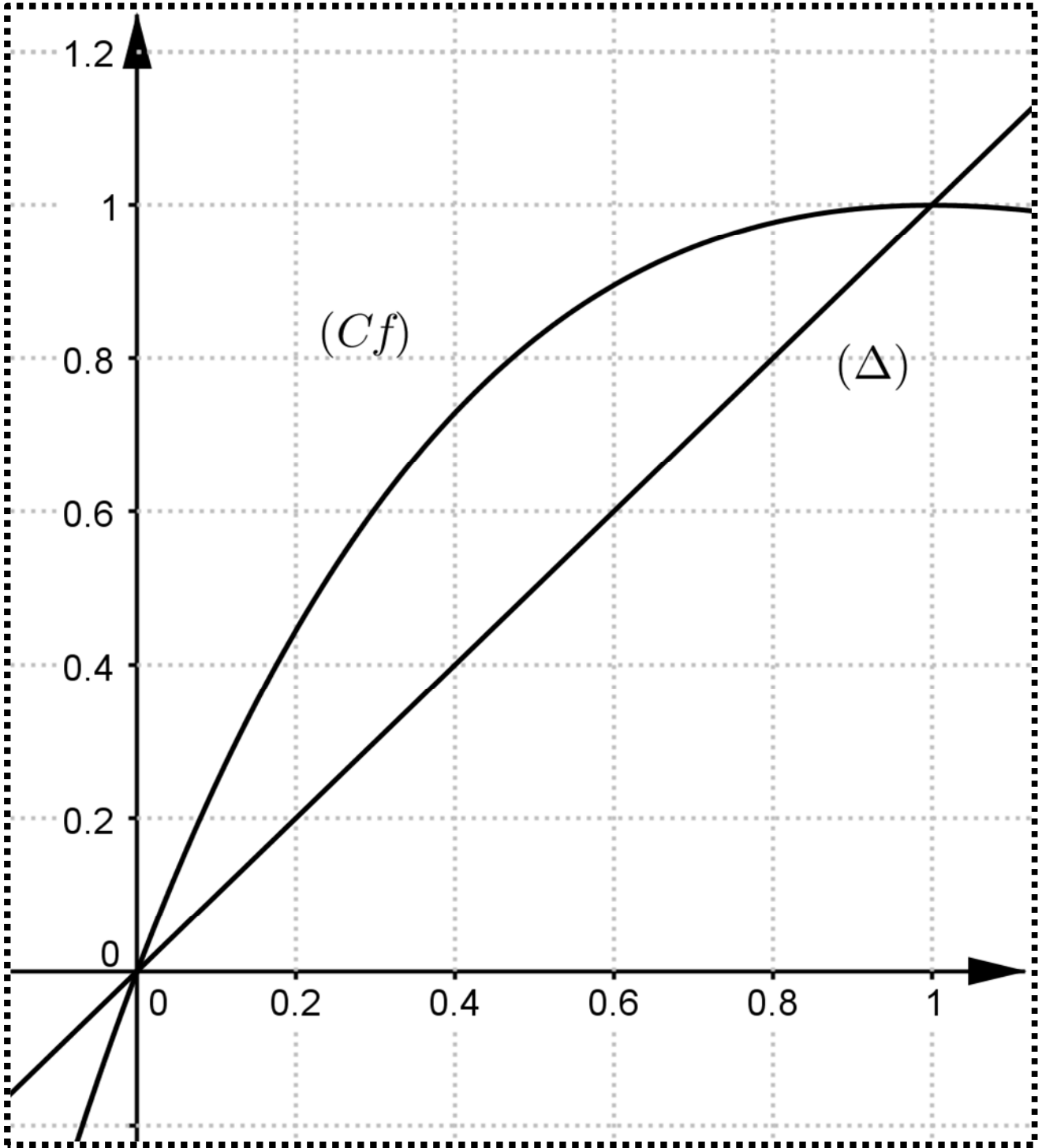
أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - h(x)]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب. أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (C_h) .

5. أ) أحسب $f(0)$ ثم أرسم (C_f) . نقبل أن $\begin{cases} (C_f) \cap (C_h) = \{(2, 1; 0)\} \\ f(-\alpha) = -2,24 \end{cases}$

ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي تقبل من أجلها المعادلة $f(x) = m$ حلين موجبين وحل سالب.

انتهى الموضوع الثاني



الدفع لندوة في احتفالنا لعمالنا الجريديين
حادثة الجاهليين

المستوى: 3 تر

الموضوع: التفاضل

حل التمرين الأول

(018)

(I) نبيان أن الدالة f متزايدة على I :

(1) لدينا الدالة f قابلة للتفاضل على I حيث

$$f'(x) = e^{1-x} - x e^{1-x} = (1-x) e^{1-x}$$

لدينا $f'(x) = 0$ تحاف $x = 1$ لأن $e^{1-x} \neq 0$
وحيث $f'(x) > 0$ عند $x < 1$ و $f'(x) < 0$ عند $x > 1$

وعليه عند أجل $x \in I$ فإن $f'(x) > 0$ وبالتالي، الدالة f متزايدة على I .

(018)

(2) نبيان أنه عند أجل $x \in I$ فإن $f(x) \in I$

لدينا $x \in I$ معناه $x \in [0, 1]$ وحيث $f(x) \in [f(0), f(1)]$

لأن الدالة f متزايدة على I .

$$f(1) = 1$$

$$f(0) = 0$$

$$f(x) \in I$$

وحيث عند أجل $x \in I$ فإن

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{5} \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} \quad \text{(II) لدينا}$$

(1) تمثيل الجدول $u_0, u_1, u_2, \dots$ ولا على حامل محور أفقي

(018)

وهذا تخمين حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

حيث نبيان أن $u_0 < u_1 < u_2 < \dots$ وعلية يبدو أن (u_n) متزايدة

لها على N وحيث N هو أحد (A) و (B) .

0, f8

(2) البرهان بالترجيع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $0 < U_n < 1$

نصرد $P(n)$ للخاتمة $0 < U_n < 1$

لدينا $P(0)$ صحيحة لأن $U_0 = \frac{1}{5}$ و

$0 < \frac{1}{5} < 1$
نفرض أن $P(n)$ صحيحة من أجل $n \in \mathbb{N}$ أي

$0 < U_{n+1} < 1$ $P(n+1)$ صحيحة أي لنبرهن أن

لدينا $0 < U_n < 1$ ولما أن f متزايدة على I فإن $f(1) < f(U_n) < f(0)$

أي $0 < U_{n+1} < 1$ ومنه $P(n+1)$ صحيحة.

وبالتالي حسب مبدأ الاستدلال بالترجيع نستنتج أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$:

$$0 < U_n < 1$$

0, f8

(3) ببيان أن (U_n) متزايدة لها نهاية

$$U_{n+1} - U_n = U_n e^{1-U_n} - U_n = U_n (e^{1-U_n} - 1)$$

لدينا كما سبق $0 < U_n < 1$ ومنه $0 < -U_n < -1$ ومنه

$$e^{1-U_n} < e \quad \text{أي} \quad 0 < 1 - U_n < 1$$

$$0 < e^{1-U_n} - 1 < e - 1$$

$$U_{n+1} - U_n > 0 \quad \text{وعليه} \quad e^{1-U_n} - 1 > 0 \quad \text{وبالتالي}$$

ومن الدال على المحتمل (U_n) متزايدة لها نهاية.

0, 28

الاستنتاج أن (U_n) متقاربة

لدينا (U_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى ومنه فهي متقاربة.

(4) حساب

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$$

0, 8

لما أن (U_n) متقاربة فإن $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = l$ / $l \in \mathbb{R}$ حيث $f(l) = l$

$$L(e^{1-l} - 1) = 0 \quad \text{أي} \quad l e^{1-l} = l \quad \text{لدينا} \quad f(l) = l \quad \text{كاف}$$

$$l = 0 \quad \text{أو} \quad e^{1-l} = e^0 \quad \text{ومنه} \quad l = 1$$

ولما أن $0 < U_n < 1$ متزايدة لها نهاية فإن $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 1$

2

B_2	R_0	V_0
B_2	R_2	V_2
B_4	R_2	

حل المسألة الثانية:

(1) حساب $P(A)$ و $P(B)$:

$$\textcircled{0.8} P(A) = \frac{C_3^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{C_8^3} = \frac{18}{56} = \frac{9}{28}$$

$$\textcircled{0.8} P(B) = \frac{C_1^1 \times C_2^2 + C_4^2 \times C_2^1}{56} = \frac{1 + 12}{56} = \frac{13}{56}$$

$$P(A \cap B) = \frac{5}{56}$$

(2) بيان أن:

$$\textcircled{0.8} P(A \cap B) = \frac{C_1^1 \times C_1^1 \times C_1^1 + C_2^1 \times C_2^1 \times C_1^1}{56} = \frac{5}{56} \quad \text{لدينا}$$

$\textcircled{0.8}$

$P(A \cup B)$

الاستنتاج
لدينا

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{18}{56} + \frac{13}{56} - \frac{5}{56} = \frac{26}{56} = \frac{13}{28}$$

(3) تعريف قانون الاحتمال الذاتي X :

x_i	0	4	8	16
p_i	$\frac{9}{14}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{28}$

$$P(X=0) = \frac{C_2^2 \times C_6^1 + C_2^1 \times C_6^2}{56} = \frac{6 + 30}{56} = \frac{36}{56} = \frac{9}{14}$$

$$P(X=4) = \frac{C_1^1 \times C_4^2}{56} = \frac{6}{56} = \frac{3}{28}, \quad P(X=8) = \frac{C_1^1 \times C_4^1 \times C_1^1 + C_4^3}{56} = \frac{1 + 4}{56} = \frac{5}{56}$$

$$P(X=16) = \frac{C_4^2 \times C_1^1}{56} = \frac{6}{56} = \frac{3}{28}$$

$$\textcircled{0.8} E(X) = \frac{12 + 32 + 48}{28} = \frac{92}{28} = \frac{23}{7}$$

حساب $E(X)$

(3)

وعليه $2n \equiv 2 \times 4 [9]$ $n \equiv 4 [9]$

Ken $\frac{1}{2} n_2 g k + 4$ فيما بينهما ومنه

$$a_n = 1 + 2 + 4 + \dots + 2^n$$

(2) لغز صافجی

٤ / بيان انه حد أجمل

لرضا
2

$$a_n = \frac{1 - 2^{n+1}}{1 - 2} = 2^{n+1} - 1$$

0.8

لكن $n \rightarrow n$ متناهي في نفسه أساسها ∞ وهرها ∞ دليله ∞

المسألة ٥٨

أثبت أن العدد المبرمج n الذي من أجله يكون $a_n = 0$ لدينا
لأننا $a_n = 0$ معناه $[n] \equiv -1 \pmod{2^{n+1}}$ ومعناه $[n] \equiv 1 \pmod{2^{n+1}}$

لدينا $\alpha_n = 0$ حيث $x_{n+1} - x_n \equiv 0 \pmod{p}$ و $x_{n+1} \equiv x_n \pmod{p}$

$$n \leq 6k + 5 \quad \text{if } n \leq 6k - 1 \quad \text{also } n+1 = 6k \quad \text{also}$$

ken $\frac{4}{3}$

(0,8) $a_{n+1}^2 \leq a_n + 9$ $\Rightarrow n \in \mathbb{N}$ د بیان از حد آید

لرضا

$$a_{n+1} = 2^{n+1+1} - 1 = 2 \times 2^{n+1} - 2 + 1$$

دوم

$$a_{n+1} = 2(2^{n+1} - 1) + 1$$

$$a_{n+1} = \lambda a_n + 1$$

و کله ۲

استنتاج a_n و a_{n+1} اولین فرمابندیها:

لدينا $a_{n+1} = 2a_n + 1$ يمكننا كتابة $a_{n+1} - 2a_n = 1$ على 2

حساب مبر $\rightarrow$ نده بیز و بیزج آن a_n و a_{n+1} اولیان $\frac{a_n}{2}$ و $\frac{a_{n+1}}{2}$ بیزها.

بِسْمِ اللَّهِ

5

حل المعرّنة الرابعة

$$D_g =]-1; +\infty[$$

$$g(x) = \frac{x}{x+1} + \ln 2 - \ln(x+1) \quad (I)$$

١/ ثبوت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حليتي α و β حيث

$$3,2 < \beta < 3,4$$

$$-0,6 < \alpha < -0,4$$

لدينا الدالة g مستمرة وناطقة على $]-0,4; -0,6[$ و $]3,2; 3,4[$

$$g(3,2) \times g(3,4) < 0$$

$$g(-0,4) \times g(-0,6) < 0$$

$$\begin{cases} g(3,2) > 0 \\ g(3,4) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} g(-0,4) > 0 \\ g(-0,6) > 0 \end{cases}$$

و عند حساب مبرهن القيمة الوسطية نستنتج أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حليتي α و β حيث $-0,6 < \alpha < -0,4$ و $3,2 < \beta < 3,4$

٠,٨

٢/ استنتاج مسبقاً إشارة $g(x)$

x	-1	α	β	$+\infty$
$g(x)$		-	+	-

(II) لدينا $g(x) = (2 + \ln 2)x - (x+2)\ln(x+1)$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

١/ ثبوت أن

٠,٨

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+2) \left(\frac{(2 + \ln 2)x}{x+2} - \ln(x+1) \right) = -\infty$$

٠,٢٨

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} (x+2) \left((2 + \ln 2)x - (x+2)\ln(x+1) \right) = +\infty$$

٠,٨

$$g'(x) = g(x)$$

٣/ ثبوت أن g متزايدة على $x \in]-1; +\infty[$:
لدينا g متزايدة على $x \in]-1; +\infty[$ فإن

$$g'(x) = 2 + \ln 2 - \left(\ln(x+1) + \frac{x+2}{x+1} \right) = 2 + \ln 2 - \ln(x+1) - \frac{x+2}{x+1}$$

$$g'(x) = \frac{2x+2-x-2}{x+1} + \ln 2 - \ln(x+1)$$

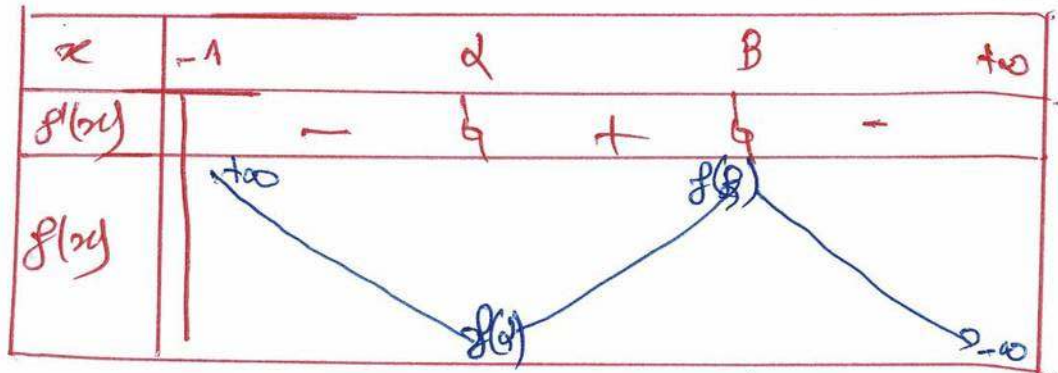
$$g'(x) = \frac{x}{x+1} + \ln 2 - \ln(x+1) = g(x)$$

و منه

٦

نَسْجَلْ حَرَجَل رَافِخِرَاتِ لَدَالَةِ عَفْ

0.8



(2) بَيَانُ أَنَّ $f(B) = B - 2\ln 2 - 1 + \frac{1}{B+1}$

لَدُنَا $f(B) = (2 + \ln 2)B - (B+2)\ln(B+1)$
 وَلَدُنَا $\ln(B+1) = \frac{B}{B+1} + \ln 2$ حَالَهُ $g(B) = 0$

وَمِنْ $f(B) = 2B + B\ln 2 - (B+2)\left(\frac{B}{B+1} + \ln 2\right)$

0.8

$= 2B + B\ln 2 - \frac{B^2 + 2B}{B+1} - B\ln 2 - 2\ln 2$

$= 2B - \frac{B^2 + B + B}{B+1} - 2\ln 2 = 2B - B - \frac{B}{B+1} - 2\ln 2$

$= B - 2\ln 2 - \frac{B+1-1}{B+1} = B - 2\ln 2 - 1 + \frac{1}{B+1}$

$f(B) = B - 2\ln 2 - 1 + \frac{1}{B+1}$ وَعَلَيْهِ

$f(B)$

اَعْطَاهُ حَرَجَل

لَدُنَا $3.2 < B < 3.4$ وَمِنْ $4.2 < B+1 < 4.4$ مِنْ

0.8

$0.81 < B - 2\ln 2 - 1 < 1.01$ وَلَدُنَا $0.23 < \frac{1}{B+1} < 0.24$

$1.04 < f(B) < 1.25$

وَعَلَيْهِ

(3) بَيَانُ أَنَّ (ق) يُجِبُّ تَقَعُّدَ الْخَطِّافِ فِي بَطْلَةِ بَعِيْنِ اِمْرَأَتَيْهَا

لَدُنَا مِنْ اَجْلِ $x \in [-1, 4]$: $f(x) = g(x)$ وَمِنْ $f''(x) = g''(x)$ وَعَلَيْهِ اَنْفَرَقْنَا مِنْ حَرَجَل رَافِخِرَاتِ لَدَالَةِ عَفْ نَلَا حُطَّ أَنْ (ق) تَتَعَدَّدُ مِنْ

اَجْلِ 220 وَأَخِيرَ عَشْرًا رَافِخِرَاتِ لَدَالَةِ عَفْ نَلَا حُطَّ أَنْ (ق) تَتَعَدَّدُ اَنْفَرَقْنَا مِنْ

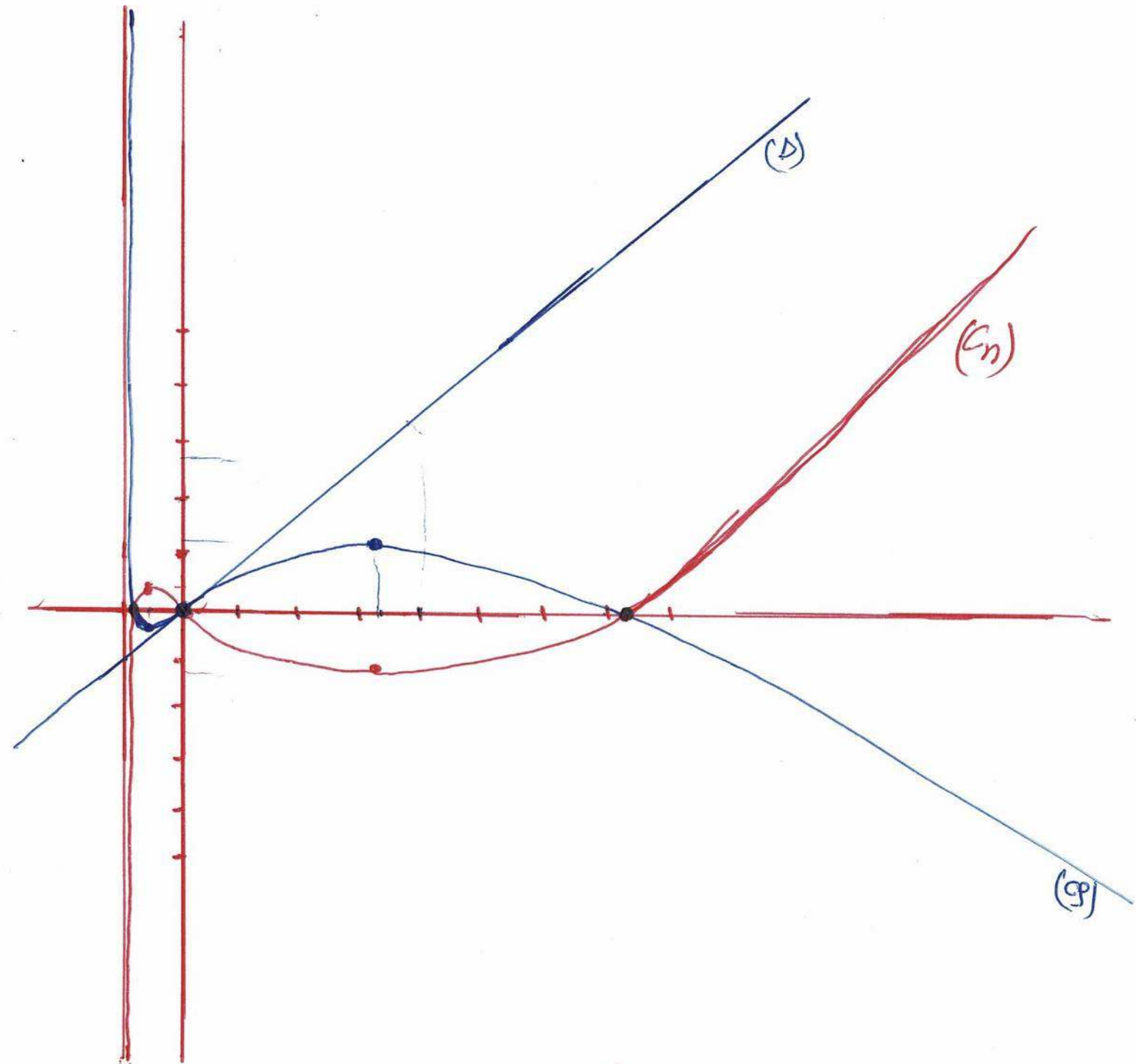
0.8

(د) مُتَابَعَةُ صَادِقَةِ الْعَاسَةِ (د) لَدُنَا (ق) مِنْ لَدُنَا (د) : $y = \ln(x)x$ لَدُنَا (د) : $y = f'(0)(x-0) + f(0)$ وَمِنْ

٢

(4) الرسم لـ (د) و (ج):

(78)



(ب) تعيين قيم m الحقيقية التي يقبل عندها المعادلة $f(x) = |m|x$ ثلاث حلول متميزة؟

الذي هنا أجل $f(m) \in]f(a); f(b)[$ أي $m \in]- \infty; \infty[$
 لدينا هنا أجل $0 \leq |m| < \infty$ أي هنا أجل $|m| < \infty$ و $|m| \geq 0$
 ومنه هنا أجل $m \in]- \infty; \infty[$ فإن المعادلة $f(x) = |m|x$ تقبل
 ثلاث حلول متميزة

(8)

(8)

9

الموضوع الثاني :

حل أمثلة الأول :

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) التالية $5x - 7y = 13$
 (1) نبيان أنه إذا كان $\text{PGCD}(x, y) = d$ فإن $d \mid 13$ أو $d \mid 1$:

لدينا $d \mid x$ و $d \mid y$ ومنه $d \mid 5x - 7y$ أي $d \mid 13$
 ولذا أن d عدد أولي فإن $d \mid 13$ أو $d \mid 1$

(2) إيجاد الحل الخاص للمعادلة (E) حيث $x_0 - y_0 = 13$

لدينا $\begin{cases} 5x_0 - 7y_0 = 13 & (1) \\ x_0 - y_0 = 13 & (2) \end{cases}$ ومنه $y_0 = x_0 - 13$ ومنه $5x_0 - 7x_0 + 91 = 13$

ومنه $x_0 = 39$ $5x_0 - 7y_0 = 13$ $y_0 = 26$ ومنه الحل الخاص للمعادلة (E) حيث $x_0 - y_0 = 13$ هو $(39, 26)$

(3) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) :

لدينا $\begin{cases} 5x - 7y = 13 \\ 5 \times 39 - 7 \times 26 = 13 \end{cases}$ ومنه $5(x - 39) - 7(y - 26) = 0$

أي $5(x - 39) = 7(y - 26)$ ولذا أن $5 \mid 7(y - 26)$ أوليان فيما يليهما فإن حسب

مبرهنة غول $\begin{cases} 5 \mid y - 26 \\ 7 \mid x - 39 \end{cases}$ أي $\begin{cases} y - 26 = 5k \\ x - 39 = 7k \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} x = 7k + 39 \\ y = 5k + 26 \end{cases}$

أي $\begin{cases} x = 7k + 4 \\ y = 5k + 1 \end{cases}$ حيث k عدد صحيح.

ومنه حلول المعادلة (E) هي الثنائيات $(7k + 4, 5k + 1) \mid k \in \mathbb{Z}$

لدينا $5x - 7y = 13$ ومنه $5x = 7y + 13$ أي $5x \equiv 13[7]$

ومنه $5x \equiv 20[7]$ أي $5x \equiv 5 \times 4[7]$ ومنه $x \equiv 4[7]$

لذا أن 5 و 7 أوليان فيما يليهما. ومنه $x = 7k + 4$ ولدينا $7y = 5x - 13$ أي $7y \equiv -13[5]$ ومنه $7y \equiv 2[5]$

أي $7y \equiv 7[5]$ ومنه $y \equiv 1[5]$ ومنه $y = 5k + 1$

وعليه حلول المعادلة هي الثنائيات $(7k + 4, 5k + 1) \mid k \in \mathbb{Z}$

(3) تحديد المتباينات (x,y) حلول لمعادلة (E) في حقل $\mathbb{Z}_2$ حيث $\text{PGCD}(x,y)=13$ ،
 ومنه $\begin{cases} x \equiv 0 [13] \\ y \equiv 0 [13] \end{cases}$ و $\begin{cases} 13 | x \\ 13 | y \end{cases}$

$$\left\{ \begin{array}{l} rk \equiv 35 [13] \\ sk \equiv 25 [13] \end{array} \right\} \xrightarrow{L_1} \left\{ \begin{array}{l} rk \equiv 9 [13] \\ sk \equiv 12 [13] \end{array} \right\} \xrightarrow{L_2} \left\{ \begin{array}{l} rk+4 \equiv 0 [13] \\ sk+11 \equiv 0 [13] \end{array} \right\}$$

$$\begin{cases} k \equiv S[13] \\ k \equiv S[13] \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} k \equiv S \times S[13] \\ k \equiv S \times S[13] \end{cases}$$

$$\text{PGCD}(5, 13) = 1 \quad , \quad \text{PGCD}(7, 13) = 1 \quad \text{✗} \quad \Delta^{\text{SI}}$$

PER $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 13 P+S $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

$$\begin{cases} x = 91P + 39 \\ y = 65P + 26 \end{cases} \quad \text{وحيث} \quad \begin{cases} x = 7(13P + 5) + 4 \\ y = 5(13P + 5) + 4 \end{cases}$$

وعليه الشكوك (x,y) حلول لمعادلة (E) التي هي حقيقة $PGCP(x,y) = 13$

$$p \in \mathbb{Z} \quad \frac{\sum_{i=1}^p (91p + 39; 65p + 26)}{N = 310 \times 15} \quad \text{و } N = 56 \text{ BS}$$
 (4)

$$N_2S_5X^3 + 6X^2 + \beta + S = \beta + 2014$$

$$N = 3 \times 5^4 + 5^3 + 5\alpha + 1 = 5\alpha + 2001 \quad / \quad 0 \leq \alpha \leq 4$$

$$\textcircled{1} \quad S_A - F_B = 13 \quad \text{vs} \quad S_A + 2001 = F_B + 2014 \quad \text{also}$$

وعليه فالمطابقة مع المعادلة (E) فإن

$k \geq 0$ $\alpha \text{ و } \beta$ $0 \leq \alpha \leq 4$ $0 \leq \beta \leq 4$ $\text{و } \beta = 1$ $\text{و } d \geq 4$ $\text{و } d \geq 4$

حُكْمُهُ لَا فِيهِ لَفْظٌ أَحَدٌ شَرِيحٌ
لَدُنِي

$\begin{cases} N_2 \text{ 2014} + F \times N_2 \text{ 2021} \\ N_2 \text{ 2001} + S \times Y_2 \text{ 2021} \end{cases} \rightarrow \text{si}$

حل تمرين الثاني :

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = U_n + 2n + 1 \end{cases}$$

لدينا

(0, FS)

(1) البرهان بالتراجع أنه صدق لكل $n \in \mathbb{N}$: $U_n = n^2$

نحضر د. P(n) للاختبار

لدينا P(0) صحيحة لأن

$$U_0 = 0 = 0^2$$

نفرض أن P(n) صحيحة صدق لكل $n \in \mathbb{N}$: $U_n = n^2$ ولنبين أن P(n+1) صحيحة أي لنبين أن

$$U_{n+1} = (n+1)^2$$

لدينا

$$U_{n+1} = U_n + 2n + 1$$

$$U_{n+1} = n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$$

ولها أن $U_n = n^2$ فإن

وهذا P(n+1) صحيحة لأن حسب مبدأ ال. د. نثبت أنه صدق لكل $n \in \mathbb{N}$: $U_n = n^2$

$$U_n = n^2$$

(2) لدينا

$$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$$

(2) البرهان بالتراجع أنه صدق لكل $n \in \mathbb{N}$: $S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(0, FS)

نحضر د. P(n) للاختبار

لدينا P(0) صحيحة لأن

$$S_0 = \frac{0(0+1)(2 \times 0 + 1)}{6} = 0 = U_0$$

نفرض أن P(n) صحيحة صدق لكل $n \in \mathbb{N}$ ولنبين أن P(n+1) صحيحة أي لنبين أن

$$S_{n+1} = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$$

لدينا

$$\begin{aligned} S_{n+1} &= S_n + U_{n+1} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2 \\ &= \frac{(n+1)(2n^2 + 7n + 6)}{6} \end{aligned}$$

ولها أن

$$(n+2)(2n+3) = 2n^2 + 7n + 6$$

فإن

$$S_{n+1} = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$$

وهذا P(n+1) صحيحة وبذلك صدق لكل $n \in \mathbb{N}$: $S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

(0,8)

$$U_{n+1} \equiv U_n [5]$$

(3) أحيى في أحد الجوانب الخ طقة

$$(2n+1) \quad U_{n+1} - U_n \equiv 0 [5] \quad \text{لدينا } U_{n+1} \equiv U_n [5]$$

$$2n \equiv 4 [5] \quad \text{و } 2n \equiv -1 [5] \quad \text{و } 2n+1 \equiv 0 [5]$$

$$\text{و } 2n \equiv 2 \times 2 [5] \quad \text{و } 2n \equiv 2 [5] \quad \text{و } 2n \equiv 2 [5] \quad \text{و } 2n \equiv 2 [5]$$

$$V_{n2} e^{k \in \mathbb{N}} \quad \text{و } n=5k+2 \quad \text{و } n \in \mathbb{N}$$

١٩ تبيان أن (V_n) متناهي الحد و e^2 أساسا

(0,78)

$$V_{n+1}^2 e^{2n+2+1} = e^2 \times e^{2n+1} = e^2 V_n^2$$

وعلية (V_n) متناهي الحد و e^2 أساسا

$$V_{n+1}^2 e^{2n+2-2n+1} = e^{2n+3-2n-1} = e^2$$

$$V_{n+1}^2 e^{2n+2-2n+1} = e^{2n+3-2n-1} = e^2 \quad \text{و } V_n^2 e^{2n+1-2n} = e^2 V_n$$

$$V_n^2 \times V_0 \times q^n = e \times (e^2)^n = e^{2n+1}$$

كتابة V_n بدلالة n

$$S'_n = \ln V_0 + \ln V_1 + \dots + \ln V_{n-1} \quad \text{و } S'_n = \ln V_n$$

لدينا $\ln V_n = 2n+1$

(0,78)

وعلية 1 و $t=2$

$$S'_n = \frac{n}{2} (1 + 2(n-1) + 1) = \frac{n}{2} (2 + 2n - 2) = n^2$$

ط ٥

$$S'_n = \ln(V_0 \times V_1 \times \dots \times V_{n-1}) = \ln(V_0 \times V_0 \times q \times \dots \times V_0 \times q^{n-1})$$

$$= \ln(V_0^n \times q^{1+2+\dots+n-1}) = \ln V_0^n + \ln q^{1+2+\dots+n-1}$$

$$S'_n = n \ln V_0 + \frac{n-1}{2} (n) \times \ln q = n + (n-1)n = n(n-1+1) = n^2$$

استنتاج 2 مرة أخرى أن $U_n = n^2$

$$S'_n = U_1 - U_0 + U_2 - U_1 + \dots + U_n - U_{n-1}$$

$$S'_n = U_n - U_0$$

(0,8)

$$U_n = S'_n + U_0 = n^2 + 0 = n^2$$

و

(4)

حل المبرين الثالث :

(I) احيين اوجدنا d و β حيث :

$$\begin{cases} 2\alpha - \sqrt{3}\beta = 3\sqrt{3} - i & \text{--- (1)} \\ \alpha i - \beta = 0 & \text{--- (2)} \end{cases}$$

لدينا من (2) $\beta = \alpha i$ ومنه (1) نحافه

$$\alpha(2 - \sqrt{3}i) = 3\sqrt{3} - i \quad \text{أي} \quad 2\alpha - \sqrt{3}\alpha i = 3\sqrt{3} - i$$

ومنه
$$\alpha \frac{2 - \sqrt{3}i}{2 - \sqrt{3}i} = \frac{(3\sqrt{3} - i)(2 + \sqrt{3}i)}{4 - 3i^2} = \frac{6\sqrt{3} + 9i - 2i + \sqrt{3}}{7}$$

$$\frac{7\sqrt{3} + 7i}{7} = \sqrt{3} + i$$

ومنه
$$\beta = (\sqrt{3} + i)i = -1 + \sqrt{3}i$$

$$\beta = -1 + \sqrt{3}i$$

$$\alpha = \sqrt{3} + i$$

وبالتالي

(II) لدينا
$$Z_A = \sqrt{3} + i \quad Z_B = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}} \quad Z_C = -1 + \sqrt{3}i$$

(1) كتابة كل واحد Z_A, Z_B, Z_C على الشكل الأسّي :

$$Z_A = \sqrt{3} + i = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right) = 2 e^{i\frac{\pi}{6}}$$

$$Z_B = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}} \quad Z_A = 2\sqrt{2} e^{i\frac{5\pi}{12}}$$

$$Z_C = -1 + \sqrt{3}i = 2 \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) = 2 e^{i\frac{2\pi}{3}}$$

(2) احيين في العدد الجبري n التي يكون من أجلها Z_A^n حقيقيًا سالبةً سالبةً سالبةً :

Z_A^n حقيقيًا سالبةً سالبةً سالبةً $\Rightarrow \text{Arg}(Z_A^n) = \pi + 2k\pi$ $\Rightarrow n \text{Arg}(Z_A) = \pi(1 + 2k)$ $\Rightarrow \frac{n\pi}{6} = \pi(1 + 2k)$ $\Rightarrow n = 6(1 + 2k)$ $\Rightarrow n = 6, 18, 30, \dots$

(3) كتابة Z_B على الشكل الجبري والجبري :

(928)
$$Z_B = \sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12} \right)$$

(928)
$$Z_B = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}} \times (\sqrt{3} + i) = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) (\sqrt{3} + i)$$

$$= (1 + i)(\sqrt{3} + i) = \sqrt{3} + i + \sqrt{3}i - 1 = \sqrt{3} - 1 + (\sqrt{3} + 1)i$$

استنتاج : احيين اوجدنا d و β حيث :

$$\begin{cases} \cos \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \\ \sin \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} \end{cases}$$

بالمطابقة بين الشكل الجبري والجبري نجد :

$$\cos \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$$

$$2\sqrt{2} \sin \frac{5\pi}{12} = \sqrt{3} + 1$$

(3) إثبات أن $\frac{Z_C - Z_0}{Z_A - Z_0} = e^{i\frac{\pi}{2}}$

0.28

$$\frac{Z_C - Z_0}{Z_A - Z_0} = e^{i\frac{\pi}{2}} = e^{i\frac{\pi}{2}}$$

0.8

نحصل نتيجة الجدل θ_{AC} :
لدينا $\frac{Z_C - Z_0}{Z_A - Z_0} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ كما في $\frac{Z_C}{Z_A} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ ومنه

وعليه الجدل θ_{AC} قائم θ و $\theta_{AC} = \theta_A$
 $(\vec{\theta}_A; \vec{\theta}_C) = \frac{\pi}{2}$

أخيرا نلاحظ ان نقطة I مركز الدائرة المحيطة بالمثلث θ_{AC} 0.28

لما ان الجدل θ_{AC} قائم θ وحساوي لساقين فان I منتصف القطعة [AC]
وعليه $Z_I = \frac{Z_A + Z_C}{2} = \frac{\sqrt{3} + i - 1 + \sqrt{3}i}{2} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} + \frac{\sqrt{3} + 1}{2}i$

(د) استنتاج نتيجة التحويل الذي يحول C الى A مع تصدير عناصر المجموعة :
لدينا $\frac{Z_C - Z_0}{Z_A - Z_0} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ كما في $Z_C - Z_0 = e^{i\frac{\pi}{2}}(Z_A - Z_0)$

ومنه C هو A بالدوران الذي مركزه θ وزاوية $\frac{\pi}{2}$:
(ج) إثبات أن B هو A بالانعكاس الذي لمركزه θ :
 B هو A بالانعكاس الذي لمركزه θ معناه $\vec{\theta}_B = \vec{\theta}_A$

لدينا $Z_{AB} = Z_C - Z_0 = Z_C = -1 + \sqrt{3}i$
 $Z_{AB} = Z_B - Z_A = \sqrt{3} - 1 + (\sqrt{3} + 1)i - \sqrt{3} - i = -1 + \sqrt{3}i$
لدينا $Z_{AB} = Z_C$

ومنه B هو A بالانعكاس الذي لمركزه θ :
نحصل نتيجة الجدل θ_{ABC} مربع :
لما ان $\theta_{AC} = \theta_A$ و $\theta_{BC} = \theta_A$ و $(\vec{\theta}_A; \vec{\theta}_C) = \frac{\pi}{2}$

0.28

فان θ_{ABC} مربع :
(4) أخيرا نلاحظ ان المجموعة (S) التي تحقّق $Az\left(\frac{Z_A - Z}{Z_C - Z}\right) = \bar{\pi} + 2k\pi$

معناه $Az\left(\frac{Z_A - Z}{Z_C - Z}\right) = \bar{\pi} + 2k\pi$ وعلية المجموعة (S) هي القطعة [AC] مع اعدا لنقطتين A و C :
0.8

6

حل المسألة الأولى

$D_g \subset \mathbb{R}$

(I) لدينا $g(x) = 2e^x - ex - e$ حيث

1.8

أ) استخرج أثيرات الدالة g

نحسب النهايات لـ $g(x)$: $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x (2 - \frac{ex}{e^x} - \frac{e}{e^x}) = +\infty$

حساب $g'(x)$

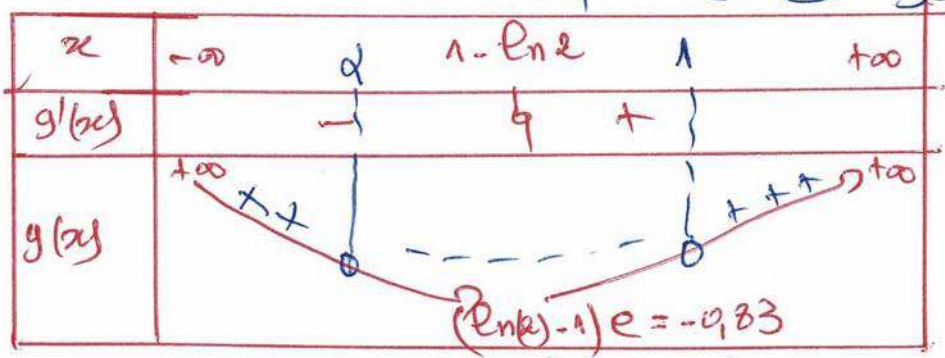
$g'(x) = 2e^x - e$

لزيادة أثير $x \in \mathbb{R}$

أ) استخرج أثيرات g ، حيث $g'(x) = 0 \iff 2e^x - e = 0 \iff e^x = \frac{e}{2} \iff x = \ln \frac{e}{2}$ ومنه

x	$-\infty$	$\ln \frac{e}{2} = 1 - \ln 2$	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+

وحدة الدالة g متناقصة على $]-\infty, 1 - \ln 2]$ و متزايدة على $[\ln \frac{e}{2}, +\infty[$.
نستخرج أثيرات الدالة g



$g(1 - \ln 2) = 2e - e(1 - \ln 2) - e = (\ln 2 - 1)e$
 ب) نبيان أن لمعادلة $g(x) = 0$ فصل حليين أحدهما (صحيح) والآخر α حيث $-0.6 < \alpha < -0.58$

0.28

لدينا $g(1) = 2e - e - e = 0$

ولدينا الدالة g متناقصة حتمية على $]-0.6, -0.58]$ و

القيمة المتوسطة لحاط g : $g(-0.6) < 0$ و $g(-0.58) > 0$ ومنه حسب مبرهنة

هنا α نستنتج أن لمعادلة $g(x) = 0$ فصل حليين أحدهما α حيث $-0.6 < \alpha < -0.58$ والآخر 1

0.18

استنتاج حسب مبرهنة $g(x)$: $g(x)$

x	$-\infty$	α	1	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-	+

٢

Pp2 IR

$$f(x) = 2e^{-x} - 2e^{-x} + \frac{1}{2}e^{x^2} - ex$$

(II)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

(1) حساب

$$\textcircled{0,28} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} \left(-2 + \frac{1}{2}e^{x^2}e^x - ex e^x \right) = -\infty$$

$$\textcircled{0,28} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(\frac{-2}{x^2 e^x} + \frac{1}{2}e - \frac{e}{x} \right) = +\infty$$

(2) ا ب ي ا ن ا ن ه ح ا ب ل : $x \in \mathbb{R}$ ل ر ض ا م ا ب ل
 $f'(x) = g(-x)$: $x \in \mathbb{R}$ ل ر ض ا م ا ب ل

$$f'(x) = 2e^{-x} + ex - e$$

$$= 2e^{-x} - e(-x) - e = g(-x)$$

(3) ا م ت ت ا ج ا ن ل ل ا ل L

و ح ت ا ق م ا ب ل ل ل ل ل ل ل ل L : $[-1, -\alpha]$
 ل ر ض ا م ا ب ل : $f(x) = 0$ ت ك ا ف ا : $g(-x) \geq 0$ ا ف : $x \geq 1$ و ح ت : $x \geq -\alpha$
 $x \geq -1$ و ح ت : $x \geq 1$

ل ر ض ا م ا ب ل : $g(-x) > 0$ ت ك ا ف ا : $x \in]-\infty, \alpha[$ و ح ت : $x \in]-\infty, -1[$

$x \in]-\infty, -1[$ و ح ت : $x \in]-\infty, -1[$

و ح ت : $g(-x) < 0$ ت ك ا ف ا : $x \in]-\alpha, 1[$ و ح ت : $x \in]-\alpha, 1[$

و ح ت : ك ا ف ا : $f'(x)$ ت ك ا ف ا : ك ا ف ا

x	$-\infty$	-1	$-\alpha$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+

و ح ت : ل ل ل ل ل ل ل ل ل ل ل ل ل ل ل ل ل L و ح ت : ل ل ل ل ل ل ل ل ل L

ل ل ل ل ل ل ل ل ل L : $]-\alpha, +\infty[$ و ح ت : $]-\infty, -1[$
 ل ل ل ل ل ل ل ل ل L : ل ل ل ل ل ل ل ل L

$$f(-1) = -2e + \frac{1}{2}e + e = -e + \frac{1}{2}e = -\frac{1}{2}e$$

x	$-\infty$	-1	$-\alpha$	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$-\frac{1}{2}e$	$f(-\alpha)$	$+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x) - f(-a)}{x + a}$$

(9) أحسب دون حساب

0.28 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x) - f(-a)}{x + a} = f'(-a) = g(a) = 0$

تفسير النتيجة بيانياً:

نقول أن (Cf) يقبل مماساً موازياً لـ $x = -a$ في $x = -a$ ، إذ $f'(-a) = 0$.

(4) نبيان (9) يقبل ثمة الخطاف يطلب أحسن ابدأ ثباتاً

لدينا $g(x) = f'(x)$ ومنه $g'(x) = f''(x)$

لدينا $f''(x) = 2x - \ln x$ أي $g'(x) = 2x - \ln x$ أي $x = \ln(x) - 1$

لدينا $f''(x) > 0$ كافية $g'(x) > 0$ أي $g'(-x) < 0$

ومن $x \in]\ln(x) - 1; +\infty[$ ومنه $x \in]-\infty, 1 - \ln(x)[$

وعليه إشارة $f''(x)$ تكون كالآلة

طالع

x	$-\infty$	$\ln(x) - 1$	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+

لأن f'' اخدمت صفاً $x = \ln(x) - 1$ ومنه إشارة f'' كما في الجدول

$\Omega(\ln(x) - 1; f(\ln(x) - 1))$ أي $\Omega(\ln(x) - 1; \frac{1}{2}e(\ln(x) - 1)^2 - e \ln(x))$

نكون $f(\ln(x) - 1) = -2e + \frac{1}{2}e(\ln(x) - 1)^2 - e \ln(x) - 1$

$= -e + \frac{1}{2}e(\ln(x) - 1)^2 - e \ln(x) + e$

$= \frac{1}{2}e(\ln(x) - 1)^2 - e \ln(x)$

$D_R = \mathbb{R} / h(x) = \frac{1}{2}ex^2 - ex$ (5)

$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - h(x)]$ إذا حساب

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -2e^{-x} = 0$

تفسير النتيجة بيانياً:

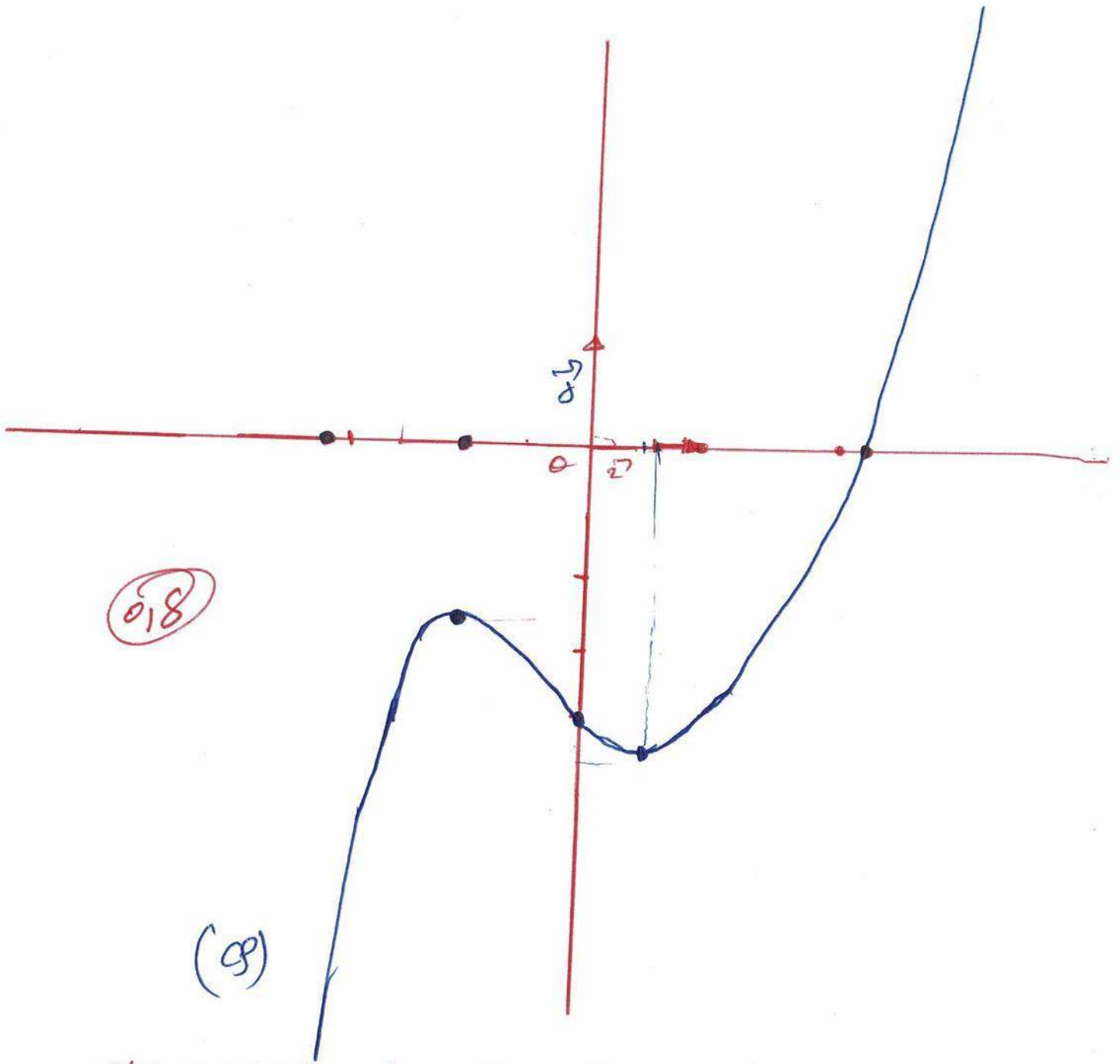
نقول أن (Cf) و (Ch) صفاً بان عند $+\infty$

(د) إشارة الفتح ليس (Cf) و (Ch)

0.18 $x \in \mathbb{R}$ $f(x) - h(x) = -2e^{-x}$ فإن (Cf) يقبل خطاً (C_h) من أجل $x \in \mathbb{R}$

(5) أحسب $f(0)$ من (C) :
 لدينا $8(0)^2 - 2$

(0,28)



(0,8)

(9)

ج) أحييني بياناً وضح الوسط الحرجة m^2 التي تقل عن أجلها لمعادلة $8(x)^2 m$ حلها موجبة وحل سالبة
 لدينا من أجل $m \in]8(-9)$ فإن لمعادلة تقل حلها موجبة وحل سالبة.

(0,28)

(16)

