



المستوى الثالثة ثانوي تسيير و اقتصاد

المدة: 2 سا

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول (6 ن):

- I. حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :
- (1) $(e^x - 4)(e^x + 3) = 0$
- (2) $e^{x^2+4x-5} = e^{x-1}$
- (3) $\ln(x - 2) = 4$

- II. (أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة ذات المجهول t : $2t^2 - 5t + 2 = 0$
- (ب) استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة ذات المجهول x : $2e^{2x} - 5e^x + 2 = 0$

التمرين الثاني (6 ن):

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عينه مع التبرير:

- (1) نعتبر الدالة f معرفة على $]-\frac{1}{2}; 2[$ بـ: $f(x) = \ln(2x - 1) + \ln(-x + 2)$ ، الدالة المشتقة f' للدالة f هي:

$$f'(x) = \frac{5}{(2x-1)(-x+2)} \quad (\text{ب})$$

$$f'(x) = \frac{-4x+5}{(2x-1)(-x+2)} \quad (\text{أ})$$

$$f'(x) = \frac{4x+3}{(2x-1)(-x+2)} \quad (\text{ج})$$

- (2) نعتبر الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 8x^3 + 1$ ، الدالة الأصلية F للدالة f و التي تحقق $F(1) = 0$ معرفة بـ:

$$F(x) = 2x^4 + x - 3 \quad (\text{ب})$$

$$F(x) = x^4 + 1 \quad (\text{أ})$$

$$F(x) = 3x^4 - 1 \quad (\text{ج})$$

- (3) قيمة التكامل $\int_0^1 (x^3 - 3x + 1)dx$ هو:

$$-\frac{3}{4} \quad (\text{ج})$$

$$-\frac{1}{4} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{1}{4} \quad (\text{أ})$$

التمرين الثالث (8 ن):

I. g دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = -1 + x^2 + \ln x$

- (1) أحسب نهاية الدالة g عند أطراف مجال تعريفها
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها
- (3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,99 < \alpha < 1,01$
- (4) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II. f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا

ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (يعطى $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$)

(2) أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(4) أنشئ (C_f) مع العلم أن $f(\alpha) = 0$

(5) نعتبر الدالة F معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{2}(\ln x)^2$

أ) بين أن F أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$

ب) احسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمت التي معادلاتها: $y = 0$ ،
 $x = 2$ و $x = 4$

التصحيح النموذجي :

التمرين الأول (6 ن):

I. حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

$$(1) S = \{\ln 4\}$$

$$(2) S = \{-4; 1\}$$

$$(3) S = \{e^4 + 2\}$$

II. (أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة ذات المجهول t : $t_1 = \frac{1}{2}; t_2 = 2$

(ب) استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة ذات المجهول x : $x_1 = \ln\left(\frac{1}{2}\right); x_2 = \ln 2$

التمرين الثاني (6 ن):

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عينه مع التبرير:

(1) نعتبر الدالة f معرفة على $]-\frac{1}{2}; 2[$ بـ: $f(x) = \ln(2x - 1) + \ln(-x + 2)$ ، الدالة المشتقة f' للدالة f هي: $f'(x) = \frac{-4x+5}{(2x-1)(-x+2)}$

(2) نعتبر الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 8x^3 + 1$ ، الدالة الأصلية F للدالة f و التي تحقق $F(1) = 0$ معرفة بـ: $F(x) = 2x^4 + x - 3$

(3) قيمة التكامل $\int_0^1 (x^3 - 3x + 1)dx$ هو: $-\frac{1}{4}$

التمرين الثالث (8 ن):

I. g دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = -1 + x^2 + \ln x$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$$

(2) الدالة g متزايدة تماما على $]0; +\infty[$

(3) اثبات أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,99 < \alpha < 1,01$

الدالة g مستمرة و متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$ فهي مستمرة و رتيبة على المجال $[0,99; 1,01]$ و لدينا $g(0,99) \times g(1,01) < 0$ و منه حسب نظرية القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,99 < \alpha < 1,01$

(4) إشارة $g(x)$ حسب قيم x :

لما $x \in]0; \alpha]$: $g(x) < 0$ و لما $x \in [\alpha; +\infty[$: $g(x) > 0$

II. f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

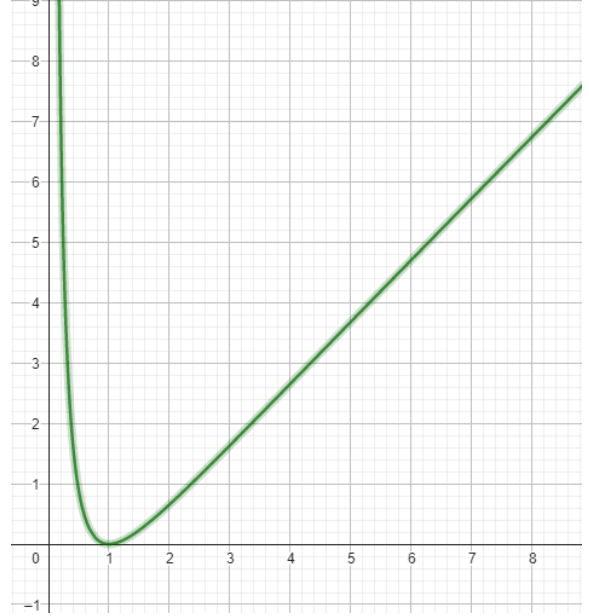
(1) أ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ المستقيم ذو المعادلة $x=0$ مقارب عمودي للمنحنى (C_f)

ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(2) من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(3) الدالة f متناقصة على المجال $]0; \alpha]$ و متزايدة على المجال $[\alpha; +\infty[$

(4) انشاء (C_f) مع العلم أن $f(\alpha) = 0$:



(5) نعتبر الدالة F معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{2}(\ln x)^2$

أ) F أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$ معناه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $F'(x) = f(x)$

ب) مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمت التي معادلاتها: $y = 0$ ، $x = 2$ و

$$\int_2^4 \left(x - 1 - \frac{\ln x}{x} \right) = F(4) - F(2) = 4 - \frac{3(\ln 2)^2}{2} = 3.27 \text{ cm}^2 \text{ هو } x = 4$$