

التمرين الأول

لكل سؤال يوجد إقتراح واحد صحيح عيّنه مع تبرير .

1. الدالة الوحيدة f القابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و التي تحقق $f' = 2f$ و $f(0) = 1$ هي :

$f(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$ [أ]

$f(x) = e^{\frac{1}{2}x}$ [ب]

$f(x) = -2e^x$ [ج]

2. الدالة f المعرفة على $]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$: $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ هي :

[أ] زوجية

[ب] فردية

[ج] زوجية و لا فردية

3. حلول المعادلة $-2e^{-2x} + e^{-x} + 1 = 0$ هي :

[أ] $0, -1$

[ب] $0, -\frac{1}{2}$

[ج] 0

4. العبارة $\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ تساوي :

[أ] $\frac{1}{e^x + e^{-x}}$

[ب] $\frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$

[ج] 0

5. العدد الحقيقي $\ln(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{2022} + \ln(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{2022}$ يساوي :

[أ] 2022

[ب] 0

[ج] 2

التمرين الثاني

[1] g دالة معرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x - 1 - 2\ln x$ و (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا .

2. أ . بين أنه $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$.

ب . أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

ج . برهن أنه المعادلة $g(x) = 0$ قبل حلبي أحدهما 1 و الآخر α حيث $3,5 < \alpha < 3,6$.

د . حدّد إشارة $g(x)$ ثم استنتج إشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$.

[2] f دالة معرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي : $\begin{cases} f(x) = -x^2 + x + x^2 \ln x & (x > 0) \\ f(0) = 0 \end{cases}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الرسم cm $\|\vec{i}\| = 3$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$ ثم فسّر النتيجة هندسيا .

2. أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

3. بيّن أنّه مع أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = xg\left(\frac{1}{x}\right)$.

4. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

5. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) الذي يشمل مبدأ المعلم .

6. بيّن أنّه : $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \frac{\alpha-1}{2\alpha^2}$ استنتج حصرا $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$.

7. أرسم المنحنى (C_f) على المجال $[0; 3]$.

8. عيّنه بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $x^2(\ln x - 1) = -x + |m|$ ثلاثة حلول مختلفة .

[3] h دالة معرفة $[0; 1]$ بـ : $h(x) = f(e^x)$.

اعتمادا على جدول تغيرات الدالة f استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم أرسم (C_h) المنحنى البياني للدالة h في نفس المعلم.