

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتين:

الموضوع الأول

التمرين الأول 5 نقاط :

(u_n) متتالية عددية معرفة بحددها الأول $u_0 = 6$ والعلاقة التراجعية: $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$

(1) أ - أثبت بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n + 3$.

ب - بين أن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = -\left(\frac{2}{3}\right)^n$.

ج - استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

(2) (v_n) متتالية عددية معرفة بحددها الأول v_0 والعلاقة: $v_n = u_n - 3$

أ . اكتب الحد العام v_n بدلالة n

ب . بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين حددها الأول وأساسها.

(3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{2021}$, $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{2021}$

. احسب المجموع S ثم استنتج قيمة S' .

التمرين الثاني 4 نقاط :

الدالة g معرفة على المجال $]2; +\infty[$ و (C) تمثيلها البياني حيث: $g(x) = \frac{(x-1)^2}{x-2}$

أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

أ . من أجل كل عدد حقيقي x من $]2; +\infty[$: $g(x) = x + \frac{1}{x-2}$

ب . المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = \frac{3}{4}x - 1$ مماس لـ (C) عن النقطة ذات الفاصلة 0.

ج . الدالة g متزايدة تماما على المجال $]2; +\infty[$

د . القيمة المتوسطة للدالة g على المجال $[3; 4]$ هي $8 + \ln 2$

التمرين الثالث 4 نقاط:

لكل سؤال ثلاث إجابات مقترحة اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير:

(1) (u_n) متتالية حسابية معرفة بـ $u_4 = 49$ و $u_6 = 71$ ، أساس المتتالية هو:

(أ) $r = 7$ (ب) $r = 11$ (ج) $r = 5$

(2) حلول المعادلة $e^{2x} - 3e^x = 0$ في R هي: (أ) $\{2; \ln e\}$ (ب) $\{\ln 3\}$ (ج) $\{1; \ln 3\}$

(3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - 2x)$ تساوي: (أ) 0 (ب) $+\infty$ (ج) $-\infty$

(4) الدالة الأصلية للدالة $f(x) = (1 + 3x)e^{3x} + 2x$ هي:

(أ) $F(x) = 2xe^{3x} + x^2 + 1$ (ب) $F(x) = xe^{3x} + x^2 + 1$ (ج) $F(x) = xe^x + x^2$

التمرين الرابع 7 نقاط:

(I) لتكن g دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بالشكل: $g(x) = ax - 2 + 6x \ln x$ و (C) تمثيلها البياني في معلم $\|\vec{i}\| = 2cm$ ، $\|\vec{j}\| = 1cm$

(1) أ. عين بيانيا قيمة $g(1)$ واستنتج أن $a = 3$

ب. حل بيانيا المتراجحة $g(x) - 1 \geq 0$

(2) أحسب نهاية الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها .

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

(4) أكتب معادلة المماس (T) لـ (C) في النقطة A ذات الفاصلة 1.

(II) لتكن f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بالشكل: $f(x) = 3x^2 \ln x - 3x$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس .

(1) أ. بين أن: $f'(x) = g(x) - 1$

ب. عين دالة أصلية للدالة g على المجال $]0; +\infty[$.

ج احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C) ومحور الفواصل و

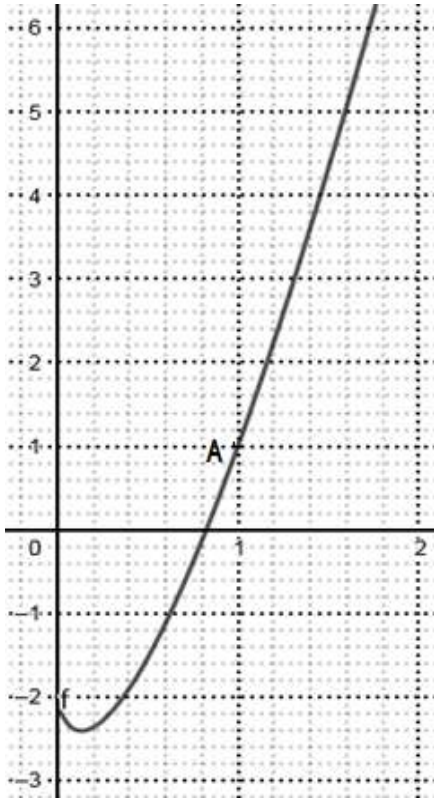
المستقيمين: $x = 1$ و $x = 2$ بـ cm^2 .

(2) أ. أحسب نهاية الدالة f عند 0 ثم فسر هندسا هذه النتيجة.

ب. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) أ. عين إشارة $f'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f .

ب. ارسم (C_f)



انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول (5 نقاط):

(u_n) متتالية عددية معرفة بعدها الأول $u_0 = 6$ والعلاقة التراجعية: $2u_{n+1} = u_n + 4$

(1) أ - احسب u_1 و u_2 .

ب - أثبت بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 4$

ج - عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، استنتج أنها متقاربة؟

(2) (v_n) متتالية عددية معرفة بعدها الأول v_0 والعلاقة: $v_n = u_n - 4$

أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، يطلب تعيين حدها الأول.

ب. اكتب الحد العام v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n .

(3) احسب المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

التمرين الثاني (4 نقاط)

لكل سؤال ثلاث إجابات مقترحة اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير:

(1) (u_n) متتالية عددية معرفة بعدها الأول u_0 والعلاقة $u_n = \frac{2n}{n+1}$:

(أ) (u_n) متزايدة تماما (ب) (u_n) متناقصة تماما (ج) (u_n) غير رتيبة

(2) (v_n) متتالية حسابية معرفة بعدها الأول $v_0 = 3$ وأساسها $r = 7$ المجموع $S = v_0 + v_1 + \dots + v_{288}$ يساوي:

$s = 144 \times 101$ (أ) $s = 144.5 \times 2022$ (ب) $s = 293190$ (ج)

(3) (w_n) متتالية هندسية معرفة بعدها الأول $w_0 = 1$ و $w_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2n}$ أساسها q يساوي:

$q = \frac{9}{3}$ (أ) $q = \frac{6}{3}$ (ب) $q = \frac{3}{3}$ (ج)

(4) حلول المعادلة $(\ln x)^2 + \ln x^2 = 0$ في R هي: (أ) $\{-1; -e\}$ (ب) $\{1; e^2\}$ (ج) $\left\{1; \frac{1}{e^2}\right\}$

التمرين الثالث (5 نقاط)

g دالة معرفة على $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ بالشكل: $g(x) = ax + b + \frac{1}{2x}$ ، a و b عددين حقيقيين.

x	$-\infty$	-0.5	0	0.5	$+\infty$	
$g'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$g(x)$			-1		3	

(1) أ. أحسب مشتقة g الدالة بدلالة العددين a و b .

ب. اعتمادا على جدول التغيرات، عين العددين الحقيقيين a و b .

ج. أكمل جدول التغيرات

(2) نفرض أن : $a = 2$ و $b = 1$

أ. بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = 2x + 1$ مقارب مائل لـ (C_g) عند $+\infty$ و $-\infty$.

ب. بين أن النقطة $\Omega(0;1)$ مركز تناظر لـ (C_g) .

(3) ارسم كلا من (D) و (C_g)

التمرين الرابع (6 نقاط)

(C_f) المنحنى البياني للدالة f في معلم متعامد حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$, $\|\vec{j}\| = 2cm$ معرفة على المجال $]-\infty; +\infty[$

بالشكل: $f(x) = 3 + 2x - e^{2x}$

(1) أ. احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$ ، علما أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x}}{x} = +\infty$.

ب. بين أن المستقيم Δ ذو المعادلة $y = 2x + 3$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$

ج. ادرس الوضع النسبي لـ Δ و (C_f) .

(2) أ. ادرس تغيرات الدالة f ، وشكل جدول التغيرات.

ب. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β في المجال $]0.5; 1[$

ج. ارسم كلا من Δ و (C_f) ، (علما أن: (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطتين ذات الفاصلتين β و β'

حيث: $\beta \approx -1$ و $\beta' \approx 0.7$)

(3) أ. بين أن F دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty; +\infty[$ حيث: $F(x) = -\frac{1}{2}e^{2x} + x^2 + 3x + 2022$.

ب. احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين: $x = 0$ و $x = -1$ بـ cm^2 .

بالتوفيق في شهادة البكالوريا