

## واجب منزلي في مادة: الرياضيات

### التمرين الأول:

- $u_n$ : متتالية عددية معرفة بـ  $u_0 = \alpha$  بحيث  $\alpha$  عدد حقيقي ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $3u_{n+1} = 2(u_n - 1)$
- 1- عين العدد الحقيقي  $\alpha$  بحيث تكون  $u_n$  ثابتة.
  - 2- نفرض في كل ما يلي  $\alpha = -1$ :  
أ- احسب  $u_1, u_2$ .  
ب- برهن من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n > -2$ .  
ج- ادرس اتجاه تغير المتتالية  $u_n$ .  
د- استنتج أن  $u_n$  متقاربة ؟ علل
  - 3- نضع  $u_n$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = u_n + 2$   
أ- اثبت أن المتتالية  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.  
ب- اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$ ، ثم استنتج أن  $u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n - 2$   
ج- احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

### التمرين الثاني :

$u_n$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$$

- 1- أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:  $u_n \geq 1$   
ب- ادرس إشارة  $u_{n+1} - u_n$  و استنتج اتجاه تغير المتتالية  $u_n$
- 2- نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  
$$v_n = 3 + \frac{1}{-1 + u_n}$$
  
أ- بين أن  $(v_n)$  متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.  
ب- عبر عن  $v_n$  و  $u_n$  بدلالة  $n$ . ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$   
ج- نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$   
د- عبر عن  $S_n$  بدلالة  $n$  ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

### التمرين الثالث :

اجتاح وباء كورونا الجزائر سنة 2020 حيث بلغ عدد الاصابات اليومية في 1 جوان من هذه السنة 200 مصاب، يزيد عدد المصابين بهذا الوباء يوميا 10% من اصابات اليوم الفارط و يحصد ارواح 11 شخص من المصابين الجدد يوميا. نرمز بـ  $u_n$  لعدد المصابين في اليوم  $n$  من شهر جوان أي  $u_n = 200$  (تقرب النتائج في كل التمرين إلى الوحدة).

- 1- أ- عين عدد المصابين في اليوم الثاني و الثالث من شهر جوان  
ب- بين أن المتتالية  $u_n$  ليست حسابية ولا هندسية.
- 2- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:  $u_{n+1} = \frac{11}{10}u_n - 11$
- 3- نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_n = u_n - 110$   
أ- بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها، وحدها الأول.  
ب- اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  
ج- عين عدد المصابين يوم 30 ج

د- احسب نهاية المتتالية  $u_n$

4- نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n: S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

أ- احسب  $S_n$  بدلالة  $n$ .

ب- استنتج عدد المصابين في شهر جوان.

### التمرين الرابع :

$u_n$  متتالية عددية المعرفة ب:  $u_0 = 3$  و من أجل كل من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

$$u_{n+1} = \left(\frac{2a+1}{3}\right)u_n - \frac{2a+4}{3} \text{ حيث } a \text{ وسيط حقيقي.}$$

1- عين قيمة  $a$  التي من أجلها تكون المتتالية  $u_n$  ثابتة.

2- نفرض  $a \neq \frac{5}{2}$  ، عين قيمة  $a$  حتى تكون المتتالية  $u_n$  حسابية، ثم احسب عندئذ  $u_n$  ومجموع  $n$  حدا الاولى من المتتالية.

3- عين قيمة  $a$  حتى تكون المتتالية  $u_n$  هندسية. ثم عين في هذه الحالة كلا من  $u_{50}$  ومجموع 50 حدا الاولى منها .

4- نفرض أن  $a = 4$ . برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:  $u_n = 3^n + 6$

$$\text{ثم بين أن: } u_0 + u_1 + \dots + u_n = \frac{1}{2}(3^{n+1} + 4n + 3)$$

### التمرين الخامس :

$u_n$  متتالية حسابية معرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 + u_1 + u_2 = 9 \\ u_1 + u_3 = 2 \end{cases}$$

1- احسب الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_3$  و الأساس  $r$  للمتتالية  $(u_n)$  . ثم استنتج اتجاه تغيرها.

2- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n: u_n = 5 - 2n$ .

3- عين العدد الطبيعي  $n$  بحيث:  $u_n = -2021$

4- احسب المجموع  $S$  حيث:  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{1013}$

### التمرين السادس :

ابتداءً من شهر جانفي من سنة 1991 قرر رجل أن يضع مبلغ مالي قدره 15000 دينار في كل سنة في مشروع حيث هذا المشروع يعطيه فائدة قدرها 5% في كل سنة . ليكن  $u_n$  هو المبلغ المالي الذي يملكه الرجل سنة:  $1991 + n$

1- أ- احسب  $u_1, u_2$ .

ب- هل المتتالية  $(u_n)$  حسابية ام هندسية.

ج- عبر عن  $u_{n+1}$  بدلالة  $u_n$

2- نفرض أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n: v_n = u_n + 300000$

أ- أثبت ان  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها  $q$  وحدها الأول.

ب- اكتب عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$ . ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$ .

ج- يريد هذا الرجل الدخول في مشروع جديد سنة 2010 بما لديه من مال من المشروع الأول حيث يكلف هذا المشروع 500000 دينار هل يمكن له ذلك ؟ برر بالحساب

### التمرين السابع :

في أول يناير من سنة 2005 بلغ عدد سكان المدينة 100000 نسمة . كل سنة يتزايد عدد السكان 5% اخ بعين الاعتبار المواليد الجدد و الموتى هناك 4000 مهاجر يمكنهم الإقامة كل سنة في هذه المدينة.  
من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نسمي  $u_n$  عدد السكان في 1 يناير سنة:  $2005 + n$

1- أ- احسب  $u_0, u_1, u_2$

هل المتتالية  $u_n$  حسابية ؟ هندسية ؟ برر اجابتك

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n: u_{n+1} = 1.05u_n + 4000$

2- من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع  $v_n = u_n + 80000$

أ- أثبت ان  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها  $q$  وحدها الأول.

ب- اكتب عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$ . ثم استنتج من أجل كل عدد طبيعي  $n: u_n = 180000 \cdot 1.05^n - 80000$

ج- احسب نهاية المتتالية  $(u_n)$