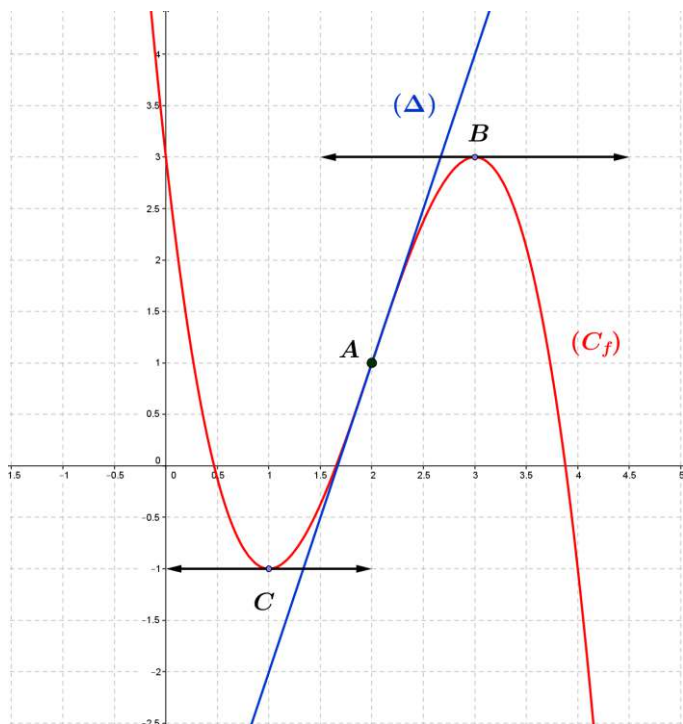




الفرض الثاني: للفصل الأول في مادة الرياضيات

تمارين:



نعتبر الدالة f المعرفة و القابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني
(C_f) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ و
المستقيمت المرسومة في الشكل هما المماسات للمنحنى (C_f) عند
النقط $A(2; 1)$ ، $B(3; 3)$ و $C(1; -1)$ كما هو موضح في الشكل
المقابل:

I) بقراءة بيانية:

(1) حدد $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h)-3}{h}$ و $f''(2)$ ، $f'(1)$ ، $f'(2)$

(2) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة التي

فاصلتها 2، ثم استنتج قيمة مقربة لـ $f(2, 01)$

(3) عين في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة: $f'(x) = 0$ وحلول المتراجحة

التالية: $f'(x) \geq 0$

(4) أ) شكل جدول تغيرات الدالة f

ب) برر وجود قيم حدية محلية للدالة f يطلب تعيينها.

ج) قارن بين العددين $f(2025)$ و $f(1446)$

(5) ناقش بياناً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = m$

II) علماً أن الدالة f المعرفة سابقاً هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -x^3 + 6x^2 + bx + c$

(1) عين بياناً ثم حساباً $f(0)$ و $f(2)$ ثم بين أن $b = -9$ و $c = 3$

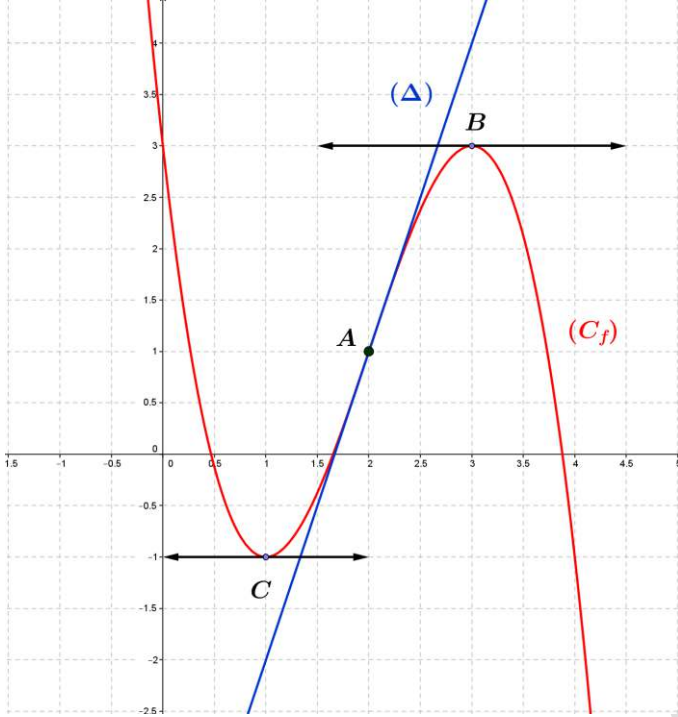
(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f

(3) شكل جدول تغيرات الدالة f

.....انتهى

الفرض الثاني: للفصل الأول في مادة الرياضيات

تمرين:



نعتبر الدالة f المعرفة والقابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني
 في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ و
 المستقيمتان المرسومة في الشكل هما المماسات للمنحنى (C_f) عند
 النقط $A(2; 1)$ ، $B(3; 3)$ و $C(1; -1)$ كما هو موضح في الشكل
 المقابل:

I) بقراءة بيانية:

1) تحديد $f'(2)$ ، $f'(1)$ ، $f''(2)$ و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h)-3}{h}$

2) $f'(2)$ هو معامل توجيه المماس في النقطة ذات الفاصلة 2،
 نختار نقطتين من المماس ولتكن $A(2; 1)$ و $D(1; -2)$ ومنه

$$f'(2) = \frac{y_A - y_D}{x_A - x_D} = \frac{1 - (-2)}{2 - (1)} = 3$$

$f'(1) = 0$ لأن المماس في النقطة ذات الفاصلة 1 موازي إلى

حامل محور الفواصل.

$f''(2) = 0$ لأن النقطة ذات الفاصلة نقطة إنعطاف (المماس يخترق المنحنى (C_f))

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h)-3}{h} = f'(3) = 0$ لأن المماس في النقطة ذات الفاصلة 3 موازي إلى حامل محور الفواصل.

3) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها 2، ثم استنتج قيمة مقربة لـ $f(2, 01)$:

$$(T): y = f'(2)(x-2) + f(2) = 3(x-2) + 1 = 3x - 5$$

4) استنتج قيمة مقربة لـ $f(2, 01)$: لدينا $f(x) \simeq 3x - 5$ لما x قريب إلى 2 ومنه $f(2, 01) \simeq 3(2, 01) - 5 = 1,18$ إذن $f(2, 01) \simeq 1,18$

5) عين في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة: $f'(x) = 0$ وحلول المتراجحة التالية: $f'(x) \geq 0$

❖ حل المعادلة: $f'(x) = 0$: معناه تعيين فواصل نقط (C_f) التي يكون عندها المماس موازي إلى محور الفواصل أي

$$S = \{1; 3\}$$

❖ حلول المتراجحة التالية: $f'(x) \geq 0$ معناه تعيين المجالات التي تكون عليها الدالة f متزايدة أي $S = [1; 3]$

6) أ) شكل جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$		$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$

تعيينها:

ب) برر وجود قيم حدية محلية للدالة f يتطلب

الفرض الثاني: للفصل الأول في مادة الرياضيات

بما أن f' إنعدمت و غيرت من إشارتها في القيمة 1 فإنه يوجد مجال مفتوح $[-1; 2]$ يشمل 1 تقبل فيه الدالة f قيمة حدية محلية قيمتها $f(1) = -1$
 بما أن f' إنعدمت و غيرت من إشارتها في القيمة 3 فإنه يوجد مجال مفتوح $[2; 4]$ يشمل 3 تقبل فيه الدالة f قيمة حدية محلية قيمتها $f(3) = 3$
 جـ) مقارنة بين العددين $f(1446)$ و $f(2025)$:

لدينا $1446 < 2025$ و بما أن الدالة متناقصة تماما على المجال $[1446; 2025]$ فإن $f(1446) > f(2025)$

(7) مناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = m$

لما $m \in]-\infty; -1[$ للمعادلة $f(x) = m$ حل وحيد في $\mathbb{R}$

لما $m = -1$ للمعادلة $f(x) = m$ حلان في $\mathbb{R}$

لما $m \in]-1; 3[$ للمعادلة $f(x) = m$ ثلاث حلول في $\mathbb{R}$

لما $m = 3$ للمعادلة $f(x) = m$ حلان في $\mathbb{R}$

لما $m \in]3; +\infty[$ للمعادلة $f(x) = m$ حل وحيد في $\mathbb{R}$

(II) علما أن الدالة f المعرفة سابقا هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -x^3 + 6x^2 + bx + c$

(1) تعين $f(0)$ و $f(2)$ ثم تبين أن $b = -9$ و $c = 3$:

$$f(0) = 3 \text{ معناه } f(0) = - (0)^3 + 6(0)^2 + b(0) + c = 3 \text{ معناه } c = 3$$

$$f(2) = 1 \text{ معناه } f(2) = - (2)^3 + 6(2)^2 + b(2) + c = 1 \text{ معناه } 16 + 2b + 3 = 1 \text{ معناه } b = -9$$

(2) دراسة اتجاه تغير الدالة f : الدالة قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = -3x^2 + 12x - 9$

ندرس إشارة $f'(x) = -3x^2 + 12x - 9$: المعادلة $-3x^2 + 12x - 9 = 0$ تكافئ $x_1 = 1$ أو $x_2 = 3$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$+$	$-$

الدالة f متناقصة تماما على المجالين $]-\infty; 1]$ و $[3; +\infty[$ و متزايدة تماما على المجال $[1; 3]$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$+$	$-$
$f(x)$		-1	3	

(3) شكل جدول تغيرات الدالة f

.....انتهى