

التمرين الأول :

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $I = ]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = -x + 1 + \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  ،  $(\|\vec{j}\| = 1 \text{ cm}, \|\vec{i}\| = 2 \text{ cm})$

$I$  هي الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = -[2(x\sqrt{x} - 1) + \ln x]$

- (1) احسب  $g(1)$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  في الحالتين  $0 < x < 1$  و  $x > 1$ .
- (2) احسب نهايتي الدالة  $f$  عند  $+\infty$  ، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحني  $(C_f)$ .
- (3) احسب  $f'(x)$  واستنتج أن إشارتها من نفس إشارة الدالة  $g$ .
- (4) استنتج اتجاه تغيرات الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.
- (5) أرسم  $(C_f)$  والمستقيمين المقاربين

$II$  1. باستعمال تكامل التجزئة ، عين دالة أصلية للدالة  $x \mapsto \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

(1) احسب  $S(\alpha)$  مساحة الحيز المحدد بالمنحني  $(C_f)$  والمستقيمات التي معادلاتها :

$$x = \alpha , x = 1 , y = -x + 1$$

بحيث  $0 < \alpha < 1$

(2) احسب نهاية  $S(\alpha)$  لما يؤول  $\alpha$  إلى الصفر ، أعط تفسيراً بيانياً لهذه النهاية

$III$   $(u_n)$  متتالية معرفة بحددها الأول  $u_0$  حيث :  $u_0 \in [1; 2]$  ، ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا :  $u_{n+1} = \frac{\ln u_n}{\sqrt{u_n}} + 1$

- (1) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $[1; 2]$  لدينا :  $0 \leq \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \leq 1$
- (2) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا :  $u_n \in [1; 2]$
- (3) بملاحظة أن من أجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا :  $u_{n+1} = f(u_n) + u_n$  ، عين اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .
- (4) برهن أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ، نسمي العدد  $l$  نهايتها
- (5) احسب بدقة قيمة  $l$ .

## التمرين الثاني:

نعتبر المتتالية العددية  $u_n$  المعرفة على  $N$  بـ:  $u_0 = 9$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$ .

• ولتكن المتتالية  $v_n$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  حيث:  $v_n = u_n + 6$ :

1- بيّن أنّ  $v_n$  متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

2- أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم إستنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .

3- نعتبر المجموعين  $S_n$  و  $S'_n$  حيث:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  و  $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ .

أحسب  $S_n$  بدلالة  $n$  ثم إستنتج  $S'_n$  بدلالة  $n$ .

• نعرف المتتالية  $w_n$  بـ: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا:  $w_n = \ln(v_n)$  (حيث:  $\ln$  اللوغاريتم النيبيري).

بيّن أنّ  $w_n$  متتالية حسابية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

أحسب بدلالة  $n$  المجموع:  $S''_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$  ثم إستنتج النهاية  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S''_n$ .

بالتوفيق