

الأخص المبرور الأول في مادة الرياضيات

المدة: ساعة ونصف

المستوى: ثانية ثانوي علوم

التمرين :

$f(x) = x^3 - 7x - 6$: بـ $\mathbb{R}$ الدالة العددية المعرفة على

1- تحقق أن العدد -2 جذرا للدالة f .

2- اثبت أن: $f(x) = (x+2)g(x)$ حيث: $g(x) = ax^2 + bx + c$ يطلب تعيينه.

لتنك g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^2 - 2x - 3$

و (C_g) منحناها البياني في المعلم المتعامد والمتجاز $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

3- اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g(x) = (x-1)^2 - 4$

4- أ- بين أنه يمكن كتابة الدالة g على شكل $(u \circ v)$ حيث v و u دالتين يطلب تعيينهما.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة g على كل من المجالين $[-\infty; 1]$ و $[1; +\infty]$.

ج- شكل جدول تغيرات الدالة g .

5- عين نقط تقاطع المنحنى (C_g) مع محوري الاحداثيات.

6- بين أن المستقيم ذو المعادلة $x=1$ محور تناظر للمنحنى (C_g) .

7- اشرح كيف يمكن انشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من منحنى الدالة المربع ثم انشئ (C_g) .

لتنك h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = x^2 - 2|x| - 3$

8- بين أن الدالة h زوجية.

- بين انه يمكن انشاء (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_g) . ثم انشئ (C_h) في نفس المعلم السابق.

9- ادرس إشارة الدالة g ثم استنتج إشارة الدالة f .

- استنتج في $\mathbb{R}$ حلول: $f(x) = 0$ ثم $f(x) \geq 0$.

10- احسب العدد المشتق للدالة g عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$

- ثم اكتب معادلة المماس (T) عند $x_0 = 1$.

انتهى بالتوفيق للجميع



الطريق إلى بكالوريا 2022

الحل النموذجي للفرص حروس الأول

ثانوية الثبات

حل التمرين

1- الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 - 7x - 6$ التحقق أن العدد -2 جذر للدالة f .

$$f(-2) = -8 + 14 - 6 = 0 \text{ ومنه العدد } -2 \text{ جذر للدالة } f.$$

2- اثبت أن: $f(x) = (x+2)g(x)$ حيث: $g(x) = ax^2 + bx + c$ يطلب تعيينه.

بما أن الكثير الحدود f من الدرجة الثالثة ويقبل جذر فإنه يقبل تحليل من الشكل $f(x) = (x+2)g(x)$

				جدول هورنر
	1	0	-7	-6
-2				
	1	-2	-3	

$$\text{ومنه } g(x) = x^2 - 2x - 3$$

$$\text{ومنه } f(x) = (x+2)(x^2 - 2x - 3)$$

🌈 لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^2 - 2x - 3$

و (C_g) منحنىها البياني في المعلم المتعامد والمتجاذ $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

3- اثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g(x) = (x-1)^2 - 4$

$$(x-1)^2 - 4 = x^2 - 2x + 1 - 4 = x^2 - 2x - 3 = g(x)$$

4- أ- تبأن أنه يمكن كتابة الدالة g على شكل $(u \circ v)$

$$\begin{cases} u(x) = x^2 - 4 \\ v(x) = x - 1 \end{cases} \text{ لدينا } g(x) = (x-1)^2 - 4 \text{ ومنه}$$

ب- استنتاج اتجاه تغير الدالة g على كل من المجالين

$$]-\infty; 1] \text{ و } [1; +\infty[$$

باستعمال مبرهنة اتجاه تغير مركب دالتين:

اتجاه التغير على المجال $]-\infty; 1]$

$$v(x) \leq 1 \text{ ومنه } x \leq 0 \text{ ومنه الدالة } u \text{ متناقصة تماما على }]-\infty; 0]$$

$$\text{والدالة } v \text{ متزايدة تماما ومنه الدالة } g \text{ متناقصة تماما على }]-\infty; 1]$$

اتجاه التغير على المجال $[1; +\infty[$

$$v(x) \geq 1 \text{ ومنه } x \geq 0 \text{ ومنه الدالة } u \text{ متزايدة تماما على } [0; +\infty[$$

$$\text{والدالة } v \text{ متزايدة تماما ومنه الدالة } g \text{ متزايدة تماما على } [1; +\infty[$$

ج- تشكيل جدول تغيرات الدالة g .

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g(x)$		-4	

5- تعيين نقط تقاطع المنحنى (C_g) مع محوري الاحداثيات:

-التقاطع مع حامل محور الفواصل: نحل المعادلة $g(x) = 0$

$$\text{ومنه } x^2 - 2x - 3 = 0 \text{ بما أن } a+c=b \text{ فإن}$$

$$S = \{-1; 3\} \text{ ومنه } x_2 = 3; x_1 = -1$$

- التقاطع مع محور الترتيب: $g(0) = -3$

6- تبأن أن المستقيم ذو المعادلة $x=1$ محور تناظر للمنحنى (C_g) .

لدينا من أجل كل $x \in D_g$ فإن $2-x \in D_g$

$$\text{نثبت ان } g(2-x) = g(x)$$

$$g(2-x) = (2-x)^2 - 2(2-x) - 3$$

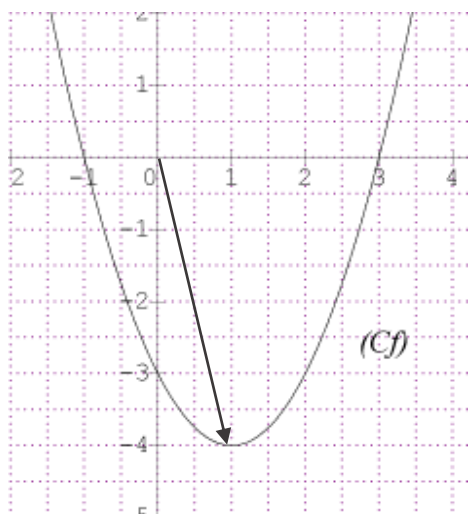
$$= 4 + x^2 - 4x - 4 + 2x - 3$$

$$= x^2 - 2x - 3 = g(x)$$

ومنه المستقيم $x=1$ محور تناظر للمنحنى (C_g)

7- المنحنى (C_g) صورة لمنحنى الدالة مره بالانسحاب الذي

$$\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} \text{ شعاعه}$$



لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = x^2 - 2|x| - 3$

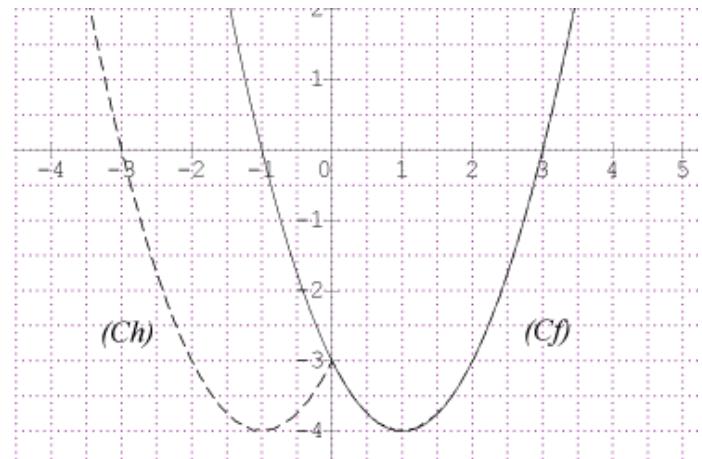
8- تبيان أن الدالة h زوجية. لدينا $h(x) = g(|x|)$

لدينا D_h متناظرة بالنسبة للمبدأ 0.

$$h(-x) = g(|-x|) = g(|x|) = h(x)$$

ومنه الدالة h زوجية.

نحتفظ بالجزء ومن (C_g) الوقع فوق محور الفواصل ثم نرسم نظير للجزء (C_g) من الوقع تحت محور الفواصل



9- دراسة إشارة الدالة g

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$g(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

استنتاج إشارة الدالة f .

x	$-\infty$	-2	-1	3	$+\infty$	
$g(x)$	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$
$x+2$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	
$f(x)$	$-$	$+$	$-$	$+$		

10- استنتاج في $\mathbb{R}$ حلول: $f(x) = 0$ ثم $f(x) \geq 0$.

حلول المعادلة $f(x) = 0$ هي $s' = \{-2; -1; 3\}$

وحلول المتراجحة هي $s'' = [-2; -1] \cup [3; +\infty[$

حساب العدد المشتق للدالة g عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$

$$\begin{aligned} \frac{g(1+h) - g(1)}{h} &= \frac{(1+h)^2 - 2(1+h) - 3 + 4}{h} \\ &= \frac{1+h^2+2h-2-2h-3+4}{h} = h \end{aligned}$$

ومن $\lim_{h \rightarrow 0} h = 0$ أي العدد المشتق هو: $g'(1) = 0$

- كتاب معادلة المماس (T) عند $x_0 = 1$.

$$y = g'(1)(x-1) + g(1)$$

ومنه معادلة المماس (T) هي: $y = -4$

انتهى بالتوفيق للجميع

الأستاذ: قشار صالح

الطريق إلى بكالوريا 2022

