

♣ بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات دورة ماي 2023 ♣

المستوى: 3 علوم تجريبية

المدة: 3 ساعات ونصف

اجب على اربعة (4) تمارين من بين التمارين الآتية

ملاحظة : التمارين الأول و الثاني و الثالث اجبارية

التمرين الأول : (05 نقاط)

$$(U_n) \text{ متتالية عددية معرفة كما يلي: } \begin{cases} U_0 = \frac{1}{5} \\ U_{n+1} = 1 - \frac{1}{2U_n + 1} \end{cases}$$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < U_n < \frac{1}{2}$.(2) أ - تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} - U_n = \frac{U_n(1 - 2U_n)}{2U_n + 1}$.ب - استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم أثبت أن المتتالية متقاربة .(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = \frac{5^n U_n}{2U_n - 1}$.أ - أثبت أن V_n متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدما الأول .ب - اكتب عبارة V_n بدلالة n ، ثم بين أن $U_n = \frac{2^n}{2^{n+1} + 3}$ ، ثم احسب نهاية U_n .(4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \dots + \frac{1}{U_n}$ ثم احسب نهاية S_n .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كرات خضراء تحمل الأرقام 0 ، 0 ، 1 ، 2 و ثلاث كرات حمراء تحمل

الأرقام 0 ، 2 ، 2 و كرة واحدة سوداء تحمل الرقم 1 ، الكرات لا تميز بينها عند اللمس .

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الكيس و نعتبر الحوادث التالية :

A : " الكرات المسحوبة من نفس اللون "

B : " الكرات المسحوبة تحمل أرقاما زوجية "

C : " سحب كرة حمراء على الأقل "

(1) احسب احتمال الأحداث A ، B و C

(2) نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الألوان المحصل عليها .أ - بين أن : $P(X = 2) = \frac{39}{56}$ ثم عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ب - احسب الأمل الرياضي $E(X)$ و استنتج $E(2023X + 1444)$

التمرين الثالث : (07 نقاط)

(I) نعتبر الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = 1 - x^2 - \ln x$ (1) ادرس تغيرات الدالة g (2) احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

- (II) f الدالة العددية المرفقة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = 3 - x + \frac{\ln x}{x}$
- (Cf) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$ الوحدة $2cm$
- (1) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ لدينا : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f
- (2) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا
- (3) ليكن (D) المستقيم الذي معادلته $y = 3 - x$. و ادرس وضعية (D) بالنسبة إلى (Cf)
- (4) أنشئ جدول تغيرات الدالة f
- (5) أ - بين أن النحنى (Cf) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث : $\frac{1}{4} < \alpha < 1$ و $3 < \beta < 4$

ب - أنشئ (D) و (Cf)

- (6) أ - احسب مساحة الحيز للمستوي المحدد بالنحنى (Cf) و المستقيمتين التي معادلاتها

$$x = \beta \text{ و } x = 1, y = 3 - x$$

ب - عين حصرا لهذه المساحة

التمرين الرابع (اختياري) : (04 نقاط)

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة ذات المجهول z حيث : $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$

✓ اكتب الحلول على الشكل المثلثي.

- (2) المستوى المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{u}, \vec{v})$ ، لتكن النقط A ، B و C

$$z_C = \overline{z_B} \quad z_B = \sqrt{3} + i \quad z_A = 2i$$

التي لواحقتها على الترتيب : $z_A = 2i$ ، $z_B = \sqrt{3} + i$ ، $z_C = \overline{z_B}$

و ليكن العدد المركب L حيث $L = \frac{(1-i)z_B}{z_C}$

أ - اكتب العدد L على الشكل الأسّي ثم احسب L^{2016}

ب - عين قيم العدد الطيبي n حتى يكون العدد L^n تخيليا صرفا .

- (3) أ - بين أنه يوجد دوران r مركزه B و يحول A إلى C يطلب تعيين زاويته.

ب - استنتج طبيعة المثلث ABC و احسب مساحته.

التمرين الخامس (اختياري) : (04 نقاط)

عين الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإقتراحات الثلاثة مع التبرير

- (1) حلول المعادلة التفاضلية $-y' - xe^{-x} - 1$ هي الدوال y حيث : (مع $c \in \mathbb{R}$)

$$y = e^{-x}(x+1) + x + c \quad \text{ج} \quad y = e^{-x}(x+1) - x + c \quad \text{ب} \quad y = -e^{-x}(x+1) - x + c \quad \text{أ}$$

(2) قيمة التكامل A حيث $A = \int$

$$\ln(e-1) \quad \text{ج} \quad A = \ln(e+1) \quad \text{ب} \quad A = \ln(e^2+1) \quad \text{أ}$$

- (3) مجموعة حلول المعادلة : $Z = \frac{Z-2}{Z} + 1$ في المجموعة C^* هي :

$$\{-2; 1\} \quad \text{ج} \quad \{1-i; 1+i\} \quad \text{ب} \quad \{1; 2i\} \quad \text{أ}$$

- (4) إذا كان Z عدد مركب حيث : $Z = (\sqrt{6} + \sqrt{2}) + i(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ فإن الشكل الجبري Z^2 هو :

$$8(\sqrt{3} + i) \quad \text{ج} \quad 8\sqrt{6} - i\sqrt{2} \quad \text{ب} \quad 8 + 2i\sqrt{6} \quad \text{أ}$$

بالتوفيق في شهادة البكالوريا	الصفحة 2/2	اتهى الموضوع
------------------------------	------------	--------------