



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
الدورة الاستثنائية: 2017



وزارة التربية الوطنية
امتحان شهادة البكالوريا
الشعبة: الآداب والفلسفة، لغات أجنبية

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

- (1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 4، 4^2 و 4^3 على 9.
ب) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $4^{3n} \equiv 1[9]$.
ج) استنتج أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $4^{3n+1} \equiv 4[9]$.
(2) تحقّق أنّ: $2020^{1438} \equiv 4[9]$.
(3) بيّن أنّ العدد $(2020^{1438} - 2017^2 + 1995)$ يقبل القسمة على 9.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- نعتبر المتتالية الحسابية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول u_0 و أساسها r .
- (1) احسب الحد u_4 علما أنّ: $u_3 + u_5 = 20$.
 - (2) احسب الحد u_5 علما أنّ: $2u_4 - u_5 = 7$.
 - (3) استنتج قيمة r و احسب u_0 .
 - (4) تحقّق أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 3n - 2$.
 - (5) احسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.
 - (6) جد العدد الطبيعي n حيث: $S_n = 33$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-3\}$ بـ: $f(x) = -2 + \frac{a}{x+3}$ حيث a عدد حقيقي.
- وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.



I) جد قيمة العدد الحقيقي a حتى تنتمي النقطة $A(-2;5)$ إلى المنحنى (C_f) .

II) نضع في كل ما يلي : $a=7$.

1) تحقق أن: من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-3\}$ ، $f(x) = \frac{-2x+1}{x+3}$.

2) احسب النهايات الآتية : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم استنتج معادلتك

المستقيمين المقاربين للمنحنى (C_f) .

3) احسب $f'(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

4) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

5) جد فواصل النقط من المنحنى (C_f) التي يكون عندها معامل توجيه المماس يساوي $-\frac{7}{4}$.

6) جد إحداثيي نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) مع حامي محوري الإحداثيات.

7) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C_f) .



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

a و b عددان صحيحان حيث: $a \equiv 14[13]$ و $b \equiv -1[13]$.

(1) أ) بيّن أنّ باقي القسمة الإقليدية للعددين a و b على 13 هو 1 و 12 على الترتيب .

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من $a+b$ ، $a-b$ و $2a+b^2$ على 13 .

(2) بيّن أنّ العدد $a^{1438} + b^{2017}$ يقبل القسمة على 13.

(3) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث: $b^{2017} + n + 1438 \equiv 0[13]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

في كل حالة من الحالات الأربع الآتية اقترحت ثلاث إجابات، واحدة فقط منها صحيحة، يطلب تحديدها مع التعليل.

(1) الحد السادس لمتتالية حسابية أساسها 3- و حدها الأول 1 هو :

أ) -17 ب) -14 ج) -11

(2) مجموع 100 حد الأولى لمتتالية هندسية حدها الأول هو 1 وأساسها 3 هو :

أ) $\frac{3^{101}-1}{2}$ ب) $\frac{1-3^{100}}{2}$ ج) $\frac{3^{100}-1}{2}$

(3) نضع من أجل كل عدد حقيقي x : $a=2x+2$ ، $b=6x-3$ ، $c=4x$

الأعداد الحقيقية a, b, c بهذا الترتيب تشكل حدودا متتابعة لمتتالية حسابية عندما يكون :

أ) $x = \frac{4}{3}$ ب) $x = 0$ ج) $x = \frac{3}{4}$

(4) المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$

هي متتالية:

أ) حسابية أساسها 1 ب) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ج) لا حسابية و لا هندسية.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$



(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) تحقّق أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = (-x+1)(x+2)^2$ ثم جد إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محوري الإحداثيات .

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

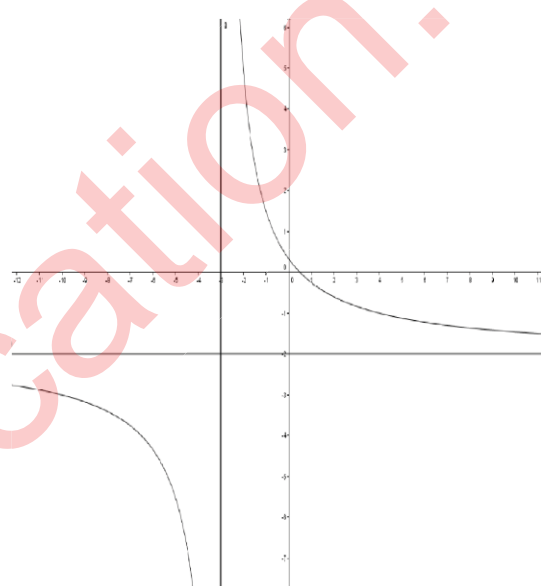
(4) بيّن أنّ (C_f) يقبل نقطة انعطاف E إحداثياتها $(-1;2)$.

(5) اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحني (C_f) في النقطة E .

(6) ارسم (Δ) و (C_f) .

الموضوع الأول

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
التمرين الأول: (06ن)		
03.00	3×0.50	(1) أ) بواقي القسمة الاقليدية $4^1 \equiv 4[9]$ ، $4^2 \equiv 7[9]$ ، $4^3 \equiv 1[9]$
	0.50	(ب) تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4^{3n} \equiv 1[9]$
	01.00	(ج) استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4^{3n+1} \equiv 4[9]$
01.50	1.50	(2) التحقق أن $2020^{1438} = 2020^{3(479)+1} \equiv 4^{3(479)+1} [9] \equiv 4[9]$
01.50	1.50	(3) $2020^{1438} - 2017^2 + 1995 \equiv 4 - 1^2 + 6[9] \equiv 9[9] \equiv 0[9]$ يقبل القسمة على 9
التمرين الثاني : (06ن)		
01.00	01.00	(1) $u_4 = 10$
00.50	00.50	(2) $u_5 = 13$
01.00	0.50	(3) $r = 3$
	0.50	$u_0 = -2$
01.00	01.00	(4) التحقق أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 3n - 2$
01.00	01.00	(5) المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{(n+1)(3n-4)}{2}$
01.50	0.50	(6) $S_n = 33$ يعني $\frac{(n+1)(3n-4)}{2} = 33$ يعني $3n^2 - n - 70 = 0$
	0.50	$\Delta = 841 = 29^2$
	0.50	الحل $-\frac{14}{3}$ مرفوض ومنه $n = 5$
التمرين الثالث: (08 نقاط)		
0.50	0.50	(I) (1) تعيين العدد الحقيقي a : $a = 7$
0.50	0.50	(II) (1) تحقق أن: من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-3\}$ ، $f(x) = \frac{-2x+1}{x+3}$
02.00	4×0.25	(2) النهايات $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$
	2×0.50	الاستنتاج : معادلتا المستقيمين المقاربين للمنحنى هما : $x = -3$ ، $y = -2$
01.00	0.50	(3) $f'(x) = \frac{-7}{(x+3)^2}$
	0.50	الدالة f متناقصة تماما على المجالين : $]-\infty; -3[$ و $]-3; +\infty[$

0.50	0.50	(4) شكل جدول تغيرات الدالة f. <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td colspan="2">-</td><td>-</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>-2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td></td><td></td><td>$-\infty$</td><td>-2</td></tr></table>	x	$-\infty$	-3	$+\infty$	$f'(x)$	-		-	$f(x)$	-2		$+\infty$			$-\infty$	-2
x	$-\infty$	-3	$+\infty$															
$f'(x)$	-		-															
$f(x)$	-2		$+\infty$															
		$-\infty$	-2															
01.00	01	(5) فواصل نقط المنحنى (C) التي يكون فيها معامل توجيه المماس يساوي $-\frac{7}{4}$ هي: -5 ; -1																
01.00	2×0.50	(6) $(C_f) \cap (y'y) = \left\{ B(0; \frac{1}{3}) \right\}$ $(C_f) \cap (x'x) = \left\{ A(\frac{1}{2}; 0) \right\}$																
01.50	01	(7) رسم المنحنى (C_f). 																
	0.50	رسم المقارنين																

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

01.00	0.5 0.5	(1) أ) $a \equiv 14[13]$ و $a \equiv 1[13]$ ومنه $14 \equiv 1[13]$ و $b \equiv -1[13]$ و $b \equiv 12[13]$ ومنه $-1 \equiv 12[13]$
02.00	0.50 0.50 01.00	ب) الاستنتاج $a + b \equiv 0[13]$ $a - b \equiv 2[13]$ $2a + b^2 \equiv 3[13]$
01.50	1.50	(2) تبين أن العدد $a^{1438} + b^{2017}$ يقبل القسمة على 13.
01.50	1.50	(3) تعيين الأعداد الطبيعية n $n = 13k + 6$ / $k \in \mathbb{N}$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

01.50	0.5 01	(1) - الاجابة الصحيحة هي ب) -التبرير $u_6 = u_1 + 5r = 1 + 5(-3) = -14$
01.50	0.50 01	(2) - الاجابة الصحيحة هي ج) - التبرير $S = 1 \times \frac{3^{100} - 1}{3 - 1} = \frac{3^{100} - 1}{2}$
01.50	0.50 01	(3) - الاجابة الصحيحة هي أ) - التبرير: x يحقق المعادلة: $(2x + 2) + (4x) = 2(6x - 3)$ اذن $x = \frac{4}{3}$
01.50	0.50 01	(4) - الاجابة الصحيحة هي ج) - التبرير: عندما تكون حسابية أساسها 1 يكون: من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = u_n + 1$ عندما تكون هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يكون: من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n$ (يمكن حساب حدود ثلاثة حدود متتابعة من المتتالية و التحقق انها لا حسابية ولا هندسية)

التمرين الثالث: (08 نقاط)

01.00	0.50x2	(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
01.75	01 0.25x3	(2) التحقق أن: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = (-x + 1)(x + 2)^2$ $(C_f) \cap (y'y) = \{C(0;4)\}$ و $(C_f) \cap (x'x) = \{A(-2;0); B(1;0)\}$
	0.50 0.50 0.25 0.25	(3) $f'(x) = -3x(x + 2)$ اشارة المشتقة الدالة f متناقصة تماما على المجالين $]-\infty; -2]$ و $[0; +\infty[$ ومتزايدة تماما على المجال $[-2; 0]$

تشكيل جدول التغيرات

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	0	4	0	$-\infty$

(4) تبين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف E إحداثياتها $(-1; 2)$.

$f''(x) = -6x - 6$ لدينا

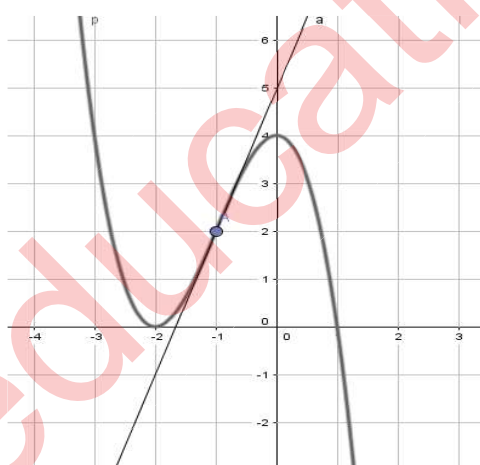
الدالة المشتقة الثانية f'' تنعدم عند -1 و تغير إشارتها

إذن $(-1; 2)$ إحداثيات نقطة الانعطاف

(5) معادلة للمماس :

$$y = f'(-1)(x+1) + f(-1) \text{ لدينا}$$

إذن : $y = 3x + 5$: (Δ)

(6) رسم المماس (Δ)

المنحنى (C_f)