



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول :

التمرين الأول: (04 نقاط)

من بين الاقتراحات الثلاثة لكل سؤال من الاسئلة جواب واحد صحيح فقط حدده مع التعليل:

- (1) الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 1 - \frac{2}{e^x + 1}$ هي دالة:
 - (أ) فردية
 - (ب) زوجية
 - (ج) ليست زوجية وليست فردية
- (2) حل المعادلة التفاضلية: $y' - \ln 3y - \ln 27 = 0$ والذي يحقق $y(0) = 6$ هو
 - (أ) $y(x) = e^x - \ln 3$
 - (ب) $y(x) = 3^{x+2} - 3$
 - (ج) $y(x) = 9e^x - 3$
- (3) A و B حدثان مستقلان و $P(A) = 0.2$ و $P(A \cup B) = 0.35$ ، احتمال الحدث B هو:
 - (أ) $P(B) = 0.15$
 - (ب) $P(B) = 0.1875$
 - (ج) $P(B) = 0.125$
- (4) (U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $U_n = \int_{e^n}^{e^{n+1}} \frac{2}{x} (1 + \ln x) dx$

نضع: $S = U_0 + U_1 + \dots + U_{36}$ قيمة S هي.

 - (أ) $S = 2022$
 - (ب) $S = 1444$
 - (ج) $S = 1443$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I. f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

- (1) أدرس تغيرات الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها.
 - (2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x) - x = 0$.
 - (3) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $[1; \sqrt{3}]$ فإنّ: $f(x) \in [1; \sqrt{3}]$.
- II. (U_n) المتتالية العددية المعرفة بـ $U_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$.

(1) (أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq U_n \leq \sqrt{3}$

(ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة وأحسب نهايتها.

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = \frac{(U_n)^2}{3 - (U_n)^2}$.

(أ) بيّن أنّ المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

(ب) أكتب V_n بدلالة n ، ثم استنتج U_n بدلالة n وأحسب نهاية (U_n) مجدداً.

(3) أحسب بدلالة n المجموعين S_n و S'_n : $S_n = \frac{1}{V_0} + \frac{1}{V_1} + \dots + \frac{1}{V_n}$ و $S'_n = \frac{1}{(U_0)^2} + \frac{1}{(U_1)^2} + \dots + \frac{1}{(U_n)^2}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 8 كريات لا نفرق بينها باللمس ، كريتان تحملان الرقم: 0 و أربع كريات تحمل الرقم: 2 وكرية تحمل الرقم: 1 وكرية تحمل الرقم: 4.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من الصندوق.
نعتبر الحدثين:

A : "الكريات المسحوبة مجموع أرقامها يساوي 6".

B : "الكريات المسحوبة جداء أرقامها يساوي 8"

(1) أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ احتمالي الحدثين A و B على الترتيب.

(2) أحسب $P(A \cap B)$ ، هل الحدثين A و B مستقلان؟. برّر إجابتك.

(3) استنتج $P_A(B)$ ، ثم $P(\overline{A \cap B})$.

(4) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب جداء أرقام الكريات المسحوبة.

(أ) عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب $E(X)$ أمله الرياضي.

(ب) أحسب $P\left(\frac{X^2-16}{X} > 0\right)$.

التمرين الرابع: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{(1 + \ln x)^2}{x}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{i}; \vec{j}; o)$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وبيّن أنّ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، ثم فسر النتائج المتحصل عليها بيانيا.

(2) (أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{(1 + \ln x)(1 - \ln x)}{x^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

(ج) أكتب معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

(3) g الدالة العددية المعرفة على $]1; +\infty[$ ب: $g(x) = 1 - x + \ln x$

(أ) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، واستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]1; +\infty[$.

(ب) برّر أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]1; +\infty[$: $1 + x + \ln x > 0$

(ج) إستنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (T) .

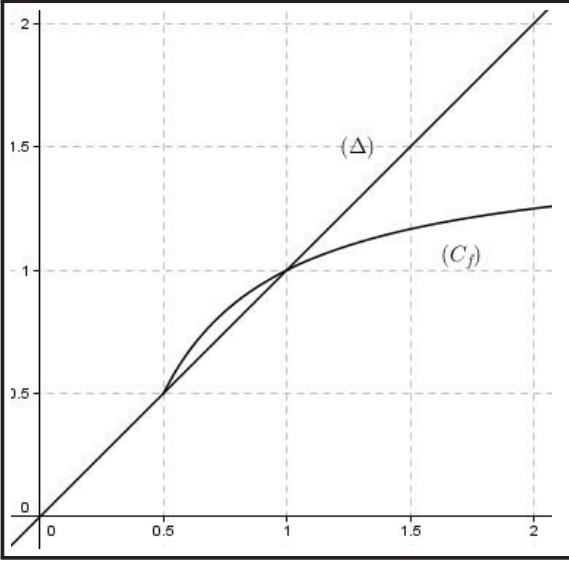
(4) أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم (T) .

(5) m وسيط حقيقي موجب ، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $\ln x = \sqrt{m}x - 1$.

(6) أحسب مساحة الحيز المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها: $y = x$ ، $x = 1$ و $x = e$.

إنتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني :



التمرين الأول: (04 نقاط)

f الدالة المعرفة على المجال $I = [\frac{1}{2}; +\infty[$ كما يلي:
 $f(x) = \frac{3x-1}{2x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{i}; \vec{j})$ و (Δ) مستقيم ذو المعادلة $y = x$ (كما في الشكل المقابل)
 (U_n) المتتالية العددية المعرفة بحدّها الاول $U_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n: U_{n+1} = f(U_n)$.

(1) أنقل الشكل المقابل، مثلّ دون حساب على محور الفواصل الحدود U_0, U_1, U_2 و U_3 مبرزاً خطوط الإنشاء.

(2) خمن اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها.

(3) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n: U_n > 1$.

(4) أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ماذا تستنتج؟

(5) أ) بين أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n: U_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{2}(U_n - 1)$.

ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n: U_n - 1 \leq (\frac{1}{2})^n$ ، ثم استنتج نهاية المتتالية (U_n) .

(6) (V_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $V_n = \frac{U_n - 1}{2U_{n-1}}$.

أ) بين أنّ المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب) أكتب عبارة U_n بدلالة n .

ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n بحيث: $S_n = \frac{V_0-1}{U_0} + \frac{V_1-1}{U_1} + \dots + \frac{V_{n-1}-1}{U_n}$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

من بين الاقتراحات الثلاثة لكل سؤال من الاسئلة جواب واحد صحيح فقط حدّدّه مع التعليل:

(1) منحنى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x) = 3x + \frac{e^{-x} - 2}{e^{-x} - 1}$ يقبل مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$ معادلته:

أ) $y = 3x$ ب) $y = 3x + 1$ ج) $y = 3x + 2$

(2) نعتبر العدد الحقيقي $A(\lambda) = \int_1^\lambda x \ln x dx$ حيث $\lambda > 1$ ، علماً أن الدالة: $x \mapsto \frac{x^2}{2} \left[\ln x - \frac{1}{2} \right]$

دالة أصلية للدالة $x \mapsto x \ln x$ ، قيمة λ التي من أجلها $A(\lambda) = \frac{1}{4}$ هي:

أ) $\lambda = e^{-1}$ ب) $\lambda = \sqrt{e}$ ج) $\lambda = 2e$

(3) المعادلة: $\log(11x^2 - 6x + 5) = \log(x^2) + 1$ تقبل حلان في $\mathbb{R}$ هما:

أ) $S = \{1; -5\}$ ب) $S = \{1; 5\}$ ج) $S = \{-1; -5\}$

(4) المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $U_n = 2 - 3 \left(\frac{1}{4} \right)^n$ هي متتالية

أ) متزايدة تماماً ب) متناقصة تماماً ج) ليست رتيبة

التمرين الثالث: (04 نقاط)

وحدة إنتاجية يسيرها 20 عامل منهم 8 نساء و 12 رجال ، من بينهم العامل " مراد " .

- (1) يريد العمال تشكيل لجنة مؤلفة من ثلاثة عمال . ، أحسب احتمال كل حدث من الحوادث الآتية:
 A : " أعضاء اللجنة نساء " . B : " اللجنة تضم على الأكثر امرأة " . C : " اللجنة تضم على الأقل امرأة " .
- (2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل لجنة مشكلة ، عدد الرجال الموجودين فيها.
 (أ) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ، ثم أحسب $E(X)$ أمله الرياضي.
 (ب) أحسب $P(X^2 - 2X \leq 0)$.
- (3) يريد العمال تشكيل لجنة مؤلفة من رئيس، نائب و كاتب ، أحسب احتمال كل حدث من الحوادث الآتية :
 D : " رئيس اللجنة من الرجال " . E : " رئيس ونائب اللجنة من نفس الجنس " .
 F : " العامل " مراد " موجود في اللجنة " .

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I . نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = (2x + 1)e^{-x} + 1$.

- (1) أحسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (3) (أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[-0.74; -0.73]$.
 (ب) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II . f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = (-2x - 3)e^{-x} + x$.
 (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$

- (1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.
- (2) (أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.
 (ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
- (3) (أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$.
 (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (4) بيّن أنّ : $f(\alpha) = \alpha + 1 + \frac{2}{2\alpha + 1}$ ، ثم عيّن حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدور النتائج إلى 10^{-2}).
- (5) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف ω يطلب تعيين إحداثيها.
- (6) أنشئ كلاً من (Δ) و (C_f) . (يعطى $f(-1.65) \approx 0$ و $f(1.4) \approx 0$).
- (7) (أ) عيّن العددين a و b حتى تكون الدالة $H(x) = (ax + b)e^{-x}$ دالة أصلية للدالة $h(x) = (-2x - 3)e^{-x}$.
 (ب) أحسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز من المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادليهما $x = 0$ و $x = \lambda$ (حيث λ عدد حقيقي موجب تماماً).
 (ج) أحسب: $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$.

إنتهى الموضوع الثاني

الإجابة النموذجية عن 1 مسألة الكالوريا التجريبية

$$y(n) = C e^{(\ln 3)^n} - \frac{\ln 27}{\ln 3} \quad \text{إذا}$$

$$= C e^{\ln 3^n} - \frac{\ln 27}{\ln 3}$$

$$\boxed{y(n) = C \times 3^n - 3} \quad (1)$$

لدينا $y(0) = 6$ أي

$$C \times 3^0 - 3 = 6$$

$$C = 6 + 3 = 9$$

يصح في (1) جبهه

$$y(n) = 9 \times 3^n - 3$$

$$= 3^2 \times 3^n - 3$$

$$\boxed{y(n) = 3^{n+2} - 3}$$

3 / A و B حدثان مستقلان

$$P(A \cup B) = 0,35, \quad P(A) = 0,2$$

احتمال الحادثة B هو

$$P(B) = 0,1875 \quad \text{الاجواب ب}$$

التحليل

لدينا A و B مستقلان

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad \text{لدينا}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$$

$$P(A \cap B) - P(A) = P(B)(1 - P(A))$$

$$P(B) = \frac{P(A \cap B) - P(A)}{1 - P(A)}$$

$$= \frac{0,35 - 0,2}{1 - 0,2} = \boxed{0,1875}$$

الموضوع الأول

التقريب الأول

الإجابة بـ جميع أو خطأ مع التحليل

1 / انا انا في المعركة على IR بـ

$$f(n) = 1 - \frac{e}{e^n + 1} \quad \text{هي دالة}$$

الاجواب ا / فردية

التحليل

$$f(n) = 1 - \frac{e}{e^n + 1} = \frac{e^n - 1}{e^n + 1} \quad \text{لدينا}$$

* لدينا f متناظرة بالنسبة لـ "0"

أي هي اجل $a \in \mathbb{R}$ فان $-a \in \mathbb{R}$

$$f(-n) = \frac{e^{-n} - 1}{e^{-n} + 1} = \frac{1 - e^n}{1 + e^n} = - \frac{(e^n - 1)}{e^n + 1} \quad *$$

$$= -f(n)$$

وهي f دالة فردية

2 / حل المعادلة التفاضلية $y' - \ln 3 y = \ln 27$

والتي تحت $y(0) = 6$ هي

$$y(n) = 3^{n+2} - 3 \quad \text{الاجواب ب}$$

التحليل

$$y' - \ln 3 y = \ln 27 \quad \text{لدينا}$$

$$y' = (\ln 3) y + \ln 27$$

هي من الشكل $y' = ay + b$

حلها من الشكل

$$y(n) = C e^{an} - \frac{b}{a}$$

التصنيف الثاني

$$f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad I$$

11 دراسة دالة f وتماثل
حول x بقاء x

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{|x|} = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{|x|} = 2$$

* الخواص لـ f

f دالة ق. ! على $\mathbb{R}$ ودالة كالمشتقة

$$f'(x) = \frac{2\sqrt{x^2+1} - 2x \times \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{(\sqrt{x^2+1})^2} = \frac{2(x^2+1) - 2x^2}{(\sqrt{x^2+1})^3} = \frac{2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$$

$$= \frac{2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} > 0$$

$\sqrt{x^2+1} > 0$ و $x^2+1 > 0$

وهذا f دالة متزايدة على $\mathbb{R}$

متتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ معرفة

$$u_n = \int_{e^n}^{e^{n+1}} \frac{2}{x} (1 + \ln x) dx$$

المجموع S_n حيث

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{36}$$

$$S_n = 1443$$

التحليل:

$$\begin{aligned} u_n &= \int_{e^n}^{e^{n+1}} \frac{2}{x} (1 + \ln x) dx \\ &= \int_{e^n}^{e^{n+1}} \left(\frac{2}{x} + 2 \frac{\ln x}{x} \right) dx \\ &= \left[2 \ln x + (\ln x)^2 \right]_{e^n}^{e^{n+1}} \\ &= 2 \ln e^{n+1} + (\ln e^{n+1})^2 - 2 \ln e^n - (\ln e^n)^2 \\ &= 2(n+1) + (n+1)^2 - 2n - n^2 \\ &= 2n+2 + n^2+2n+1 - 2n - n^2 \\ &= 2n+3 \end{aligned}$$

وهي متتالية حسابية

$r=2$ و $a=3$

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{36}$$

$$S_n = \frac{(n-p+1)(u_p + u_n)}{2} \Big|_{p=0}^{n=36} = \frac{(36-0+1)(u_0 + u_{36})}{2}$$

$$= \frac{37(3+75)}{2} = \frac{37 \times 78}{2}$$

$$= 1443$$

أي $1 \leq f(n) \leq \sqrt{3}$
 وبما $f(n) \in [1, \sqrt{3}]$

$u_0 = 1$ ، $u_{n+1} = f(u_n)$ II
 11 / 18 بيان أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$

$1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$

نضع $P(n) : 1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$

$P(0) : 1 \leq u_0 = 1 \leq \sqrt{3}$ (صحيحة)

نفرض أن $P(n)$ صحيحة ونثبت $P(n+1)$

لدينا $1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$

وبما أن f دالة متزايدة على المجال $[1, \sqrt{3}]$ فإن

$f(1) \leq f(u_n) \leq f(\sqrt{3})$

$1 \leq \frac{2}{\sqrt{2}} \leq u_{n+1} \leq \sqrt{3}$

أي $1 \leq u_{n+1} \leq \sqrt{3}$

وبما من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$

$1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$

بإدراكنا أن f دالة متزايدة

وبما أن f دالة متزايدة فإن

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= f(u_n) - u_n \\ &= \frac{2u_n - u_n \sqrt{u_n^2 + 1}}{\sqrt{u_n^2 + 1}} \\ &= \frac{u_n(2 - \sqrt{u_n^2 + 1})}{\sqrt{u_n^2 + 1}} \end{aligned}$$

$f(n) - n = 0$ المعادلة

$f(n) - n = 0$

$\frac{2n}{\sqrt{n^2 + 1}} - n = 0$

$\frac{2n - n\sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt{n^2 + 1}} = 0$

وبما أن

$2n - n\sqrt{n^2 + 1} = 0$

$n(2 - \sqrt{n^2 + 1}) = 0$

لما $n = 0$ أو $2 - \sqrt{n^2 + 1} = 0$

$2 - \sqrt{n^2 + 1} = 0$

$\sqrt{n^2 + 1} = 2$

$n^2 + 1 = 4$

$n^2 = 3$

$n = \sqrt{3}$ أو $n = -\sqrt{3}$

وبما أن f دالة متزايدة

$S = \{0, \sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$

$n \in [1, \sqrt{3}]$ بيان أنه من أجل

$f(n) \in [1, \sqrt{3}]$ فإن

$n \in [1, \sqrt{3}]$ لدينا

أي $1 \leq n \leq \sqrt{3}$

وبما أن f دالة متزايدة على

المجال $[1, \sqrt{3}]$ فإن

$f(1) \leq f(n) \leq f(\sqrt{3})$

$1 \leq \frac{2}{\sqrt{2}} \leq f(n) \leq \sqrt{3}$

$l=0$ مقبول لأن $1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$
 $l=-\sqrt{3}$ مقبول لأن $1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$
 $l=\sqrt{3}$ مقبول

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \sqrt{3}$$

$$V_n = \frac{(u_n)^2}{3 - (u_n)^2} \quad / 2$$

19 بيان أن (V_n) م متزايدة بجاوب
 $V_0 = ?$ و $q = ?$

$$V_{n+1} = \frac{(u_{n+1})^2}{3 - (u_{n+1})^2}$$

$$= \frac{\left(\frac{2u_n}{\sqrt{u_n^2+1}}\right)^2}{3 - \left(\frac{2u_n}{\sqrt{u_n^2+1}}\right)^2}$$

$$= \frac{4u_n^2}{u_n^2+1}$$

$$3 - \frac{4u_n^2}{u_n^2+1}$$

$$= \frac{4u_n^2}{\cancel{u_n^2+1}}$$

$$\frac{3u_n^2+3-4u_n^2}{\cancel{u_n^2+1}}$$

$$= \frac{4u_n^2}{-u_n^2+3} = 4 \left(\frac{u_n^2}{3-u_n^2} \right)$$

$$= 4V_n$$

وبما أن (V_n) م متزايدة $q=4$

إشارة الفرق من إشارة

$$\sqrt{u_n^2+1} > 0 \text{ لأن } 2 - \sqrt{u_n^2+1}$$

$$1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$$

$$1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$$

$$1 \leq u_n^2 \leq 3$$

$$2 \leq u_n^2+1 \leq 4$$

$$\sqrt{2} \leq \sqrt{u_n^2+1} \leq 2$$

بفرق الطرفين بالمثل (-1) في

$$-2 \leq -\sqrt{u_n^2+1} \leq -\sqrt{2}$$

$$0 \leq 2 - \sqrt{u_n^2+1} \leq 2 - \sqrt{2}$$

$$2 - \sqrt{u_n^2+1} > 0$$

وبما أن (u_n) متزايدة نحاول

ملاحظة

يمكن استنتاج قبول إشارة

$$2 - \sqrt{u_n^2+1}$$

* إجماع

(u_n) متزايدة نحاول ومجموعة

من أجل $(3 \leq u_n)$ مقبولة

* حساب نهاية (u_n)

لدينا (u_n) مقاربة وبالتالي

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_{n+1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$$

$$f(l) = l$$

$$f(l) - l = 0$$

نحاول إيجاد الحدود المتعادلة

وعلوها

$$S = \{0, -\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$$

$$U_n = \sqrt{\frac{3(\frac{1}{2}) \times 4^n}{(\frac{1}{2}) \times 4^n + 1}}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{3(\frac{1}{2}) \times 4^n}{\frac{1}{2} \times 4^n + 1}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{3 \times \cancel{4^n}}{\cancel{4^n} (\frac{1}{2} + \frac{1}{\cancel{4^n}})}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{3 \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}} = \sqrt{3}$$

3 / حساب - خلاصه U_n الجواب

$$S_n = \frac{1}{V_0} + \frac{1}{V_1} + \dots + \frac{1}{V_n}$$

لنا $\left(\frac{1}{V_n}\right)$ من q' في U_n

$$q' = \frac{1}{9} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{V_0} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

$$S_n = \frac{1/V_0}{1-q'} (1 - (q')^{n+1})$$

$$= \frac{2}{1 - \frac{1}{4}} (1 - (\frac{1}{4})^{n+1})$$

$$= \frac{2}{\frac{3}{4}} (1 - (\frac{1}{4})^{n+1})$$

$$S_n = \frac{8}{3} (1 - (\frac{1}{4})^{n+1})$$

دو

$$V_0 = \frac{(U_0)^2}{3 - (U_0)^2} = \frac{1}{3 - 1} = \frac{1}{2}$$

ن/ كتاب V_n خلاصه U_n و ا. كتاب (U_n) خلاصه U_n حساب - كتاب (U_n)

* لنا (V_n) من q في U_n

$$V_n = V_p \times q^{n-p} \quad \begin{matrix} p=0 \\ q=4 \\ n=n \end{matrix}$$

$$V_n = \frac{1}{2} (4)^n$$

* كتاب U_n خلاصه U_n

$$V_n = \frac{U_n^2}{3 - U_n^2}$$

$$V_n (3 - U_n^2) = U_n^2$$

$$3V_n - U_n^2 V_n - U_n^2 = 0$$

$$U_n^2 (-V_n - 1) = -3V_n$$

$$U_n^2 = \frac{-3V_n}{-V_n - 1}$$

$$U_n^2 = \frac{3V_n}{V_n + 1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} U_n = \sqrt{\frac{3V_n}{V_n + 1}} \end{array} \right. \quad \begin{matrix} \text{أي} \\ \text{برنولي} \\ \text{من} \\ \text{15 } U_n \leq \sqrt{3} \end{matrix}$$

$$U_n = \sqrt{\frac{3V_n}{V_n + 1}}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(1 + \ln n)^n}{n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 2 \ln n + (\ln n)^2}{n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} + \frac{2 \ln n}{n} + \frac{(\ln n)^2}{n}$$

$$= 0$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln n}{n} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\ln n)^2}{n} = \lim_{y \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln y}{y} \right)^2$$

$$= \lim_{y \rightarrow +\infty} \left(\frac{2 \ln y}{y} \right) = 0$$

وإذا $y=0$ سنقيم مقام بـ أفقي لـ (C)

1/2 بيان أن f متناقص

$$f'(n) = \frac{(1 + \ln n)(1 - \ln n)}{n^2} \quad \text{في } n \in]0, +\infty[$$

f دالة ق. ا. على $]0, +\infty[$

وإذا $n \rightarrow +\infty$ فـ $f(n) \rightarrow 0$

$$f'(n) = \frac{2 \left(\frac{1}{n} \right) (1 + \ln n) n - (1 + \ln n)^2}{n^2}$$

$$= \frac{(1 + \ln n) [2 - (1 + \ln n)]}{n^2}$$

$$= \frac{(1 + \ln n) (2 - 1 - \ln n)}{n^2}$$

$$= \frac{(1 + \ln n) (1 - \ln n)}{n^2}$$

X	$-\infty$	-4	0	4	$+\infty$
X	-	-	0	+	+
$X^2 - 16$	+	0	-	-	+
$\frac{X^2 - 16}{X}$	-	0	+	-	+

$$\frac{X^2 - 16}{X} > 0 \quad \text{طول المتراجحة}$$

$$-4 < X < 0 \quad \text{أو} \quad X > 4$$

$$P\left(\frac{X^2 - 16}{X} > 0\right) = P(X > 4)$$

$$= P(X=8) + P(X=16)$$

$$= \frac{8}{16} + \frac{6}{16} = \frac{14}{16} = \boxed{\frac{7}{8}}$$

التحريث الرابع:

$$f(n) = \frac{(1 + \ln n)^n}{n}$$

$$D_f =]0, +\infty[$$

1/ حساب $\lim_{n \rightarrow 0} f(n)$ وبيان
أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = 0$ وتفسير النتائج

$$* \lim_{n \rightarrow 0} f(n) = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{(1 + \ln n)^n}{n} = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow 0} (1 + \ln n)^n = +\infty$$

$n=0$ سنقيم مقام بـ أفقي

لـ (C)

جاءت معادلة الحاسبات
 (T) عند ان نقطة كانت
 الفاعلة "1"

$$(T): y = f'(n)(n-1) + f(1)$$

$$y = 1(n-1) + 1 \quad / \quad f'(1) = 1$$

$$y = n - 1 + 1 \quad / \quad f(1) = 1$$

$(T) \quad y = n$

$g(n) = 1 - n + \ln n$ / 3

$D_g =]1, +\infty[$

* ادر اية! الجاه خير و

دا نتاج! اشارة $g(n)$ على $]1, +\infty[$

انها g ق ا على $]1, +\infty[$

وبالتالي اشارة g'

$$g'(n) = -1 + \frac{1}{n}$$

$$= \frac{-n+1}{n} < 0$$

$n > 1$ و $n \neq 1$

$$-n+1 < 0$$

ونو g متناقصة على $]1, +\infty[$

نتاج! اشارة $g(n)$

انها $g(1) = 0$ و g متناقصة

على $]1, +\infty[$ وبالتالي $g(n) < 0$

n	1	$+\infty$
$g(n)$	0	-

دا ا ب نتاج الجاه خير و

شكل جدول لقرائتها

لدينا $f'(n) = \frac{(1+\ln n)(1-\ln n)}{n^2}$

اشارة $f'(n)$ هي! $1, 0, -1$

$n > 0$ و $(1+\ln n)(1-\ln n)$

$$1 - \ln n = 0$$

$$-\ln n = -1$$

$$\ln n = 1$$

$n = e$

$$1 + \ln n = 0$$

$$\ln n = -1$$

$n = e^{-1}$

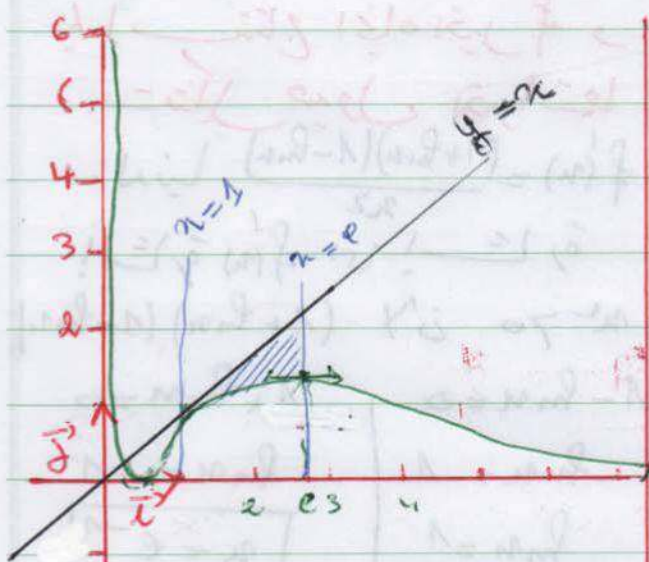
n	0	e^{-1}	e	$+\infty$
$1+\ln n$		-	+	+
$1-\ln n$		+	+	-
$f'(n)$		-	+	-

ونو f متزايدة تماماً على المجال
 $]e^{-1}, e[$ و متناقصة على المجالين
 $]e, +\infty[$ و $]0, e^{-1}[$
 * جدول اشارة f

n	0	e^{-1}	e	$+\infty$
$f'(n)$		-	+	-
$f(n)$	0	$\frac{1}{e}$	$\frac{2}{e}$	0

$$f(e) = \frac{2}{e}$$

$$f(e^{-1}) = 0$$



ب/ تبين أن $n \in \mathbb{N}$ فإن

$$1+n+pn > 0$$

لدينا $n > 1$

$$(1) \quad pn > 0$$

$$n > 1$$

$$(2) \quad n+1 > 2 > 0$$

بجمع (1) و (2) فإن

$$\boxed{n+1+pn > 0}$$

15 المتكافئة البينائية ص 10

ب/ استنتاج وقيمة (C_g) باستند على طول المحاور $1 \leq n \leq \sqrt{m}$

$$pn = \sqrt{m}n - 1 \quad \text{لدينا}$$

$$pn+1 = \sqrt{m}n$$

$$(pn+1)^2 = mn^2$$

$$\frac{(pn+1)^2}{n} = mn$$

$$f(n) = mn$$

المتكافئة تقول اني ايجاد

نقاط تقاطع (C_g) مع

المنحني الموار ذو المحارة $y=mn$

لدينا $y=mn$ يمثل نقطة

ثابتة وهي $O(0,0)$

$$f(n) - y = \frac{(1+pn)^2}{n} - n$$

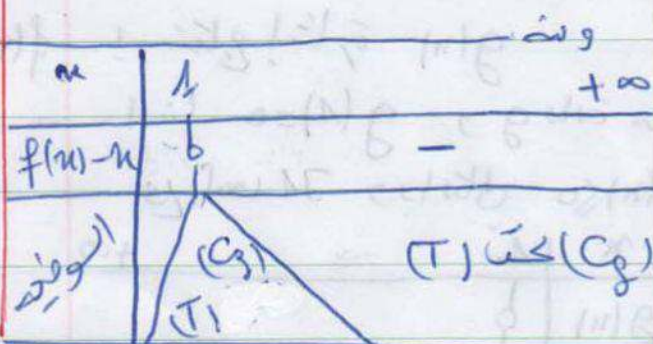
$$= \frac{(1+pn)^2 - n^2}{n}$$

$$= \frac{(1-n+pn)(1+n+pn)}{n}$$

$$= \frac{g(n)(1+n+pn)}{n} < 0$$

$$1+n+pn > 0, \quad g(n) < 0 \quad \text{لأن} \quad n > 0$$

المتكافئة	قيم m
ط مضايف	$m=0$
تد طول مسايرة	$0 < m \leq 1$
حد ان صام مضايف	$m=1$
ط ويدر	$m > 1$



مسألة 1/6 حساب مساحة المنطقة
 المحددة بـ $y = e^x$ ، $y = 1$ ، $x = 1$ ، $x = 0$
 $x = e$ ، $x = 1$ ، $y = x$

$$A = \int_1^e y - f(x) dx$$

$$= \int_1^e x - \frac{(1 + \ln x)^2}{x} dx$$

$$= \int_1^e x - \frac{1 + 2\ln x + (\ln x)^2}{x} dx$$

$$= \int_1^e x - \frac{1}{x} + \frac{2\ln x}{x} - \frac{(\ln x)^2}{x} dx$$

$$= \left[\frac{1}{2}x^2 - \ln x - (\ln x)^2 - \frac{1}{3}(\ln x)^3 \right]_1^e$$

$$= \left(\frac{1}{2}e^2 - 1 - 1 - \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{1}{2} - 0 - 0 - 0 \right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}e^2 - \frac{7}{3} \right) - \frac{1}{2} \text{ u.a}$$

$$= \frac{1}{2}e^2 - \frac{17}{6} \text{ u.a}$$

ومن ثم من اجل كونه طبيعي $n: u_n > 1$
 4/ د، ا، ب، ج، ايجاد تغير (u_n) ، والى نتائج

$$u_{n+1} - u_n = \frac{3u_n - 1}{2u_n} - u_n$$

$$= \frac{3u_n - 1 - 2u_n^2}{2u_n}$$

$$= \frac{-2u_n^2 + 3u_n - 1}{2u_n}$$

ا، ب، ج، ايجاد الفرق في اشارة $-2u_n^2 + 3u_n - 1$
 نضع $x = u_n$

$$-2x^2 + 3x - 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad | \quad a = -2$$

$$= 3^2 - 4(-2)(-1) \quad | \quad b = 3$$

$$= 1 \quad | \quad c = -1$$

$$x_1 = \frac{-3+1}{-2(-2)} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-3-1}{-2(-2)} = \frac{-4}{-4} = 1$$

X	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$-2x^2 + 3x - 1$	-	-	+	-

وبجاءت $u_n > 1$ فان

$$-2u_n^2 + 3u_n - 1 < 0 \quad \text{ومن ثم } (u_n)$$

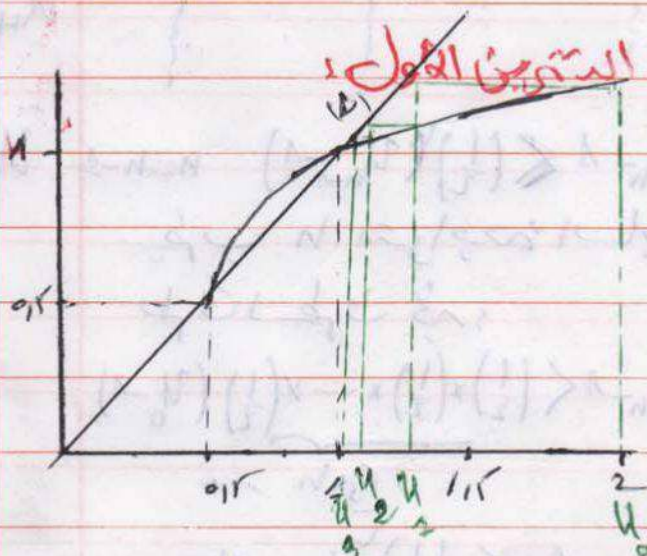
متناقصة مع N

وبجاءت $u_n > 1$ متزايدة على الاطلاق $3 \leq u_n < +\infty$ الى نتائج:

(u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل
 $(u_n > 1)$ فهي متقاربة

ص ٤

الموضوع الثاني



1/ 3 مثال العدد u_0, u_1, u_2, u_3
 2/ نتبين ايجاد تغير (u_n) ونقاربهما
 لدينا $u_0 = 2, u_1 = 1, u_2 = 1, u_3 = 1$ مرتبة ترتيبا
 تنازليا ومن ثم (u_n) متناقصة
 ونقاربهما في وقت حده نقطتان تقاطع

(C) مع (D) $(n=1)$

3/ برهات يتراجع انما

اجل كونه طبيعي $u_n > 1$

نضع $P(n): u_n > 1$

(محققة) $P(0): u_0 = 2 > 1$

نفرض ان $P(n)$ صحيحة ونثبت

صحة $P(n+1)$

$u_n > 1$

وبجاءت $u_n > 1$ متزايدة على الاطلاق $3 \leq u_n < +\infty$

$f(u_n) > f(1)$

$u_{n+1} > 1$

$$u_2 - 1 < \left(\frac{1}{2}\right)(u_2 - 1) \quad n=2$$

$$\vdots$$

$$u_n - 1 < \left(\frac{1}{2}\right)^h (u_n - 1) \quad n=n-1$$

يقرب h من زوجة ايجابية
طرقا طرفية

$$u_n - 1 < \underbrace{\left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \dots \times \left(\frac{1}{2}\right)}_{\text{في } h} (u_0 - 1)$$

$$u_n - 1 < \left(\frac{1}{2}\right)^h (2 - 1)$$

$$\boxed{u_n - 1 < \left(\frac{1}{2}\right)^h}$$

من حفظه
يمكن برهان يتراجع على
الحدس $u_n - 1 < \left(\frac{1}{2}\right)^h$

$$V_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1} \quad /6$$

IP بيان ان (V_n) م متناهي
 $V_0 = ?$ و $q = ?$

$$V_{n+1} = \frac{3u_{n+1} - 1}{2u_{n+1} - 1}$$

$$= \frac{3u_n - 1}{2u_n} - 1$$

$$= \frac{2(3u_n - 1) - 1}{2u_n}$$

IP/5 بيان ان u_n من اجل كل n
طريقا h : $u_{n+1} - 1 < \frac{1}{2}(u_n - 1)$
لدينا

$$u_{n+1} - 1 = \frac{3u_n - 1}{2u_n} - 1$$

$$= \frac{3u_n - 1 - 2u_n}{2u_n}$$

$$= \frac{u_n - 1}{2u_n}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{u_n - 1}{u_n} \right)$$

ولدينا $u_n > 1$

اي $2u_n > 2$

$$(1) - \left[\frac{1}{2u_n} < \frac{1}{2} \right] \text{ ومنه}$$

لدينا $u_n - 1$ يقرب من 0

بالنسبة $(u_n - 1)$

$$\frac{1}{2u_n} (u_n - 1) < \frac{1}{2} (u_n - 1)$$

$$\boxed{u_{n+1} - 1 < \frac{1}{2} (u_n - 1)}$$

اذا كان u_n من اجل كل n صحي

$$u_n - 1 < \left(\frac{1}{2}\right)^h$$

لدينا من الحدس ايجابية و
من اجل

$$u_0 - 1 < \left(\frac{1}{2}\right)(u_0 - 1) \quad n=0$$

$$u_1 - 1 < \left(\frac{1}{2}\right)(u_1 - 1) \quad n=1$$

$$u_n = \frac{V_n - 1}{2V_n - 1}$$

$$u_n = \frac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}{\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}$$

S_n مجموع السلسلة

$$S_n = \frac{V_0 - 1}{u_0} + \frac{V_1 - 1}{u_1} + \dots + \frac{V_n - 1}{u_n}$$

لدينا من المعادلة

$$(2V_n - 1)u_n = V_n - 1$$

$$2V_n - 1 = \frac{V_n - 1}{u_n}$$

$$S_n = (2V_0 - 1) + (2V_1 - 1) + \dots + (2V_n - 1)$$

$$= 2(V_0 + V_1 + \dots + V_n) - (1 + 1 + \dots + 1)$$

$$q = \frac{1}{2} \quad p = 0 \quad \text{و } n(n+1)$$

$$= 2 \frac{V_0}{(1 - \frac{1}{2})} (1 - (\frac{1}{2})^{n+1}) - (n+1)$$

$$= \frac{2 \left(\frac{1}{3}\right)}{\frac{1}{2}} (1 - (\frac{1}{2})^{n+1}) - n - 1$$

$$S_n = \frac{4}{3} (1 - (\frac{1}{2})^{n+1}) - n - 1$$

$$= \frac{3u_{n-1} - 2u_n}{2u_n} = \frac{6u_{n-2} - 2u_n}{2u_n}$$

$$= \frac{u_{n-1}}{4u_{n-2}} = \frac{1}{2} \left(\frac{u_{n-1}}{2u_{n-2}} \right)$$

$$= \frac{1}{2} V_n$$

لدينا من المعادلة

و $q = \frac{1}{2}$

$$V_0 = \frac{u_0 - 1}{2u_0 - 1} = \frac{2 - 1}{2(2) - 1} = \frac{1}{3}$$

لدينا من المعادلة

لدينا من المعادلة

لدينا من المعادلة

$$V_n = V_p \times q^{n-p} \quad \left| \begin{array}{l} p=0 \\ q=\frac{1}{2} \\ n=n \end{array} \right.$$

$$V_n = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$V_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$$

لدينا من المعادلة

$$V_n(2u_n - 1) = u_n - 1$$

$$2V_n u_n - V_n = u_n - 1$$

$$2V_n u_n - u_n = V_n - 1$$

$$(2V_n - 1)u_n = V_n - 1$$

المسألة الثانية

$$= \left(\frac{\lambda^2}{2} (\ln \lambda - \frac{1}{2}) \right) - \left(\frac{1}{2} (-\frac{1}{2}) \right)$$

$$= \frac{\lambda^2}{2} (\ln \lambda - \frac{1}{2}) + \frac{1}{4}$$

$$A(\lambda) = \frac{1}{4} \quad \text{حتى يكون}$$

$$\frac{\lambda^2}{2} (\ln \lambda - \frac{1}{2}) + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{\lambda^2}{2} (\ln \lambda - \frac{1}{2}) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \ln \lambda - \frac{1}{2} = 0 \\ \ln \lambda = \frac{1}{2} \\ \boxed{\lambda = e^{\frac{1}{2}}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{\lambda^2}{2} = 0 \\ \lambda^2 = 0 \\ \lambda = 0 \\ \text{ممنوع} \\ \lambda > 1 \end{array}$$

$$\boxed{\lambda = \sqrt{e}}$$

$$\log(Mn^2 - 6n + 5) = \log n^2 + 1 \quad 13$$

تأكد من أن

$$S = \{1, 5\} \quad \text{الجواب : ب}$$

التحليل :

$$\log(Mn^2 - 6n + 5) = \log n^2 + 1$$

في منطقة $\mathbb{R}^*$ أي

$$Mn^2 - 6n + 5 > 0, \quad n^2 > 0$$

$$\log(Mn^2 - 6n + 5) = \log n^2 + 1$$

$$\frac{\ln(Mn^2 - 6n + 5)}{\ln 10} = \frac{\ln n^2}{\ln 10} + 1$$

اختيار إلى جانب انصافه مع

التحليل

1/ منصف انصاف المعرفة على $\mathbb{R}^*$

$$f(n) = \frac{e^{-n} - 2}{e^{-n} - 1}$$

مقابل ماثل مجا ($+\infty$) مصادفة

$$y = 3n + 2 \quad \text{الجواب : ب}$$

التحليل :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) - 3n =$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 3n + \frac{e^{-n} - 2}{e^{-n} - 1} - 3n$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{-n} - 2}{e^{-n} - 1} = 2$$

وأن

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) - (3n + 2) = 0$$

ماثل ، وأن $y = 3n + 2$ ماثل

(C) ، ب ، ($+\infty$)

$$\lambda > 1, \quad A(\lambda) = \int_1^\lambda n \ln n \, dn$$

قيمة λ هي $A(\lambda) = \frac{1}{4}$ أي

$$\lambda = \sqrt{e} \quad \text{الجواب : ب}$$

التحليل :

$$A(\lambda) = \int_1^\lambda n \ln n \, dn$$

$$= \left[\frac{n^2}{2} (\ln n - \frac{1}{2}) \right]_1^\lambda$$

التمرين الثالث

عدد الرجال 12
عدد النساء 8

عدد العمال : $20 = 12 + 8$

التجربة تشكيل لجنة من 3 رجال
المهام غير متكررة

طريقة العد وتوقيته $C_{20}^3 = 1140$

1/ حساب احتمال وقوع الحدث التالي

"A" أعضاء اللجنة نساء

$$P(A) = \frac{C_8^3}{C_{20}^3} = \frac{14}{285}$$

"B" اللجنة تضم امرأة واحدة على الأكثر

$$P(B) = \frac{C_8^1 \times C_{12}^2 + C_{12}^3}{C_{20}^3} = \frac{157}{285}$$

"C" اللجنة تضم امرأة على الأقل

$$P(C) = \frac{C_8^1 \times C_{12}^2 + C_8^2 \times C_{12}^1 + C_8^3}{C_{20}^3} = \frac{78}{95}$$

2/ لكن لا المختار العشوائي
يرفق بلكر لجنة عدد الرجال
المختارين في اللجنة

$$\ln(11n^2 - 6n + 5) = \ln n^2 + \ln 10$$

$$\ln(11n^2 - 6n + 5) = \ln 10n^2$$

$$11n^2 - 6n + 5 = 10n^2$$

$$n^2 - 6n + 5 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \begin{cases} a=1 \\ b=-6 \\ c=5 \end{cases}$$

$$= 36 - 4(1)(5) = 16$$

$$n_1 = \frac{6+4}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$n_2 = \frac{6-4}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$S = \{1, 5\}$$

وسمى U_n متتالية على N بـ $U_n = 2 - 3\left(\frac{1}{4}\right)^n$ في مسألة د

الجواب P متزايدة تكافأ

التحليل

$$U_{n+1} - U_n = \left(2 - 3\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right) - \left(2 - 3\left(\frac{1}{4}\right)^n\right)$$

$$= -3\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} + 3\left(\frac{1}{4}\right)^n$$

$$= 3\left(\frac{1}{4}\right)^n \left(-\frac{1}{4} + 1\right)$$

$$= 3\left(\frac{1}{4}\right)^n \left(\frac{3}{4}\right)$$

$$= \frac{9}{4} \left(\frac{1}{4}\right)^n > 0$$

وسمى (U_n) متزايدة تكافأ

1/ قانون الاحتمال وحساب

المطلوب

قيم

$$X = \{0, 1, 2, 3\}$$

n_i	0	1	2	3	Σ
$P(x=n_i)$	$\frac{14}{288}$	$\frac{84}{288}$	$\frac{132}{288}$	$\frac{78}{288}$	1
$n_i P_i$	0	$\frac{84}{288}$	$\frac{264}{288}$	$\frac{234}{288}$	

$$P(x=0) = \frac{C_8^3}{C_{20}^3} = \frac{14}{288}$$

$$P(x=1) = \frac{C_{12}^1 \times C_8^2}{C_{20}^3} = \frac{28}{96} = \frac{84}{288}$$

$$P(x=2) = \frac{C_{12}^2 \times C_8^1}{C_{20}^3} = \frac{44}{96} = \frac{132}{288}$$

$$P(x=3) = \frac{C_{12}^3}{C_{20}^3} = \frac{11}{72} = \frac{78}{288}$$

$$E(x) = \sum n_i P_i = \frac{9}{5} = 1.8$$

التجربة، 3 عمال

المهام، رئيس، نائب، كاتب

$$A_{20}^3 = 6840$$

حساب احتمال العوائد التالية

"D" رئيس اللجنة من الرجال

$$P(D) = \frac{A_{12}^1 \times A_{19}^2}{A_{20}^3} = \frac{3}{5}$$

"E" رئيس اللجنة ونائبه من نفس

الجنس

$$P(F) = \frac{A_{12}^2 \times A_{18}^1 + A_8^2 \times A_{18}^1}{A_{20}^3}$$

$$= \frac{3384}{6840} = \frac{47}{95}$$

"F" العامل "رأى" في اللجنة

$$P(F) = \frac{3 \times A_1^1 \times A_{19}^2}{A_{20}^3} = \frac{1026}{6840} = \frac{3}{20}$$

التسوية الرابع:

$$g(n) = (2n+1)e^{-n} \quad P_y = R \quad \gamma$$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} g(n), \lim_{n \rightarrow +\infty} g(n) \rightarrow \gamma$$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} g(n) = \lim_{n \rightarrow -\infty} (2n+1)e^{-n}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} g(n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} (2n+1)e^{-n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n}{e^n} + \frac{1}{e^n}$$

$$= 1$$

2/ دراسة الجاهل تغير و تشكيل

حول تغيراتها

g دالة و ا على R و

$$g'(n) = 2e^{-n} - e^{-n}(2n+1)$$

$$= e^{-n}(2 - (2n+1))$$

$$= e^{-n}(1-2n)$$

أولاً $g(-0.74) \times g(-0.73)$ ومن حسب
 مبرهنه القيمة المتوسطة يوجد
 α وحيث $-0.74 < \alpha < -0.73$
 كقول $g(\alpha) = 0$

ب) إشارة $g(n)$
 من جدول اختبار إشارة g
 ومن $g(\alpha) = 0$ ينتج

n	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(n)$	-	0	+

II
 $f(n) = (-2n-3)e^{-n} + n$
 $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n), \lim_{n \rightarrow -\infty} f(n) = -\infty$

$\lim_{n \rightarrow -\infty} f(n) = \lim_{n \rightarrow -\infty} (-2n-3)e^{-n} + n$

$= \lim_{n \rightarrow -\infty} n \left[\frac{-2n-3}{n} e^{-n} + 1 \right]$

$= +\infty$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} (-2n-3)e^{-n} + n$

$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-2n}{e^n} - \frac{3}{e^n} + n$

$= +\infty$

إشارة $g(n)$ إشارة $1-2n$
 $e^{-n} > 0$

$1-2n = 0 \iff 2n = 1$

$n = \frac{1}{2}$

n	$-\infty$	$1/2$	$+\infty$
$1-2n$	+	0	-
$g'(n)$	+	0	-

ومن g متزايدة على $[-\frac{1}{2}, +\infty[$

ومتزايدة تناقصاً على $] -\infty, -\frac{1}{2}]$

* جدول اختبار g

n	$-\infty$	$1/2$	$+\infty$
$g'(n)$	+	0	-
$g(n)$	$-\infty$	$\frac{2}{\sqrt{e}}$	$+\infty$

$g(1/2) = 2e^{-1/2} = \frac{2}{\sqrt{e}} + 1$

$g(n) = 0$ لعلنا نأخذ α

بشكل دقيق α حيث

$-0.74 < \alpha < -0.73$

لذا g دالة متزايدة ومتناقص

تلك على $[-0.74, -0.73]$

$g(-0.74) =$

$g(-0.73) =$

$$= e^{-n}(-2 - (-2n-3)) + 1$$

$$= (2n+1)e^{-n} + 1$$

$$= g(n)$$

حالا! نتابع اتجاه تغير f ونشكل

جدول تغيراتها

$$f'(n) = g(n)$$

إذا إشارة $f'(n)$ هي إشارة $g(n)$

n	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(n)$	-	0	+
$f'(n)$	-	0	+

و من f متزايدة على $[\alpha, +\infty[$

و متناقصة على $] -\infty, \alpha]$

f جدول التغيرات *

n	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(n)$	-	0	+
$f(n)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

$$f(\alpha) = 2 + 1 + \frac{2}{2\alpha + 1}$$

نبحث عن

$$f(\alpha) - (2+1) - \frac{2}{2\alpha+1} = 0$$

1/2 بيان $\Delta: y = n$ متق

مقابل (C_f) بجوار $+\infty$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) - y = \lim_{n \rightarrow +\infty} (-2n-3)e^{-n} + n - n$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} (-2n-3)e^{-n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-2n}{e^n} - \frac{3}{e^n} = 0$$

و من $\Delta: y = n$ متق مقابل

مقابل (C_f) بجوار $+\infty$

1/3 بيان Δ وموجة (C_f) و (C_g)

$$f(n) - y = (-2n-3)e^{-n}$$

إشارة الفرق هي إشارة $(-2n-3)$

$$e^{-n} > 0$$

$$-2n-3 = 0 \Leftrightarrow -2n = 3$$

$$n = -\frac{3}{2}$$

n	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$-2n-3$	+	0	-
$f(n) - y$	+	0	-
الوصف	(C_g) فوق (Δ)	(C_g) تقاطع (Δ)	(C_g) تحت (Δ)

1/3 بيان Δ و $f'(n) = g(n)$

لنا f في R و دالتها

المشتقة

$$f'(n) = -2e^{-n} - e^{-n}(-2n-3) + 1$$

$$-4,08 < f(x) < -3,89$$

15/ بيان ان (Cg) قبيل نقطة
! انطاف في جلاب نقطة

لدينا f' ق! لـ R و

$$f''(n) = g'(n)$$

في النقط I

n	$-\infty$	$1/2$	$+\infty$
$f''(n) = g'(n)$		$\begin{matrix} + \\ \\ - \end{matrix}$	

ومن f'' نعلم ان عند $n = 1/2$
نقطة انطاف و (Cg) قبيل
نقطة انطاف هي

$$W(1/2, f(1/2))$$

$$f(1/2) = (-1-3)e^{-1/2} = -\frac{4}{\sqrt{e}}$$

16/ انشاء (Cg) و (Δ) (آخر الموقوع)

17/ اثنين a و b حق تكون

H دالة ابلية لـ h

$$H(n) = (an+b)e^{-n}$$

$$h(n) = (-2n-3)e^{-n}$$

$$H'(n) = h(n)$$

$$H'(n) = a e^{-n} - (an+b)e^{-n}$$

$$= (-an - b + a) e^{-n}$$

$$f(x) = x - 1 - \frac{2}{2x+1} =$$

$$= (2x-3)e^{-x} + x - x - 1 - \frac{2}{2x+1}$$

$$= (2x-3)e^{-x} - \frac{(2x+1)+2}{2x+1}$$

$$= \frac{-(2x+3)(2x+1)e^{-x} - (2x+3)}{2x+1}$$

$$= \frac{-(2x+3)[(2x+1)e^{-x} + 1]}{2x+1}$$

$$= \frac{-(2x+3)g(x)}{2x+1} = 0$$

حصر لـ $f(x)$

لـ

$$-0,74 < x < -0,73$$

$$[0,26 < x+1 < 0,27] - (1)$$

$$-1,48 < 2x < -1,46$$

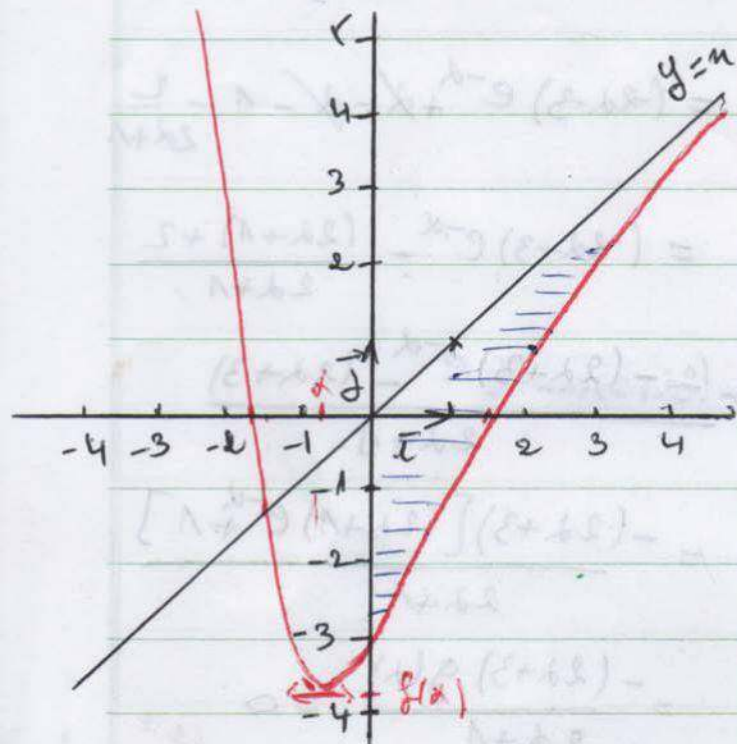
$$-0,48 < x+1 < -0,46$$

$$-2,08 > \frac{1}{2x+1} > -2,17$$

$$-4,16 > \frac{2}{2x+1} > -4,34$$

$$[-4,34 < \frac{2}{2x+1} < -4,16]$$

مع (1) و (2) مرقق لـ f
حيث



سؤال 3

$$P(x^2 - 2x \leq 0) \quad 1/6$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x - 2) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad | \quad x = 0$$

$$x = 2$$

x	0	2
$x^2 - 2x$	+	-

$$0 \leq x \leq 2 \quad \text{so } x \text{ is}$$

$$P(x^2 - 2x \leq 0) = P(0 \leq x \leq 2)$$

$$= P(x=0) + P(x=1)$$

$$+ P(x=2)$$

$$= \frac{230}{285}$$

بالطريقة مع الدالة

$$-a = -2 \Rightarrow a = 2$$

$$-b + a = -3 \quad b = 3 + a = 5$$

$$H(n) = (2n + 5) e^{-n}$$

$$A(\lambda) = \int_0^\lambda y - f(n) \, dn$$

$$y = n, \quad n = \lambda, \quad n = 0$$

$$A(\lambda) = \int_0^\lambda y - f(n) \, dn$$

$$= \int_0^\lambda (n - (2n - 3)) e^{-n} \, dn$$

$$= [-H(n)]_0^\lambda$$

$$= -H(\lambda) + H(0)$$

$$= -(2\lambda + 5) e^{-\lambda} + 5 \quad \text{u.a}$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda) = \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} -(2\lambda + 5) e^{-\lambda} + 5$$

$$= \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \frac{-2\lambda}{e^\lambda} - \frac{5}{e^\lambda} + 5$$

$$= 5$$