

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

الدبوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي دورة 2025

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 10 كرات متعائلة ولا نفرق بينها باللمس منها: كرتان خضراوان مرقمتان بـ: 1 ، 2 وثلاث كرات بيضاء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2 وخمس كرات حمراء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 3

(I) نسحب عشوائيا من الصندوق 3 كرات في آن واحد، ونعتبر الحوادث الآتية:

A : « الحصول على 3 كرات مختلفة الألوان مثلى مثلى » ، B : « الحصول على 3 كرات تحمل نفس الرقم »

C : « الحصول على 3 كرات مجموع أرقامها 6 »

(1) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث A ، B و C على الترتيب.

(ب) احسب $P(A \cap B)$ ثم استنتج حساب $P(A \cup B)$

(2) المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لـ 3 كرات بالكيفية السابقة عدد ألوان الكرات المسحوبة.

- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي.

(II) نسحب عشوائيا من الصندوق 3 كرات على التوالي دون إرجاع.

- ما احتمال ألا يبقى في الصندوق أية كرة خضراء؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 2\sqrt{u_n}$

(أ) احسب الحدين u_1 ، u_2 ثم خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n)

(ب) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $4 < u_n \leq e^2$

(ج) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

(2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على N بـ: $v_n = \ln u_n - 2 \ln 2$

(أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم اكتب v_n بدلالة n

(ب) استنتج كتابة u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) (أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

(ب) استنتج بدلالة n الجداء p_n حيث: $p_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (1) نعتبر المعادلة: $(E) \dots 7x - 5y = 9$ ذات المجهولين الصحيحين x و y
 (أ) عيّن الأعداد الصحيحة x التي تحقق: $7x \equiv 9[5]$ ثم حل المعادلة (E)
 (ب) نضع: $d = PGCD(x; y)$ حيث الثنائية $(x; y)$ تحقق المعادلة (E)
 - عيّن القيم الممكنة للعدد d ثم جد كل الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) حيث: $d = 9$
 (2) (أ) لدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 7
 (ب) عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون العدد $1446^{2025} + 5n + 2$ قابلاً للقسمة على 7.
 (3) عيّن كل الثنائيات الطبيعية $(x; y)$ حلول المعادلة (E) والتي تحقق: $3^y - x = 5[7]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 - (x-1)^2 e^{-x}$
 (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ وبيّن أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$
 (ب) تحقق أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $g'(x) = (x-1)(x-3)e^{-x}$
 (ج) لدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.
 (2) احسب $g(0)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$
 (II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x + (x^2 + 1)e^{-x}$ ، (c_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 2 cm).
 (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وبيّن أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x) = +\infty$
 (ب) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x$ مقارب مائل للمنحني (c_f) عند $+\infty$
 (2) (أ) بيّن أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$
 (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
 (3) (أ) بيّن أن المنحني (c_f) يقبل مماساً (T) موازياً لـ (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.
 (ب) تحقق أن للمنحني (c_f) نقطتي انعطاف، يُطلب تعيين إحداثيهما.
 (4) احسب $f(-1)$ ثم ارسم كلاً من (Δ) ، (T) و (c_f)
 (5) (أ) عيّن العددين الحقيقيين a ، b حتى تكون الدالة $h: x \mapsto (-x^2 + ax + b)e^{-x}$ أصلية للدالة $k: x \mapsto (x^2 + 1)e^{-x}$ على $\mathbb{R}$
 (ب) استنتج بالمستقيم المربع حساب A مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحني (c_f) والمستقيمتين التي معادلاتها: $y = x$ ، $x = 0$ و $x = 1$



اختبار في مادة: الرياضيات / الشعبة: تقني رياضي / بكالوريا 2025

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 12 كرة منها: 3 كرات خضراء و 4 كرات بيضاء و 5 كرات حمراء.
كل الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس.

(I) نسحب عشوائيا من الصندوق 4 كرات في آن واحد، ونعتبر الحوادث الآتية:

A : « الحصول على 3 كرات بالضبط من نفس اللون » ، B : « لا نحصل على أية كرة بيضاء »

C : « الحصول على كرة واحدة بيضاء على الأقل »

(1 أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث A ، B و C على الترتيب.

(ب) احسب $P(A \cap B)$ ثم استنتج حساب $P(A \cup B)$

(2) المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لـ 4 كرات بالكيفية المتابقة عدد الكرات الخضراء المسحوبة.

- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي.

(II) نسحب عشوائيا من الصندوق 4 كرات على التوالي دون إرجاع.

- ما احتمال ألا يبقى في الصندوق أية كرة خضراء؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(I) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3+5u_n}{3+u_n}$

(أ) تحقق أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 5 - \frac{12}{3+u_n}$

(ب) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n < 3$

(ج) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

(2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{-3+u_n}{1+u_n}$

(أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ ثم اكتب v_n بدلالة n

(ب) استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) (أ) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $\frac{4}{1+u_n} = 1 - v_n$

(ب) استنتج بدلالة n حساب المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{4}{1+u_0} + \frac{4}{1+u_1} + \dots + \frac{4}{1+u_n}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) a و b العدنان الطبيعيان المكتوبان في نظام العداد ذي الأساس 7 كما يلي: $a = 4134$ و $b = 4630$ - اكتب كلا من a و b في النظام العشري.

(2) نعتبر المعادلة: $(E) \quad 1446x - 1687y = 241 \dots$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

(أ) بين أن: $PGCD(1446; 1687) = 241$ ثم حل المعادلة (E)

(ب) جد الثنائية $(x_0; y_0)$ حل المعادلة (E) والتي تحقق: $PPCM(x_0; y_0) = 340$

(3) عين الأعداد الصحيحة α التي تحقق الجملة: $\begin{cases} \alpha \equiv 5[6] \\ \alpha \equiv 6[7] \end{cases}$

(4) A و B عدنان حيث: $A = 7n^2 + 13n + 6$ ، $B = 6n^2 + 11n + 5$ مع n عدد طبيعي.

- بين أن A و B يقبلان القسمة على $n+1$ ثم استنتج بدلالة n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) g الدالة المعرفة على $]-1; +\infty[$ ب: $g(x) = x^2 + 2x + 2 - 2\ln(x+1)$

(1) (أ) بين أنه: من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $g'(x) = \frac{2x(x+2)}{x+1}$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها. (لا يُطلب حساب النهايات)

(2) استنتج إشارة $g(x)$

(II) f الدالة المعرفة على $]-1; +\infty[$ ب: $f(x) = x + \frac{1+2\ln(x+1)}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(ب) بين أنه: من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

(ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) (أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

(ب) بين أن المنحنى (C_f) يقل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.

(3) (أ) بين أنه: من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $f''(x) = \frac{4\ln(x+1)-4}{(x+1)^3}$

(ب) استنتج أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف، يُطلب تعيين إحداثيتها.

(4) (أ) احسب $f(0)$ ثم ارسم كلا من (Δ) ، (T) و (C_f)

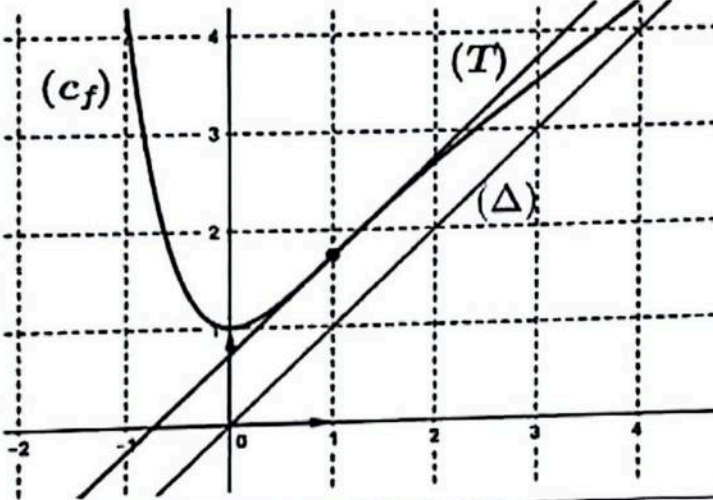
(ب) ناقش بيانها وحسب قيم العدد الحقيقي m عند حلول المعادلة: $1 + 2\ln(x+1) = m(x+1)$

(5) احسب $\mathcal{M}$ مساحة الحيز المستوي المحاذ بالمنحنى (C_f) والمستقيمتان التي معادلتهما:

$$x = e - 1 \text{ و } x = 0, y = x$$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)								
العلامة	مجزأة									
التمرين الأول (04 نقاط)										
2,25	0,5 0,25×3	(أ) عدد الحالات الممكنة: $C_{10}^3 = 120$ $P(B) = \frac{C_5^3 + C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{7}{60}$ ، $P(A) = \frac{C_2^1 \times C_3^1 \times C_5^1}{C_{10}^3} = \frac{1}{4}$ $P(C) = \frac{C_4^3 + C_3^1 \times C_4^1 \times C_1^1}{C_{10}^3} = \frac{1}{5}$ (I) (1)								
	0,5 0,5	(ب) $P(A \cap B) = \frac{C_2^1 \times C_2^1 \times C_1^1 + C_1^1 \times C_1^1 \times C_2^1}{C_{10}^3} = \frac{1}{20}$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{19}{60}$								
1,25	0,25 0,25×3 0,25	$X(\Omega) = \{1; 2; 3\}$ <table border="1"> <tr> <td>x_i</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>$P(X=x_i)$</td> <td>$\frac{11}{120}$</td> <td>$\frac{79}{120}$</td> <td>$\frac{30}{120}$</td> </tr> </table> $E(X) = \frac{259}{120}$ (2)	x_i	1	2	3	$P(X=x_i)$	$\frac{11}{120}$	$\frac{79}{120}$	$\frac{30}{120}$
x_i	1	2	3							
$P(X=x_i)$	$\frac{11}{120}$	$\frac{79}{120}$	$\frac{30}{120}$							
0,5	0,5	احتمال ألا يبقى في الصندوق أية كرية خضراء: $\frac{3A_2^2 \times A_8^1}{A_{10}^3} = \frac{1}{15}$ (II)								
التمرين الثاني (04 نقاط)										
2	0,25×3	(أ) $u_2 = 2\sqrt{2e}$ ، $u_1 = 2e$ ، التخمين: (u_n) متناقصة تماما.								
	0,75	(ب) البرهان بالتراجع.								
	0,5	(ج) من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = \sqrt{u_n}(2 - \sqrt{u_n})$ ، (u_n) متناقصة تماما.								
1,5	0,5 0,25×2	(أ) من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_{n+1} = \frac{1}{2} v_n$ ، $v_n = \frac{2 - \ln 4}{2^n} = \frac{1 - \ln 2}{2^{n-1}}$ ، $v_0 = 2 - \ln 4$ (2)								
	0,25×2	(ب) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 4$ ، $u_n = 4e^{v_n} = 4e^{\frac{1 - \ln 2}{2^{n-1}}}$								
0,5	0,25	(أ) $S_n = 4(1 - \ln 2)\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)$ (3)								
	0,25	(ب) $P_n = 4^{n+1} \times e^{S_n}$								
التمرين الثالث (05 نقاط)										
2,25	0,75	(أ) $x = 5k + 2$; $k \in \mathbb{Z}$ تكافئ $x \equiv 2 [5]$ (1)								

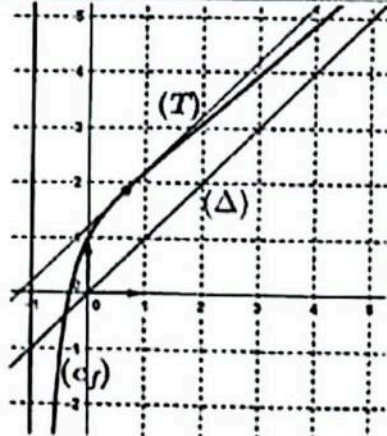
	0,5	$(x; y) = (5k+2; 7k+1) ; k \in \mathbb{Z}$																	
	0,25	$d \in \{1; 3; 9\}$ (ب)																	
	0,75	من أجل $d = 9$ نجد: $(x; y) = (45k+27; 63k+36) ; k \in \mathbb{Z}$																	
1,75	1	(أ) من أجل كل عدد طبيعي k : $3^{6k+2} \equiv 2 [7] , 3^{6k+1} \equiv 3 [7] , 3^{6k} \equiv 1 [7]$ $3^{6k+5} \equiv 5 [7] , 3^{6k+4} \equiv 4 [7] , 3^{6k+3} \equiv 6 [7]$	(2)																
	0,75	(ب) $n = 7k+5 ; k \in \mathbb{N}$ تكافئ $1446^{2025} + 5n + 2 \equiv 0 [7]$																	
1	0,5	$k = 3\alpha + 3 ; \alpha \in \mathbb{N}$ تكافئ $3^{y-x} \equiv 5 [7]$	(3)																
	0,5	ومنه: $(x; y) = (15\alpha + 17; 21\alpha + 22) ; \alpha \in \mathbb{N}$																	
التمرين الرابع (07 نقاط)																			
	0,25x2	(أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ ، تبين أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$																	
	0,5	(ب) من أجل كل عدد حقيقي x ، $g'(x) = (x-1)(x-3)e^{-x}$																	
1,5	0,25	(ج) الدالة g متناقصة تماما على $[1; 3]$ ومتزايدة تماما على كل من $]-\infty; 1]$ و $[3; +\infty[$	(I)																
	0,25	جدول التغيرات:	(1)																
		<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$g'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> <tr> <td>$g(x)$</td><td></td><td>1</td><td>$1-4e^{-3}$</td><td>1</td></tr> </table>	x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	$g'(x)$	+	0	-	0	+	$g(x)$		1	$1-4e^{-3}$	1	
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$															
$g'(x)$	+	0	-	0	+														
$g(x)$		1	$1-4e^{-3}$	1															
0,5	0,25x2	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$g(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> </table>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	$g(x)$	-	0	+	(2)								
x	$-\infty$	0	$+\infty$																
$g(x)$	-	0	+																
	0,25x2	(أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$																	
0,75	0,25	(ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{e^x} + \frac{1}{e^x} \right) = 0$	(II)																
		أي: (Δ) ذو المعادلة: $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$	(1)																
	0,5	(أ) من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$																	
1	0,25	(ب) الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty; 0]$ ومتزايدة تماما على $[0; +\infty[$	(2)																

	0,25	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	$+\infty$	1	$+\infty$	جدول التغيرات:	
x	$-\infty$	0	$+\infty$													
$f'(x)$	-	0	+													
$f(x)$	$+\infty$	1	$+\infty$													
	0,5+0,25	(T): $y = x + \frac{2}{e}$ ، $x=1$ تكافئ $f'(x)=1$ (أ)														
1,25	0,5	(ب) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f''(x) = g'(x)$ ومنه: للمنحني (C_f) نقطتا انعطاف هما: $A\left(1; 1 + \frac{2}{e}\right)$ ، $B\left(3; 3 + \frac{10}{e^3}\right)$			(3)											
	0,25 0,25×2 0,5				$f(-1) = -1 + 2e$ رسم (Δ) ، (T) رسم (C_f)	(4)										
	0,25	من أجل كل عدد حقيقي x ، $h'(x) = (x^2 - (a+2)x + a - b)e^{-x}$			(5)											
0,75	0,25	(أ) $(a; b) = (-2; -3)$														
	0,25	(ب) $A = 4 \int_0^1 k(x) dx = 4(h(1) - h(0)) = \left(12 - \frac{24}{e}\right) \text{ cm}^2$														

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)										
العلامة	مجزأة											
التمرين الأول (04 نقاط)												
2	0,5	(أ) عدد الحالات الممكنة: $C_{12}^4 = 495$										
	0,25×3	$P(B) = \frac{C_8^4}{C_{12}^4} = \frac{14}{99}$ ، $P(A) = \frac{C_3^3 \times C_9^1 + C_4^3 \times C_8^1 + C_5^3 \times C_7^1}{C_{12}^4} = \frac{37}{165}$ $P(C) = 1 - P(B) = \frac{85}{99}$										
	0,5	(ب) $P(A \cap B) = \frac{C_3^3 \times C_5^1 + C_5^3 \times C_3^1}{C_{12}^4} = \frac{7}{99}$										
	0,25	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{146}{495}$										
1,5	0,25	$x_i \in \{0; 1; 2; 3\}$ <table border="1"> <tr> <td>x_i</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>$P(X = x_i)$</td> <td>$\frac{14}{55}$</td> <td>$\frac{28}{55}$</td> <td>$\frac{12}{55}$</td> <td>$\frac{1}{55}$</td> </tr> </table> $E(X) = 1$	x_i	0	1	2	3	$P(X = x_i)$	$\frac{14}{55}$	$\frac{28}{55}$	$\frac{12}{55}$	$\frac{1}{55}$
x_i	0		1	2	3							
$P(X = x_i)$	$\frac{14}{55}$		$\frac{28}{55}$	$\frac{12}{55}$	$\frac{1}{55}$							
	0,25×4											
	0,25											
0,5	0,5	(II) احتمال ألا يبقى في الصندوق أية كرية خضراء: $\frac{4A_3^3 \times A_9^1}{A_{12}^4} = \frac{1}{55}$										
التمرين الثاني (04 نقاط)												
1,75	0,25	(أ) من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 5 - \frac{12}{3 + u_n}$										
	0,5+0,25	(ب) البرهان بالتراجع.										
	0,5	(ج) $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 + 2u_n + 3}{3 + u_n} = \frac{(3 - u_n)(1 + u_n)}{3 + u_n}$										
	0,25	(u_n) متزايدة تماما.										
1,5	0,25+0,5	(أ) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $v_n = -3\left(\frac{1}{3}\right)^n$ ، $v_{n+1} = \frac{1}{3} v_n$										
	0,25+0,5	(ب) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$ ، $u_n = -1 + \frac{6}{1 + 3\left(\frac{1}{3}\right)^n}$ أو $u_n = \frac{3 - 3\left(\frac{1}{3}\right)^n}{1 + 3\left(\frac{1}{3}\right)^n}$										
0,75	0,25	(أ) من أجل كل عدد طبيعي n ، $\frac{4}{1 + u_n} = 1 - v_n$										
	0,5	(ب) $S_n = n + 1 + \frac{9}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right) = n + \frac{11}{2} - \frac{3}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^n$										

التمرين الثالث (05 نقاط)			
1	0,5×2	$b=1687$ ، $a=1446$	(1)
2,25	0,5	$PGCD(1446;1687)=241$ (أ)	(2)
	1	(E) تكافئ $6x-7y=1$ ومنه: $k \in \mathbb{Z}$ $\begin{cases} x=7k+6 \\ y=6k+5 \end{cases}$	
	0,75	(ب) لدينا: $PPCM(x_0; y_0)=340$ ومنه: $(7k+6)(6k+5)=340$ أي: $42k^2+71k-310=0$ ومنه: $k=2$ ، $(x_0; y_0)=(20; 17)$	
0,75	0,75	لدينا: $\begin{cases} \alpha \equiv 5[6] \\ \alpha \equiv 6[7] \end{cases}$ أي: $\begin{cases} \alpha=6\beta+5 \\ \alpha=7\gamma+6 \end{cases}$ أي: $6\beta-7\gamma=1$ ومنه: $k \in \mathbb{Z}$ $\begin{cases} \beta=7k+6 \\ \gamma=6k+5 \end{cases}$ وعليه: $\alpha=42k+41$ مع $k \in \mathbb{Z}$	(3)
1	0,5 0,5	$B=(n+1)(6n+5)$ و $A=(n+1)(7n+6)$ ومنه: $PGCD(A; B)=(n+1) \times PGCD(7n+6; 6n+5)=n+1$	(4)
التمرين الرابع (07 نقاط)			
1	0,25	(أ) من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $g'(x)=\frac{2x(x+2)}{x+1}$	(I) (1)
	0,25	إشارة $g'(x)$	
	0,25	جدول التغيرات:	
	0,25	الدالة g متناقصة تماما على $]-1; 0]$ ومتزايدة تماما على كل من $[0; +\infty[$	
0,25	0,25	من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $g(x) > 0$	(2)
1,5	0,25×2	(أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$	(II) (1)
	0,5	(ب) من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$	
	0,25	(ج) الدالة f متزايدة تماما على $]-1; +\infty[$	
	0,25	جدول التغيرات:	
1,25	0,5	(أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 0$ أي: (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$	(2)
	0,5+0,25	(ب) $f'(x)=1$ تكافئ $x=\sqrt{e}-1$ ، $(T): y=x+\frac{2}{\sqrt{e}}$	

0,75	0,25	(أ) من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $f''(x) = \frac{4 \ln(x+1) - 4}{(x+1)^3}$	(3)
	0,25×2	(ب) f'' تنعدم وتغير إشارتها عند $e-1$ و $B(e-1; e-1+\frac{3}{e})$ نقطة انعطاف	
1,75	0,25 0,25×2 0,5	 (أ) $f(0)=1$ رسم (Δ) ، (T) رسم (c_f)	(4)
	0,5	(ب) $f(x) = x + m$ تكافئ $1 + 2 \ln(x+1) = m(x+1)$ $m \leq 0$ أو $m = \frac{2}{\sqrt{e}}$: يوجد حل واحد ، $0 < m < \frac{2}{\sqrt{e}}$: يوجد حلان مختلفان ، $m > \frac{2}{\sqrt{e}}$: لا يوجد حلول.	
0,5	0,5	$\mathcal{A} = \int_0^{e-1} \frac{1+2\ln(x+1)}{x+1} dx = \int_0^{e-1} \left(\frac{1}{x+1} + \frac{2\ln(x+1)}{x+1} \right) dx = 2u.a$	(5)

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.