

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

1- نضع من أجل كل عدد مركب z : $P(z) = z^3 - 24\sqrt{3}$.

(أ) تحقق أن $P(2\sqrt{3}) = 0$.

(ب) جد العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد مركب z : $P(z) = (z - 2\sqrt{3})(z^2 + az + b)$.

(ج) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $P(z) = 0$.

2- المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. A ، B و C نقط من المستوي لواحقها على

الترتيب: $z_A = -\sqrt{3} + 3i$ ، $z_B = -\sqrt{3} - 3i$ و $z_C = 2\sqrt{3}$.

(أ) اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$.

(ب) بين أنه يوجد دوران r مركزه A و يحول النقطة B إلى النقطة C ، يطلب تعيين زاويته.

(ج) استنتج طبيعة المثلث ABC .

(د) عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AB}$ ، ثم حدد بدقة طبيعة الرباعي $ABDC$.

3- عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة غير المعدومة z بحيث: $\arg\left(\frac{z}{\bar{z}}\right) = 2k\pi$ حيث $k \in \mathbb{Z}$

(العدد $\bar{z}$ هو مرافق العدد z).

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(1; 0; 2)$

وشعاع توجيه له $\vec{u}(2; 1; -1)$ وليكن (Δ') المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيط التالي: $\begin{cases} x = \lambda \\ y = 4 + \lambda; (\lambda \in \mathbb{R}) \\ z = 2 + \lambda \end{cases}$

1- (أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) .

(ب) بين أن المستقيمين (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي.

2- (أ) بين أن النقطة $B(-1; 3; 1)$ هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (Δ') .

(ب) تحقق أن المستقيم (AB) عمودي على كل من المستقيمين (Δ) و (Δ') .

(ج) استنتج المسافة بين المستقيمين (Δ) و (Δ') .

3- لتكن N نقطة إحداثياتها $(-2+t; 2+t; t)$ حيث $t \in \mathbb{R}$ ولتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $h(t) = AN^2$.

(أ) بين أن النقطة N تنتمي إلى المستقيم (Δ') ، ثم اكتب عبارة $h(t)$ بدلالة t .

(ب) استنتج قيمة العدد الحقيقي t التي تكون من أجلها المسافة AN أصغر ما يمكن. ثم قارن بين القيمة

الصغرى للدالة h والمسافة AB .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $I = [0; 4]$ كما يلي : $f(x) = \frac{13x}{9x+13}$.

- 1- أ) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال I .
 ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال I ، $f(x)$ ينتمي إلى I .
- 2- لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ ، من أجل كل عدد طبيعي n .
 أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq 4$.
 ب) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة .
- 3- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \neq 0$.

4- لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = 2 + \frac{13}{u_n}$.

- أ) برهن أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول v_0 .
 ب) اكتب v_n بدلالة n .

ج) استنتج أن : $u_n = \frac{52}{36n+13}$ وذلك من أجل كل عدد طبيعي n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I- لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $g(x) = -1 + (x+1)e + 2\ln(x+1)$.
 (حيث العدد e هو أساس اللوغاريتم النيبيري).

- 1- ادرس تغيّرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .
- 2- بين أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلا وحيدا α حيث : $-0,34 < \alpha < -0,33$.
- 3- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x من المجال $]-1; +\infty[$.

II- لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{e}{x+1} + \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$.

- أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ واحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا .

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{(x+1)^3}$. (f' هي مشتقة الدالة f).

- ج) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1; +\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .
- د) ارسم المنحنى (C_f) . (نقبل أن : $f(\alpha) \approx 3.16$).

2- أ) بين أن الدالة : $x \mapsto \frac{-1}{x+1} [1 + \ln(x+1)]$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$ على المجال $]-1; +\infty[$.

- ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما على التوالي : $x=0$ و $x=1$.

3- نعتبر الدالة العددية k المعرفة على $]-1; 1[$ بـ : $k(x) = f(-|x|)$ و (C_k) تمثيلها البياني في المعلم السابق .
 أ) بين أن الدالة k زوجية .

ب) بين كيف يمكن استنتاج المنحنى (C_k) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم ارسمه (دون دراسة تغيّرات الدالة k).

ج) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $k(x) = m$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ونعتبر النقط $A(2;1;-3)$ ، $B(0;-1;2)$ و $C(-3;-1;-1)$

- 1- أ) بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا.
- ب) بين أن المعادلة: $2x - 7y - 2z - 3 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .
- 2- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقطة A ويعامد المستقيم (BC) .
- 3- أ) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) تقاطع المستويين (ABC) و (P) .
- ب) بين أن المستقيم (D) عمود في المثلث ABC .
- 4- ليكن (Δ) المتوسط المتعلق بالضلع $[AC]$ في المثلث ABC .

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}k \\ y = k \\ z = -2 - 4k \end{array} \right. \quad \text{أ) بين أن الجملة : } k \in \mathbb{R} \text{ ; تمثيل وسيطي للمستقيم } (\Delta).$$

ب) بين أن المستقيمين (D) و (Δ) يتقاطعان في نقطة G يطلب تعيين إحداثياتها.

ج) بين أن المثلث ABC متساوي الساقين .

د) ماذا تمثل النقطة G بالنسبة للمثلث ABC ؟

5- عيّن طبيعة وعناصر المجموعة (E) للنقط M من الفضاء التي تحقق $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 3$.

التمرين الثاني: (4.50 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $2\bar{z}^3 + 3\bar{z}^2 - 3\bar{z} + 5 = 0 \dots (E)$

يشير الرمز $\bar{z}$ إلى مرافق العدد المركب z .

1- أ) أثبت أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة $(2\bar{z} + 5)(\bar{z}^2 - \bar{z} + 1) = 0$.

ب) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) .

2- في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{u}, \vec{v})$. نعتبر النقط A ، B ، C و D التي

$$z_D = -\frac{5}{2}, \quad z_C = -1, \quad z_B = \bar{z}_A, \quad z_A = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

أ) اكتب كلا من العددين z_A و z_B على الشكل الأسّي.

ب) أنشئ النقط A ، B ، C و D .

ج) أثبت أن : $z_B - z_C = z_B(z_A - z_C)$.

د) استنتج طبيعة المثلث ABC .

3- ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{3}$ و نسبته 2 ولتكن F صورة A بالتحويل S .

أنشئ النقطة F ثم حدّد طبيعة المثلث AFC .

4- عيّن طبيعة المجموعة (Γ) للنقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $z + 1 = kz_B$. لما يتغير k في المجموعة $\mathbb{R}_+$.

التمرين الثالث: (4,50 نقاط)

- (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ مجموعة الأعداد الطبيعية بعدها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n
- ب: $u_{n+1} = \frac{2u_n + 2}{u_n + 3}$ ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n ب: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$.
- 1- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0 .
- 2- (أ) عبّر بدلالة n عن عبارة الحد العام v_n .
- ب) استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
- ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
- 3- (أ) احسب بدلالة n المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.
- ب) تحقق أن: $\frac{1}{u_n + 2} = \frac{1}{3}(1 - v_n)$ وذلك من أجل كل عدد طبيعي n .

ج) استنتج بدلالة n المجموع: $S'_n = \frac{1}{u_0 + 2} + \frac{1}{u_1 + 2} + \dots + \frac{1}{u_n + 2}$

التمرين الرابع: (06 نقاط)

- I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = 2e^x - x^2 - x$.
- 1- (أ) احسب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' (حيث g' هي مشتقة الدالة g)
- ب) بين أنه، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x) > 0$.
- ج) احسب نهايتي الدالة g عند كل من $-\infty$ و $+\infty$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.
- 2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-1,38 < \alpha < -1,37$.
- 3- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .
- II- لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = \frac{x^2 e^x}{e^x - x}$.
- وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- 1- (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- ب) بين أنه، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = \frac{x e^x g(x)}{(e^x - x)^2}$ (حيث f' هي مشتقة الدالة f).
- ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.
- 2- (أ) بين أن $f(\alpha) = \alpha^2 + 2\alpha + 2 + \frac{2}{\alpha - 1}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.
- ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x^2]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.
- ج) أنشئ المنحنى (C_f) (تعطى $f(\alpha) \approx 0.29$).

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
01.50	0,25	التمرين الأول (4 نقط)
	0,50	1- أ) التحقق أن $2\sqrt{3}$ هو جذر لكثير الحدود $P(z)$: $P(2\sqrt{3})=0$
	0,75	ب) إيجاد a و b : $a=2\sqrt{3}; b=12$ ج) حلول المعادلة $P(z)=0$ في $\mathbb{C}$ هي : $S=\{2\sqrt{3}; -\sqrt{3}+3i; -\sqrt{3}-3i\}$
02.00	0,50	2- أ) كتابة على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$: $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$
	0,50	ب) لدينا $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ أي $(z_C - z_B) = e^{i\frac{\pi}{3}}(z_A - z_B)$ ومنه C هي صورة B بالدوران r الذي مركزه A زاويته $\frac{\pi}{3}$.
	0,25	ج) المثلث ABC متقايس الأضلاع لأن $AC=AB$ و $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3}$.
	0,75	د) تعيين z_D : لدينا $t_{\overrightarrow{AB}}(C) = D$ يعني $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ أي أن $z_D = 2\sqrt{3} - 6i$. - الرباعي $ABDC$ معين
00.50	0,50	3) المجموعة (Γ) هي حامل محور الفواصل باستثناء المبدأ O .
التمرين الثاني: (4 نقاط)		
01.00	0,50	1- أ) التمثيل الوسيطى للمستقيم (Δ) هو : $(t \in \mathbb{R})$: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$
	0,50	ب) لدينا $\overrightarrow{u_{(\Delta)}} \neq k\overrightarrow{u}$ و $\begin{cases} 5 = -2 \\ \lambda = -2 \\ t = 2 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} \lambda = 1 + 2t \\ 4 + \lambda = t \\ 2 - \lambda = 2 - t \end{cases}$ المستقيمين (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوى.
01.50	0,50	2- أ) بيان أن $B(-1; 3; 1)$ هي المسقط العمودي لـ A على المستقيم (Δ')
	0,50	ب) التحقق أن المستقيم (AB) عمودي على كل من (Δ) و (Δ') يكفي أن نبين أن المستقيم $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u} = 0$ و $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_{(\Delta)}} = 0$.
	0,50	ج) استنتاج المسافة بين المستقيمين (Δ) و (Δ') : $d((\Delta); (\Delta')) = \sqrt{14}$
01.50	0,25	3) أ) التحقق أن $N \in (\Delta')$
	0,50	كتابة عبارة $h(t)$ بدلالة t : $h(t) = 3t^2 - 6t + 17$
	0,50 + 0,25	ب) استنتاج قيمة العدد الحقيقي t التي تكون من أجلها المسافة AN أصغر ما يمكن $h'(t) = 6t - 6$ من اتجاه تغير $h'(t) = 0$ معناه $6t - 6 = 0$ معناه $t = 1$ المقارنة بين القيمة الصغرى للدالة h والمسافة AB . لدينا : $AB = \sqrt{h(1)} = \sqrt{14}$

01.00	0,5	التمرين الثالث: (5نقاط) 1- أ) نبين أن الدالة f متزايدة تماماً على المجال I . من أجل كل x من I ، $f'(x) = \frac{169}{(9x+13)^2} > 0$ ، وبالتالي الدالة f متزايدة تماماً على المجال I .
	0,5	ب) نبين أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال I ، فإن $f(x)$ ينتمي إلى الدالة f متزايدة تماماً على المجال $[0;4]$ ومنه من أجل $x \in [0;4]$ فإن $f(x) \in [f(0);f(4)]$ أي $f(x) \in \left[0; \frac{52}{49}\right] \subset [0;4]$ و $f(x) \in \left[0; \frac{52}{49}\right]$ إذن من أجل $x \in [0;4]$ فإن $f(x) \in [0;4]$.
02.00	1 + 1	2) (أ) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq 4$. ب) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) : المتتالية (u_n) متزايدة على $\mathbb{N}$ - المتتالية متقاربة لأنها متزايدة ومحدودة من الأعلى .
00.25	0,25	3) بيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \neq 0$
1.75	0,50 + 0,25	4) (أ) البرهان أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0 . (v_n) متتالية حسابية أساسها $r=9$ وحدها الأول $v_0 = \frac{21}{4}$.
	0,25	ب) كتابة v_n بدلالة n : $v_n = v_0 + nr$ ومنه $v_n = \frac{21}{4} + 9n$
	0,75	ج) البرهان أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{52}{36n+13}$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

01.25	0,25 × 5	التمرين الرابع: (7نقاط) 1) (أ) دراسة تغيرات الدالة g ، ثم تشكيل جدول تغيراتها . $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = -\infty$ الدالة g قابلة للاستقاف على $]-1; +\infty[$ ، ولدينا: $g'(x) = e + \frac{2}{x+1}$ ومنه الدالة g متزايدة تماماً على $]-1; +\infty[$ ، جدول التغيرات
	0,50	2) نبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $-0,34 < \alpha < -0,33$ (مبرهنة القيم المتوسطة)
00.50	0,50	3) استنتاج إشارة $g(x)$ من أجل كل x من المجال $]-1; +\infty[$. $g(x) \leq 0$ من أجل $x \in]-1; \alpha]$ و $g(x) \geq 0$ من $x \in [\alpha; +\infty[$

02.50	0,25 × 4	II (أ) إثبات $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ وحساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، وتفسير النتيجة هندسياً. لدينا: $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ ومنه $x = -1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) لدينا: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ومنه محور الفواصل مستقيم مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$
	0,50	ب) نبين أنه، من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{-g(x)}{(x+1)^3}$.
	0,50	ج) دراسة اتجاه تغير الدالة f على $]-1; +\infty[$ ، الدالة f متناقصة تماماً على $[\alpha; +\infty[$ ، ومتناقصة تماماً على $]-1; \alpha]$. ثم تشكيل جدول تغيراتها
	0,50	د) تمثيل المنحنى (C_f) .
01.00	0,50	2-أ) نبين أن الدالة: $x \mapsto -\frac{1}{x+1}(1 + \ln(x+1))$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$ على المجال $]-1; +\infty[$.
	0,50	ب) حساب المساحة: $S = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left(\frac{e}{x+1} + \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2} \right) dx$ ومنه: $S = \left[e \ln(x+1) - \frac{1}{x+1}(1 + \ln(x+1)) \right]_0^1 = \frac{1 + (2e-1)\ln 2}{2}$ u.a
01.25	0,75	3 (أ) المجال $]-1; 1[$ متناظر بالنسبة الى العدد 0 و $k(-x) = k(x)$ وبالتالي k دالة زوجية ب) رسم (C_k) انطلاقاً من (C_f) : لدينا $k(x) = \begin{cases} f(x); x \in]-1; 0] \\ f(-x); x \in [0; 1[\end{cases}$ إذن من أجل $x \in]-1; 0]$ ، (C_k) ينطبق من (C_f) ، ثم نتم الرسم باستعمال التناظر بالنسبة لمحور الترتيب
	0.5	ج) المناقشة البيانية

الموضوع الثاني

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
01.25	0.75	التمرين الأول: (05 نقاط) 1- أ) A, B, C تعين مستويا
	0.50	ب) تبين أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي $2x - 7y - 2z - 3 = 0$
00.50	0.50	2- المعادلة الديكارتية للمستوي: $(p): x + z + 1 = 0$
00.75	0.50	3- أ) تبيان التمثيل الوسيطى للمستقيم (D) هو $\begin{cases} x = -t - 1 \\ y = -\frac{4}{7}t - \frac{5}{7} \\ z = t \end{cases} / t \in \mathbb{R}$
	0.25	ب) إثبات (D) عمود في المثلث ABC
02.00	0.50	4- أ) إثبات أن الجملة المعطاة تمثل وسيطي لـ (Δ)
	0.75	ب) $(D) \cap (\Delta) = \left\{ G\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right) \right\}$
	0.25	ج) ABC مثلث متساوي الساقين
	0.50	د) G مركز ثقل المثلث ABC
00.50	0.50	5- طبيعة وعناصر المجموعة: سطح كرة مركزها G و $r = 1$

التمرين الثاني: (4.50 نقاط)		
01.25	0.25	1- أ) تكافؤ المعادلتين
	01	ب) حل المعادلة $(E) \quad S = \left\{ -\frac{5}{2}; \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right\}$
02.00	0.50	2- أ) $z_B = e^{\frac{\pi}{3}i}$ و $z_A = e^{-\frac{\pi}{3}i}$
	0.50	ب) إنشاء النقط $D; C; B; A$
	0.50	ج) إثبات المساواة
	0.50	د) المثلث ABC متقايس الاضلاع
00.75	0.25 0.50	3- إنشاء النقطة F وطبيعة المثلث (AFC) قائم في A لأن $AB = 0.5CF$
00.50	0.50	4- طبيعة المجموعة (Γ) (نصف مستقيم)

التمرين الثالث: (4.50 نقطة)		
01.00	1.00	1- (V_n) م. هندسية أساسها $q = \frac{1}{4}$ و $v_0 = -\frac{1}{2}$
01.25	0.25	2- أ) عبارة v_n بدلالة n : $v_n = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n$
	0.75	ب) استنتاج عبارة الحد العام $u_n = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2n}}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{2n+1}}$
	0.25	ج) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$
02.25	0.75	3- أ) حساب المجموع $S_n = -\frac{2}{3}\left[1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$
	0.75	ب) التحقق أن $\frac{1}{u_n + 2} = \frac{1}{3}(1 - v_n)$
	0.75	ج) حساب المجموع $S'_n = \frac{1}{9}\left[3n + 5 - 2\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$

التمرين الرابع (6 نقط)		
02.00	0.25×3	1- أ) حساب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x) = 2e^x - 2x - 1$ ، - دراسة اتجاه تغير الدالة g' . من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g''(x) = 2e^x - 2$ ، - ومنه الدالة g' متناقصة تماما على $]-\infty; 0]$ و متزايدة تماما على $[0; +\infty[$
	0.25	ب) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x) > 0$ ، الدالة g' تقبل قيمة حدية صغرى على $\mathbb{R}$ وهي $g'(0) = 1$ ومنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x) > 0$ ،
	0.5 + 0.5	ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$ الدالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ جدول التغيرات
00.50	0.5	2- نبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-1,38 < \alpha < -1,37$. (بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة)
00.25	0.25	3- استنتاج إشارة $g(x)$ ، من أجل كل عدد حقيقي x . $g(x) \leq 0$ من أجل $x \in]-\infty; \alpha]$. $g(x) \geq 0$ من أجل $x \in [\alpha; +\infty[$.
01.50	0.5	1- أ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
	0.5	ب) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = \frac{x e^x g(x)}{(e^x - x)^2}$.

	0.25×2	ج) دراسة اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty; \alpha]$ و $[0; +\infty[$ ، ومتناقصة تماما على $[\alpha; 0]$. جدول التغيرات :
01.75	0.5+0.25	-2 أ) تبيان أن $f(\alpha) = \alpha^2 + 2\alpha + 2 + \frac{2}{\alpha - 1}$ ، ثم استنتاج حصرا للعدد $f(\alpha)$.
	0.25 + 0.25	ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x^2) = 0$ تفسير النتيجة : المنحنى (C_f) والمنحنى الممثل للدالة $x \mapsto x^2$ متقاربان عند $+\infty$.
	0.5	ج) رسم المنحنى (C_f)