

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

- الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
 نعتبر النقطتين $A(-1;1;-2)$ و $B(1;-3;-4)$ والمستقيم (Δ) ذا التمثيل الوسيط $\begin{cases} x = t - 2 \\ y = -t + 2 \\ z = 2t - 4 \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$
 وليكن (Δ') المستقيم الذي يشمل النقطة B و $\vec{u}(-1;2;1)$ شعاع توجيه له .
 (1) بين أن المستقيمين (Δ) و (Δ') يتقاطعان في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها.
 (2) ليكن (P) المستوي المعين بالمستقيمين (Δ) و (Δ') .
 اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) ، ثم استنتج معادلة ديكارتية له .
 (3) نسمي (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق : $AM^2 + BM^2 = 20$.
 بين أن (S) سطح كرة مركزها منتصف القطعة $[AB]$ ونصف قطرها 2 .
 (4) حدد الوضع النسبي للمستوي (P) و سطح الكرة (S) .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- (1) نعتبر المعادلة : $104x - 20y = 272 \dots\dots\dots (E)$ ذات المجهول $(x;y)$ حيث x و y عدنان صحيحان .
 أ) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 20 و 104 ثم بين أن المعادلة (E) تقبل حولا.
 ب) بين أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإن $x \equiv 3[5]$ ، ثم استنتج حلول المعادلة (E) .
 (2) λ عدد طبيعي يكتب $1\alpha\beta 01$ في نظام التعداد الذي أساسه 4 ، ويكتب $1\alpha\beta 01$ في نظام التعداد الذي أساسه 6 حيث α و β عدنان طبيعيان .
 عين α و β ، ثم اكتب λ في النظام العشري .
 (3) تحقق أن كلا من 2017 و 1009 عدد أولي، ثم عين الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق:
 $2m - d = 2017$ حيث $d = PGCD(a;b)$ ، $m = PPCM(a;b)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول z : $(z-2+2i)(z^2-2\sqrt{2}z+8)=0$.
- (2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها $z_A = \sqrt{2} + i\sqrt{6}$ ، $z_B = \bar{z}_A$ و $z_C = 2(1-i)$.
- (أ) اكتب z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسّي ثم استنتج أن النقط A ، B و C تنتمي إلى دائرة (Ω) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

(ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد المركب $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ تخيليا صرفا .

- (ج) نسمّي (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $z = z_C - k\left(\frac{z_A}{z_B}\right)$ مع k يسمح $\mathbb{R}_+$ تحقق أن النقطة C تنتمي إلى (Γ) ، ثم عيّن وأنشئ (Γ) .
- (3) الدوران الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$ ، h التحاكي الذي مركزه النقطة O ونسبته -2 .

عيّن طبيعة التحويل $h \circ r$ وعناصره المميّزة ، ثم استنتج صورة الدائرة (Ω) بالتحويل $h \circ r$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = (-x^3 + 2x^2)e^{-x+1}$.

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1-أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، استنتج وجود مستقيم مقارب للمنحني (C_f) يطلب تعيين معادلة له.

(ب) بيّن أن : من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = x(x^2 - 5x + 4)e^{-x+1}$ ،

ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(2) اكتب معادلة (T) مماس المنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2 .

(3) الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي : $h(x) = x^2e^{-x+2} - 4$.

ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج إشارة $h(x)$ حدّد عندئذ وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى (T) على المجال $[0; +\infty[$.

(4) ارسم المماس (T) والمنحني (C_f) على المجال $[0; +\infty[$.

(5) نعتبر m وسيط حقيقي والمعادلة ذات المجهول الحقيقي x الموجب : $f(x) = m(x-2) \dots (E)$ ناقش بيانها حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E) .

(6) الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ ب : $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.

اعتمادا على السؤال رقم (1)، شكل جدول تغيرات الدالة g .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بعدها الأول $u_0 = 1$

ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 7u_n + 8$.

(1) برهن بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $3u_n = 7^{n+1} - 4$.

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = 1 + 7 + 7^2 + \dots + 7^n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

(أ) احسب بدلالة n المجموع S_n ثم جد علاقة بين S_n و S'_n .

(ب) استنتج أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $18 \times S'_n = 7^{n+2} - 24n - 31$.

(3) (أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 5 .

(ب) عيّن قيم n الطبيعية حتى يكون S'_n قابلا للقسمة على 5 .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، (P) مستو تمثيله الوسيطى : $\begin{cases} x = -t - 2\lambda + 2 \\ y = 3t + 4\lambda - 3 \\ z = 3t + 4\lambda - 1 \end{cases}$ حيث t و λ عدنان حقيقيان .

(1) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (P) .

(2) ليكن α عددا حقيقيا من المجال $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ ، ولتكن (E_α) مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء حيث

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x \cos \alpha - 2y \sin \alpha - z - \frac{3}{4} = 0$$

(أ) بيّن أن: من أجل كل α من المجال السابق ، (E_α) هي سطح كرة يطلب تعيين إحداثيات مركزها ω_α بدلالة α ونصف قطرها R .

(ب) ادرس حسب قيم العدد الحقيقي α الوضع النسبي للمستوي (P) و سطح الكرة (E_α) .

(3) في الحالة التي يكون فيها المستوي (P) مماسا لسطح الكرة (E_α)

عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) الذي يشمل النقطة ω_α والعمودي على المستوي (P)

واستنتج إحداثيات I نقطة تماس (E_α) مع المستوي (P) .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(I) اكتب العدد $\left(\frac{5}{2} + i\right)^2$ على الشكل الجبري ثم استنتج الجذرين التربيعيين للعدد المركب : $\frac{21}{4} + 5i$

(II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A, B, C و I ذات

اللواحق : $z_A = \frac{3}{2} + \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B = -\frac{3}{2}i$ ، $z_C = -\bar{z}_A$ ، و $z_I = i$.

- (1) اكتب z_A و z_C على الشكل الجبري .
- (2) اكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ على الشكل الأسّي مستنتجا طبيعة المثلث ABC .
- (3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه B ويحول A إلى I .
 أ) اكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S ثم عيّن نسبته وزاويته.
 ب) نعرف من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 2$ التحويل النقطي T_n كما يلي: $T_n = \underbrace{S \circ S \circ \dots \circ S}_n$ مرة n
 عيّن قيم n حتى يكون T_n تحاكيا ، عين عندئذ عناصره المميزة.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = \frac{1}{x} - \ln x$.
 (1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .
 (2) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1,76; 1,77[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.
- II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x+1}{x - \ln x} & ; x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$
 (1) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 أ) أثبت أن الدالة f مستمرة عند العدد 0 على اليمين ،
 ثم احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$ وفّر النتيجة بيانيا.
 (2) بيّن أن: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x - \ln x)^2}$.
 (3) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفّر ذلك بيانيا ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
 (4) لتكن الدالة h المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $h(x) = x - \ln x$.
 أ) بيّن أن: من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، $h(x) > 0$ ،
 واستنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=1$.
 ب) ارسم (C_f) . (نأخذ $f(\alpha) \approx 2,31$)
 (5) لتكن الدالة F المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي $F(x) = \int_1^x f(t) dt$.
 - بيّن أن: من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 1$ ، $\frac{1}{x} + 1 \leq f(x) \leq f(\alpha)$ ،
 - اعط تفسيراً هندسياً للعدد $F(e)$ ثم استنتج حصراً له.

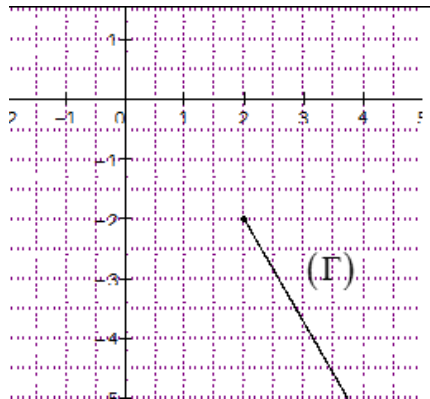
انتهى الموضوع الثاني

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

01	0.25 0.50 0.25	(1) بيان أن المستقيمين متقاطعان $(\Delta'): \begin{cases} x = -t' + 1 \\ y = 2t' - 3 \\ z = t' - 4 \end{cases} / t' \in \mathbb{R}$ $(\Delta) \cap (\Delta') = \{A(-1; 1; -2)\}$ معناه $\begin{cases} t = 1 \\ t' = 2 \end{cases} \begin{cases} t - 2 = -t' + 1 \\ -t + 2 = 2t' - 3 \\ 2t - 4 = t' - 4 \end{cases}$
1.25	0.50 0.75	(2) التمثيل الوسيط للمستوي هو : $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ $(P): \begin{cases} x = \alpha - \beta - 1 \\ y = -\alpha + 2\beta + 1 \\ z = 2\alpha + \beta - 2 \end{cases}$ استنتاج المعادلة الديكارتية $(P): 5x + 3y - z = 0$
01	01	(3) بيان أن (S) سطح كرة مركزها منتصف القطعة $[AB]$ ونصف قطرها 2. طريقة (1): $AM^2 + BM^2 = 20$ تكافئ $IM^2 = 10 - AI^2$ حيث I منتصف القطعة $[AB]$ تكافئ $IM = 2$ طريقة (2): $AM^2 + BM^2 = 20$ تكافئ $x^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 4$
0.75	0.50 0.25	(4) الوضع النسبي للمستوي (P) و سطح الكرة (S) . $d(I; (P)) = 0$ ومنه (P) يقطع (S) في دائرة مركزها I ونصف قطرها 2
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1.25	0.25 0.25	(1) أ) $p \gcd(20; 104) = 4$ بما أن $p \gcd(20; 104)$ قاسم للعدد 272 فإن المعادلة (E) تقبل حلول
	0.25	ب) بيان أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (E) فإن $x \equiv 3[5]$ $26x - 5y = 68$ تكافئ (E) ومنه $26x \equiv 68[5]$ ومنه $x \equiv 3[5]$ مجموعة حلول المعادلة (E) هي : $S = \{(5k+3; 26k+2) / k \in \mathbb{Z}\}$
	0.50	(2) تعيين α و β $\begin{cases} 104\alpha - 20\beta = 272 \\ 0 \leq \alpha \leq 3; 0 \leq \beta \leq 3 \end{cases}$ تكافئ $\overline{1\alpha\alpha\beta 01} = \overline{1\alpha\beta 01}$

	0.50	$\begin{cases} \alpha = 5k+3 \\ \beta = 26k+2 \\ 0 \leq \alpha \leq 3; 0 \leq \beta \leq 3 \end{cases} / k \in \mathbb{N} \quad \text{معناه}$
	0.25	
		$\begin{cases} \alpha = 3 \\ \beta = 2 \end{cases} \quad \text{معناه}$ كتابة λ في النظام العشري: $\lambda = 2017$
1.25	2×0.25	(3) التحقق أنّ كلا من 2017 و 1009 عدد أولي
	0.25	تعيين الثنائيات $(a ; b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق: $2m - d = 2017$
	2×0.25	$\begin{cases} a'b' = \frac{2017}{d} + 1 \\ a = a'd; b = b'd \\ \text{pgcd}(a', b') = 1 \end{cases}$ ومنه : $(a ; b) \in \{(1;1009), (1009;1)\}$
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
01	0.25	(1) حل المعادلة :
	3×0.25	$\Delta = -24 = (2i\sqrt{6})^2$ $S = \{2 - 2i; \sqrt{2} + i\sqrt{6}; \sqrt{2} - i\sqrt{6}\}$
3.25	3×0.25	(2) أ) $z_C = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z_B = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ، $z_A = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$
	0.25	بما أن $OA = OB = OC = 2\sqrt{2}$
	0.25	فإن النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة (Ω) التي مركزها O و نصف قطرها $2\sqrt{2}$.
	0.25	ب) $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n = e^{i\frac{7\pi}{12}n}$ تخيلي صرف
	0.50	معناه $\frac{7\pi n}{12} = \frac{\pi}{2} + k\pi$ / $n = 12h + 6$ / $h \in \mathbb{N}$ معناه
	0.25	ج) التحقق أن C نقطة من (Γ)
	0.50	من أجل $z \neq z_C$: $z = z_C - k\left(\frac{z_A}{z_B}\right)$ تكافئ $\arg(z - z_C) = \pi + \arg\left(\frac{z_A}{z_B}\right)$
	0.25	تكافئ $(\vec{u}; \overrightarrow{CM}) = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$

	0.25	و منه (Γ) مجموعة نقط نصف المستقيم الذي حده C و يصنع مع حامل محور الفواصل زاوية $-\frac{\pi}{3}$. انشاء (Γ). 																			
0.75	0.50 0.25	(3) تعيين طبيعة التحويل $h \circ r$ هو تشابه مباشر مركزه O و نسبته 2 زاويته $-\frac{\pi}{3}$ صورة الدائرة (Ω) بالتحويل $h \circ r$ هي الدائرة (Ω') التي مركزها O و نصف قطرها $4\sqrt{2}$.																			
التمرين الرابع: (07 نقاط)																					
2.25	0.25 0.25 0.25	(1) أ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ $y=0$ معادلة المقارب للمنحني (C_f).																			
	0.50 0.25	ب) بيان أن : من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = x(x^2 - 5x + 4)e^{-x+1}$ ، إشارة $f'(x)$ <table border="1" data-bbox="671 1337 1125 1449"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	1	4	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+					
	x	$-\infty$	0	1	4	$+\infty$															
	$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+													
0.25	اتجاه تغير الدالة f f متزايدة تماما على $[0;1]$ و $[4;+\infty[$ f متناقصة تماما على $[1;4]$ و $]-\infty;0]$																				
0.50	جدول التغيرات <table border="1" data-bbox="544 1686 1259 1874"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>0</td><td>1</td><td>$-32e^{-3}$</td><td>0</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	1	4	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+	$f(x)$	$+\infty$	0	1	$-32e^{-3}$	0
x	$-\infty$	0	1	4	$+\infty$																
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+														
$f(x)$	$+\infty$	0	1	$-32e^{-3}$	0																
0.50	0.50	(2) معادلة المماس (T) $y = -4e^{-1}(x - 2)$																			

(3) دراسة اتجاه تغير الدالة h

$$h'(x) = x(2-x)e^{-x+2}$$

h متزايدة تماما على $[0; 2]$

h متناقصة تماما $[2; +\infty[$

استنتاج إشارة $h(x)$:

x	0	2	$+\infty$
$h'(x)$	+	0	-
$h(x)$		0	

من أجل كل $x \in [0; +\infty[$ فإن $h(x) \leq 0$

تحديد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T)

إشارة $f(x) - (-4e^{-1}(x-2)) = (2-x) \times e^{-1} \times h(x)$ من إشارة $(2-x)h(x)$

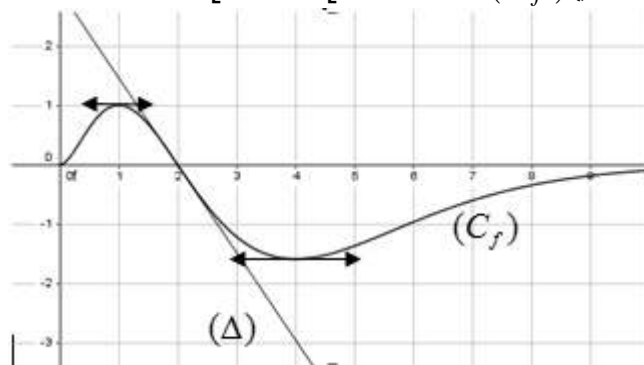
x	0	2	$+\infty$	
$(2-x)h(x)$	0	-	0	+

(C_f) فوق (T) على المجال $]2; +\infty[$

(C_f) تحت (T) على المجال $]0; 2[$

(4) ارسم المماس (T)

والمنحنى (C_f) على المجال $]0; +\infty[$.



(5) المناقشة بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E) .

إذا كان $m = -4e^{-1}$ أو $m > 0$ فإن المعادلة لها حلا وحيد

إذا كان $-4e^{-1} < m < 0$ فإن للمعادلة ثلاثة حلول

إذا كان $m = 0$ فإن للمعادلة حلين

(6) جدول تغيّرات الدالة g .

الدالة g هي مركب الدالة مقلوب و الدالة f بهذا الترتيب

01

0.25

(يمكن استعمال مشتقة مركب دالتين)

$$(g'(x) = \frac{-4x^2 + 5x - 1}{x^3} e^{1-\frac{1}{x}})$$

النهايات : $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$

إشارة $g'(x)$

0.25

x	0	$\frac{1}{4}$	$1+\infty$		
$g'(x)$	-	0	+	0	-

جدول تغيرات g

0.25

x	0	$\frac{1}{4}$	1	$+\infty$		
$g'(x)$	-	0	+	0	-	
$g(x)$	0	$\searrow$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0
			$(-32)e^{-3}$			

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)		
0.75	0.75	(1) برهان بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $3u_n = 7^{n+1} - 4$.
1.25	0.25	(أ) حساب بدلالة n المجموع : $S_n = \frac{7^{n+1} - 1}{6}$
	0.50	إيجاد علاقة بين S_n و S'_n : $3S'_n = 7S_n - 4(n+1)$
	0.50	(ب) استنتاج أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $18 \times S'_n = 7^{n+2} - 24n - 31$.
01	4×0.25	(2) (أ) دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 5. $7^{4k} \equiv 1[5]$; $7^{4k+1} \equiv 2[5]$; $7^{4k+2} \equiv 4[5]$; $7^{4k+3} \equiv 3[5]$ / $k \in \mathbb{N}$
01	4×0.25	(ب) تعيين قيم n $n \in \{20h+12 ; 20h+13 ; 20h+10 ; 20h+19 / h \in \mathbb{N}\}$ معناه $S'_n \equiv 0[5]$
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
0.75	0.75	(1) تعيين معادلة ديكارتية للمستوي (P) : $y - z + 2 = 0$
2.25	0.50	(2) (أ) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x \cos \alpha - 2y \sin \alpha - z - \frac{3}{4} = 0$ تكافئ
	0.50	$(x - \cos \alpha)^2 + (y - \sin \alpha)^2 + (z - \frac{1}{2})^2 = 2$
	0.50	(E_α) هي سطح كرة مركزها $(\cos \alpha ; \sin \alpha ; \frac{1}{2})$ ونصف قطرها $\sqrt{2}$
	0.50	(ب) الوضع النسبي للمستوي (P) و سطح الكرة (E_α) .
	0.50	$d((p); \omega_\alpha) = \frac{\frac{3}{2} + \sin \alpha}{\sqrt{2}}$
0.25	0.25	إذا كان $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{6}\right]$ فإن (P) يقطع (E_α) في دائرة
	0.25	إذا كان $\alpha = \frac{\pi}{6}$ فإن (P) يمس (E_α)
	0.25	إذا كان $\alpha \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right]$ فإن $(P) \cap (E_\alpha) = \{ \}$
01	0.50	(3) التمثيل الوسيط للمستقيم (D) / $t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ y = t + \frac{1}{2} \\ z = -t + \frac{1}{2} \end{cases}$

	0.50	استنتاج إحداثيات $I(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
0.75	0.25 2×0.25	$\left(\frac{5}{2} + i\right)^2 = \frac{21}{4} + 5i \quad (I)$ الجذرين التربيعيين للعدد المركب $\frac{21}{4} + 5i$ هما $\frac{5}{2} + i$; $-\frac{5}{2} - i$
0.75	0.50 0.25	$z_A = \frac{5}{2} + i \quad (1)$ $z_C = -\frac{5}{2} + i$
01	0.50 0.50	$\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = e^{i\frac{\pi}{2}} \quad (2)$ المثلث ABC قائم في B ومتقايس الساقين
2.50	0.75	$z' = \frac{1}{2}(1+i)z - \frac{3}{4} - \frac{3}{4}i \quad (3)$ أ) العبارة المركبة للتشابه المباشر :
	0.50	نسبة التشابه S هي $\frac{\sqrt{2}}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$
	0.25 0.50	$T_n = S \circ S \circ S \circ \dots \circ S = S \left(B; \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^n; \frac{n\pi}{4} \right) \quad (ب)$ T_n تحاك معناه $n=4k \quad / k \in \mathbb{N}$ العناصر المميزة. مركز التحاكي هو B ونسبته معرفة كما يلي :
	2×0.25	إذا كان k زوجيا فان نسبته هي $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$ ، إذا كان k فرديا فان نسبته هي $-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
0.50	0.25 0.25	(I) 1) دراسة اتجاه تغيّر الدالة g. $g'(x) = -\frac{x+1}{x^2}$ g متناقصة تماما على $]0; +\infty[$
	0.50	(2) بيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1,76; 1,77[$

01	0.50	استنتج إشارة $g(x)$ <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$\alpha + \infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>+</td><td>-</td></tr></table>	x	0	$\alpha + \infty$	$g(x)$	+	-						
x	0	$\alpha + \infty$												
$g(x)$	+	-												
0.75	0.25 0.25 0.25	(1) اثبات أن الدالة f مستمرة عند العدد 0 على اليمين $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ التفسير البياني (C_f) يقبل نصف مماس يوازي حامل محور الترتيب												
0.50	0.50	(2) اثبات أن: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x - \ln x)^2}$.												
01	0.25 0.25 0.50	(3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ التفسير البياني: (C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y = 1$ جدول تغيرات الدالة f . <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>0</td><td>$f(\alpha)$</td><td>1</td></tr></table>	x	0	α	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$	0	$f(\alpha)$	1
x	0	α	$+\infty$											
$f'(x)$	+	0	-											
$f(x)$	0	$f(\alpha)$	1											
2.25	0.25 0.25 0.25 0.50	(4) $h'(x) = \frac{x-1}{x}$ من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، لدينا $h(x) \geq h(1)$ ومنه $h(x) > 0$ الوضع النسبي: $f(x) - 1 = \frac{1 + \ln x}{x - \ln x}$ (C_f) تحت (Δ) من أجل $x \in \left]0; \frac{1}{e}\right[$ ، (C_f) فوق (Δ) من أجل $x \in \left[\frac{1}{e}; +\infty\right[$ ، $(C_f) \cap (\Delta) = \left\{A\left(\frac{1}{e}; 1\right)\right\}$ <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$\frac{1}{e}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x) - 1$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>	x	0	$\frac{1}{e}$	$+\infty$	$f(x) - 1$	-	0	+				
x	0	$\frac{1}{e}$	$+\infty$											
$f(x) - 1$	-	0	+											

		(ب) الرسم
01	0.25	(5) اثبات أن: من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 1$ ، $\frac{1}{x} + 1 \leq f(x) \leq f(\alpha)$ ، من جدول تغيرات الدالة f نجد (1)..... $f(x) \leq f(\alpha)$ ، إشارة: $f(x) - (\frac{1}{x} + 1) = \frac{(x+1)\ln x}{x - \ln x}$ من أجل $x \geq 1$ ، (2)..... $f(x) - (\frac{1}{x} + 1) \geq 0$ ، من (1) و (2) نجد: $\frac{1}{x} + 1 \leq f(x) \leq f(\alpha)$
01	0.25	- بما أن $F(e) = \int_1^e f(t) dt$ فإن $F(e)$ هو مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$; $x=e$ - حصر $F(e)$ هو : $e \leq F(e) \leq f(\alpha)(e-1)$
	0.25	