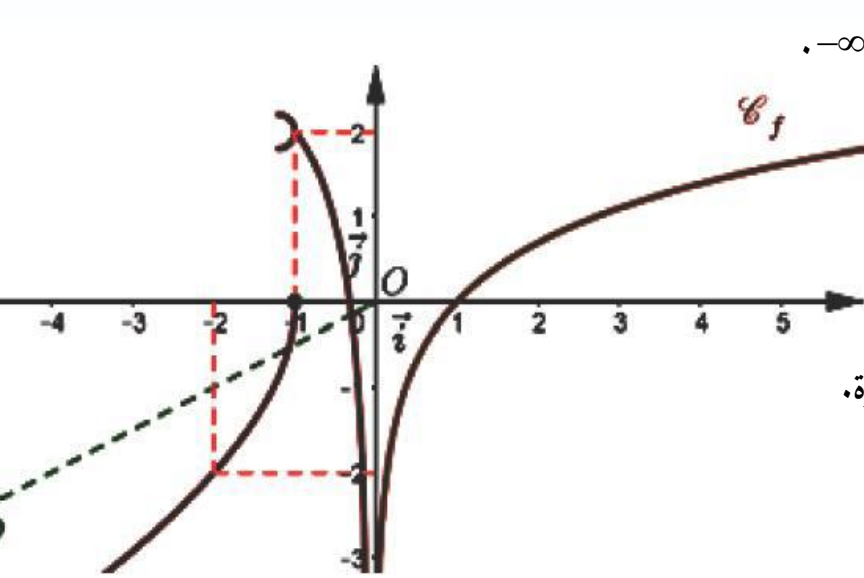


إختبار في ملحة الرياضيات الفصل الأول

التمرين الأول: 05 نقله (C_f) التمثيل البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس هو لدالة f (الشكل المقابل)



• (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته $\Delta = \frac{1}{2}x$ بجوار $-\infty$.

• (C_f) يقبل فرع لا نهائي في اتجاه (O; i) بجوار $+\infty$.
بقراءة بيانية:

① عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.

② هل الدالة f مستمرة على D_f؟ علل إجابتك.

• عين D المجموعة التي تكون فيها الدالة f مستمرة.

③ عين النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} \quad / \text{ أ}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \left[f(x) \sin\left(\frac{1}{f(x)}\right) \right] \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} [2f(x) - x]; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f \circ f(x)}{x} \quad \text{ب}$$

④ نقبل أنه على $]0; +\infty[$ فإن f تحقق: $f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$.

أ) أثبت أن: $\lim_{x \rightarrow 0^+} xf(x) = 0$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{xf(x)}$.

ب) أحسب: $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \left(\frac{\pi}{2} - x\right) f(\cos(x))$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} xf(\sin(x))$.

التمرين الثاني: 06 نقله لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \frac{2u_n + 3}{u_n + 4}$

① أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: 0 \leq u_n < 1$

② بين أن (u_n) متزايدة تماما.

③ بين أن (u_n) متقاربة ثم عين نهايتها.

④ أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: 0 \leq 1 - u_{n+1} < \frac{1}{4}(1 - u_n)$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: 0 \leq 1 - u_n < \left(\frac{1}{4}\right)^n$ ثم أوجد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

⑤ ليكن $S_n = \frac{1}{1 - u_1} + \frac{1}{1 - u_2} + \dots + \frac{1}{1 - u_n}$

• باستعمال نتيجة السؤال ④ ب)، أثبت أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $S_n \geq \frac{4}{3}(4^n - 1)$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$



I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = \frac{1}{e} + xe^x$

- ① أدرس إتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- ② إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 1 - x^2e^x$

وليكن (C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

① أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة الثانية بياناً.

② عين إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

③ بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف.

④ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $0,6 < \alpha < 0,8$

⑤ أثبت أن للمنحنى (C_f) مماسين يشملان النقطة $A(0;1)$ معادلتها: $(T_1): y = 1$ و $(T_2): y = \frac{1}{e}x + 1$

⑥ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) - \left(\frac{1}{e}x + 1\right) = -xg(x)$ واستنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) و (T_2) .

⑦ أنشئ $(T_1); (T_2)$ والمنحنى (C_f) .

III. $h(x)$ دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = -|f(x)|$ وليكن تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ/ أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

ب/ إشرح كيفية (C_h) رسم إنطلاقاً (C_f) من ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

ج / m وسيط حقيقي، عين قيم m بحيث تقبل المعادلة: $h(x) = \ln(m)$ حلاً وحيداً

بالتوفيق في شهادة البكالوريا 2024



أول العلم الصمت، والثاني: حسن الاستماع، والثالث: الحفظ، والرابع: العمل به، والخامس: نشره

