

الفرض المحروس الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات.

السنة الدراسية : 2020-2021

تاريخ اجتياز الامتحان : 11 جانفي 2021

◀ ملاحظة هامة ! يؤخذ في الحسبان الدقة في التعبير والكتابة الواضحة.

التمرين الأول : (07 نقاط)

■ إليك العبارتين التاليتين A و B :

$$A = (+0,07) \times (-4,6) \times (-8) \times (-19) \quad \text{و} \quad B = (-100) \times (6,04) \times (-5,87) \times (+0,67)$$

1. أحسب التعابير الموالية : $A + B$ ، $A - B$ و $A \times B$.2. بدون إجراء أي حساب، عيّن إشارة العبارة $\frac{A}{B}$.3. في كل حالة من الحالتين التاليتين، عيّن إشارة العدد t ثم استنتج قيمته.

$$B = (-100) \times 0,1962 \times A \times t \times (-0,9) = -116265,082 \quad \text{و} \quad (0,32) \times A \times B \times t \times (-0,9)$$

4. أنقل وأكمل الجدول التالي :

العدد	مقلوب العدد	معاكس العدد
A		
B		

التمرين الثاني : (07 نقاط)

■ لتعرف الأعداد F ، H و S على النحو التالي : $F = \frac{1}{5}$ ، $H = \frac{2}{3}$ و $S = \frac{-5}{12}$.1. أحسب المقادير الموالية، موضحاً طريقة حلك : $H + S$ ، $F - H$ ، $H \times S$ و $F \div S$.2. قارن بين كل عددين ناقلين، بتوحيد المقام : $-H$ و S ؛ F و H .■ في قائمة الأعداد التالية، تعرف على الأعداد الطبيعية والأعداد العشرية والأعداد النسبية والأعداد الناطقة : 19، $\frac{1}{9}$ ، 47، 6.

التمرين الثالث : (06 نقاط)

تأمل الرسم المقابل (الرسم غير مرسوم بالأطوال الحقيقية)، ثم

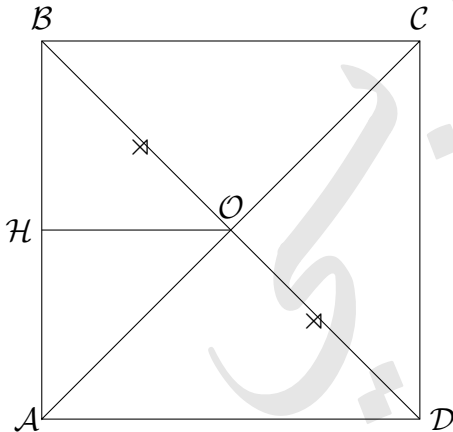
أجب على الأسئلة الموالية :

■ $ABCD$ مربع مركزه النقطة O ، حيث :

$$AB = BC = CD = DA = 5cm$$

لنفترض أنّ : $(HO) // (AD)$.

1. كيف تبرّر باستعمال معطيات الشكل المرفق أنّ النقطة

 H هي منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$.2. بثلاث طرق مختلفة، أثبت أنّ المثلثين OBC و ODA متقايسان.3. أحسب الطول OH .

التمرين الرابع : (03 نقاط إضافية)

~ تنبيه!!! على الممتحن أن يعالج مشكلا واحدا فقط ~

◀ المشكل الأول : ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث : $AB < AC$.

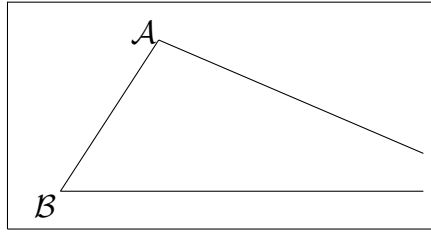
لتكن D نقطة من القطعة المستقيمة $[AC]$ حيث أنّ : $AD = AB$.

لتكن F نقطة من نصف المستقيم $[BA]$ حيث أنّ : $AF = AC$.

□ بين أنّ المستقيمين (FD) و (BC) متعامدان.

◀ المشكل الثاني : في الشكل المرافق، ABC مثلث، والنقطة C مخفية!

□ دون أن ترسم خارج الإطار، استخدم المسطرة والمدور لرسم النقطة M منتصف $[AC]$ والنقطة N منتصف $[BC]$.



◀ المشكل الثالث : ABC مثلث، A' و B' و C' هي على التوالي منتصفات القطع $[BC]$ و $[AC]$ و $[AB]$.

□ بين أنّ للقطعتين $[B'C']$ و $[A'C']$ نفس المنتصف.



موفقون بإذن الرحمان.

التصحيح التفصيلي للفرض المحروس الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات.

حل التمرين الأول : (07 نقاط)

1. حساب العلاقات الموالية : $A + B$ ، $A - B$ و $A \times B$:

من الأحسن حساب كل عبارة على حدى.

. فائدة غالية : لتحديد إشارة جداء عدّة أعداد عشرية نسبية نحسب عدد عوامله السالبة، فإذا كان هذا العدد فرديا، فإنّ الجداء سالب، أما إذا كان زوجيا فالجداء يكون موجبا.

لنتأمل معاً - عزيزي المجتهد - في A لوجدنا عدد عوامله السالبة هو 3 وهو عدد فردي، إذن A عدد سالب.
بنفس الفكرة السابقة، لنتأمل قليلاً في B لوجدنا عدد عوامله السالبة هو 2 وهو عدد زوجي، إذن B عدد موجب.
من خلال ما سبق، ينتج لنا :

$$\begin{aligned} A &= (+0,07) \times (-4,6) \times (-8) \times (-19) & B &= (-100) \times (6,04) \times (-5,87) \times (+0,67) \\ &= - (0,07 \times 4,6 \times 8 \times 19) & &= + (100 \times 6,04 \times 5,87 \times 0,67) \\ &= - 48,944 & &= +2375,4716 \end{aligned}$$

بعد انتهاء حساب كل عبارة على حدى، من السهل استنتاج العبارات $A + B$ ، $A - B$ و $A \times B$.
لنبداً على بركة الله في العبارة الأولى.

• حساب العبارة $A + B$: $\leftarrow (0,75 \text{ ن})$

$$\begin{aligned} A + B &= - 48,944 + 2375,4716 \\ &= 2326,5276 \end{aligned}$$

• حساب العبارة $A - B$: $\leftarrow (0,75 \text{ ن})$

$$\begin{aligned} A - B &= (-48,944) - (+2375,4716) \\ &= - 2424,4156 \end{aligned}$$

• حساب العبارة $A \times B$: $\leftarrow (0,75 \text{ ن})$

$$\begin{aligned} A \times B &= (-48,944) \times (+2375,4716) \\ &= - 116265,082 \end{aligned}$$

2. بدون إجراء أي حساب، تعيين إشارة العبارة $\frac{A}{B}$: $\leftarrow (0,25 \text{ ن})$

عملاً بإشارة A و B ينتج لنا إشارة حاصل القسمة $\frac{A}{B}$ سالبة، لأنّ العبارتين السابقتين A و B مختلفتين في الإشارة.

3. تعيين إشارة العدد t : $\leftarrow (0,50 \text{ ن})$

قبل شرع في حل هذا السؤال، لنسمي المعادلتين كما يلي :

$$A \times t \times (-100) \times 0,1962 = B \quad (1)$$

$$(0, 32) \times \mathcal{A} \times \mathcal{B} \times t \times (-0, 9) = -116265, 082 \quad (2)$$

واضح وضوح الشمس أنّ إشارة t موجبة هذا في المعادلة (1). ويكون سالبا في المعادلة (2).

$$(0, 32) \times \mathcal{A} \times \mathcal{B} \times t \times (-0, 9) = -116265, 082 \quad \mathcal{A} \times t \times (-100) \times 0, 1962 = \mathcal{B}$$

$$(0, 32) \times \mathcal{A} \times \mathcal{B} \times t \times (-0, 9) = \mathcal{A} \times \mathcal{B}$$

$$(0, 32) \times t \times (-0, 9) = 1$$

$$(-0, 288) \times t = 1$$

$$t = \frac{1}{-0, 288}$$

$$(0, 50) \rightarrow t = -3, 472222222$$

$$t = \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{A} \times (-100) \times 0, 1962 + 2375, 4716}$$

$$t = \frac{(-48, 944) \times (-100) \times 0, 1962 + 2375, 4716}{+960, 28128}$$

$$t = 2, 473724782 \rightarrow (0, 50)$$

4. إكمال الجدول التالي : $\rightarrow (0, 75)$ لكل فراغ

العدد	مقلوب العدد	معكس العدد
$\mathcal{A}$	$\frac{125}{-6118}$	$+48, 944$
$\mathcal{B}$	$\frac{2500}{5938679}$	$-2375, 4716$

حل التمرين الثاني : (07 نقاط)

1. حساب المقادير المولية : $\mathcal{F} - \mathcal{H}$ ، $\mathcal{H} + \mathcal{S}$ و $\mathcal{F} \div \mathcal{S}$ و $\mathcal{H} \times \mathcal{S}$

• لنحسب المقدار $\mathcal{H} + \mathcal{S}$: $\rightarrow (0, 75)$

$\mathcal{H} + \mathcal{S}$ هو مجموع عددين ناطقين مقاماهما مختلفان، وبالتالي نبدأ بالبحث عن مضاعف مشترك للمقامين. يمكنك -عزيزي الذكي - اختيار 3×12 ك مقام مشترك لكن من الأفضل اختيار أصغر مضاعف مشترك غير معدوم للعددين 3 و 12. مضاعفات 3 هي : $\{3; 6; 9; 12; \dots\}$. من هذا الأخير نستنتج أنّ :

$$\mathcal{H} + \mathcal{S} = \frac{2}{3} + \frac{-5}{12} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} + \frac{-5}{12} = \frac{8}{12} + \frac{-5}{12} = \frac{8 - 5}{12} = \frac{3}{12}$$

• لنحسب المقدار $\mathcal{F} - \mathcal{H}$: $\rightarrow (0, 75)$

$\mathcal{F} - \mathcal{H}$ هو فرق عددين ناطقين مقاماهما مختلفان، وبالتالي نبدأ بالبحث عن مضاعف مشترك للمقامين. لكن من الأفضل اختيار أصغر مضاعف مشترك غير معدوم للعددين 3 و 5. مضاعفات 3 هي : $\{3; 6; 9; 12; 15; 18; 21 \dots\}$. مضاعفات 5 هي : $\{5; 10; 15; \dots\}$.

$$\mathcal{F} - \mathcal{H} = \frac{1}{5} - \frac{2}{3} = \frac{1 \times 3}{5 \times 3} - \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{3 - 10}{15} = -\frac{7}{15}$$

• لنحسب المقدار $\mathcal{H} \times \mathcal{S}$: $\rightarrow (0, 75)$

$$\mathcal{H} \times \mathcal{S} = \frac{2}{3} \times \frac{-5}{12} = \frac{2 \times (-5)}{3 \times 12} = -\frac{10}{36} = -\frac{5}{18}$$

• لنحسب المقدار $\mathcal{F} \div \mathcal{S}$: $\rightarrow (0, 75)$

$$\mathcal{F} \div \mathcal{S} = \frac{1}{5} \div \frac{-5}{12} = \frac{1}{5} \times \frac{12}{-5} = -\frac{1 \times 12}{5 \times 5} = -\frac{12}{25}$$

2. المقارنة : $\leftarrow (0,75 \text{ ن لكل عبارة صحيحة})$

لدينا : $-H = -\frac{2 \times 4}{3 \times 4} = -\frac{8}{12}$ و $S = \frac{-5}{12}$ و بما أن $-8 < -5$ فإن : $\frac{-8}{12} < \frac{-5}{12}$ وهذا ما يوحي لنا : $-H < S$.
 لدينا : $F = \frac{1}{5} = \frac{1 \times 3}{5 \times 3} = \frac{3}{15}$ و $H = \frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$ و بما أن : $3 < 10$ وعليه : $\frac{3}{15} < \frac{10}{15}$ إذن : $F < H$.

تصنيف الأعداد : $\leftarrow (02,50 \text{ ن})$

□ الأعداد الطبيعية : 19.

□ الأعداد العشرية : 6, 47 ; 19.

□ الأعداد النسبية : 6, 47 ; 19.

□ الأعداد الناطقة : $\frac{1}{9}$; 6, 47 ; 19.

حل التمرين الثالث : (06 نقاط)

1. تبرير باستعمال معطيات الشكل المرافق أنّ النقطة H هي منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$: $\leftarrow (01 \text{ ن})$

في المثلث ABD لدينا : O منتصف $[BD]$ (O مركز متوازي أضلاع $ABCD$) و $(HO) // (AD)$ (حسب الفرض) .
 وعليه حسب الخاصية العكسية لمستقيم المنتصفين H هي منتصف $[AB]$.

2. إثبات أنّ المثلثين OBC و ODA متقايسان : $\leftarrow (01,25 \text{ ن لكل طريقة صحيحة})$

□ الطريقة الأولى :

نرى مباشرة : $OC = OA$ (لأن : O منتصف القطعة $[AC]$) هذا من جهة أولى .
 ومن جهة ثانية، لدينا : $\widehat{BOC} = \widehat{AOD}$ (التقابل بالرأس) و $\widehat{BCO} = \widehat{ADO}$ (التبادل الداخلي) .
 وأخيراً : المثلثان OBC و ODA متقايسان (تقايس فيهما زاويتان وضلع محصور بينهما) .

□ الطريقة الثانية :

لدينا : $\widehat{BOC} = \widehat{AOD}$ (التقابل بالرأس) و بما أنّ O مركز متوازي أضلاع $ABCD$ ينتج لنا : $OB = OD$ و $OA = OC$.
 إذن : المثلثان OBC و ODA متقايسان (تقايس فيهما ضلعان و زاوية محصورة بينهما) .

□ الطريقة الثالثة :

بما أنّ O مركز متوازي أضلاع $ABCD$ ينتج لنا : $OB = OD$ و $OA = OC$.
 ولدينا أيضاً : $BC = AD$.

إذن : المثلثان OBC و ODA متقايسان (يتقايس مثلثان إذا تقايست الأضلاع الثلاثة لأحدهما مع الأضلاع الثلاثة لآخر) .

3. حساب الطول OH : $\leftarrow (01,25 \text{ ن})$

ABD مثلث فيه $H \in [AB]$ و $O \in [BD]$.

وبما أنّ : $(HO) // (AD)$ (حسب الفرض) .

حسب نظرية طالس ينتج لنا :

$$\frac{BH}{BA} = \frac{BO}{BD} = \frac{HO}{AD}$$

بعد التعويض المباشر نجد :

$$\frac{1}{2} = \frac{HO}{5}$$

من هذا الأخير نجد :

$$HO = \frac{5 \times 1}{2} = 2,5 \text{ cm}$$

حل التمرين الرابع : (03 نقاط إضافية)

نذكر التلميذ المتميز أنه قبل أن نبدأ في حل هذه المشاكل، وجب علينا الرسم قصد سهولة التنبؤ بالحل.

◀ حل المشكلة الأول :

□ قراءة نص المسألة :

⊕ المعطيات الصريحة :

من خلال قراءة نص هذه المسألة يتضح أن الأمر يتعلق بالمعطيات التالية :

ABC مثلث قائم الزاوية في A و $AB < AC$ و D نقطة من القطعة

$[AC]$ و $AD = AB$ و F نقطة من نصف المستقيم $[BA]$

و $AF = AC$. ويمكن تلخيص هذه المعطيات في الشكل المجاور.

⊕ المعطيات الضمنية :

باستعمال التعاريف أو الخواصيات، يمكن إجمال معطيات أخرى، تكون ضمنية في نص المسألة.

من المعطى ABC مثلث قائم الزاوية في A نستنتج أن :

1. (CA) ارتفاع للمثلث BFC . من المعطى $AD = AB$ نستنتج أن : 2. $\widehat{ADB} = 45^\circ$ من المعطى $AF = AC$ نستنتج أيضا أن : $\widehat{ACF} = 45^\circ$.

هناك معطيات ضمنية أخرى، لم يتم ذكرها لأن طريقة حل هذه المسألة المتبعة ليست بحاجة إليها.

⊕ ترجمة المطلوب :

المطلوب هو البرهان على أن المستقيمين (FD) و (BC) متعامدان وهذا يعني أن (FD) ارتفاع للمثلث BCF .

حسب المعطى الضمني الأول، يكفي أن نبين أن D هي مركز تعامد المثلث BCF .

لذا وجب أن نبرهن على أن المستقيم (BD) عمودي على المستقيم (FC) .

⊕ صياغة البرهان :

لتكن S نقطة تقاطع المستقيمين (BD) و (FC) .

لدينا : $\widehat{ACF} = 45^\circ$ لأن المثلث ACF قائم الزاوية في A ومتساوي الساقين ولدينا : $\widehat{CDS} = \widehat{ADB}$.

بما أن : $\widehat{ADB} = 45^\circ$ لأن المثلث ABD قائم الزاوية في A ومتساوي الساقين، فإن : $\widehat{CDS} = 45^\circ$.

بما أن مجموع زوايا مثلث هو 180° فإن : $\widehat{DSC} = 90^\circ$. إذن : (BS) عمودي على (FC) .

بما أن : (AC) عمودي على (BF) و D هي تقاطع المستقيمين (BS) و (AC) . و D هي مركز تعامد المثلث BCF .

ونعلم أن ارتفاعات مثلث تتلاقى في نقطة واحدة. إذن (FD) ارتفاع للمثلث BCF .

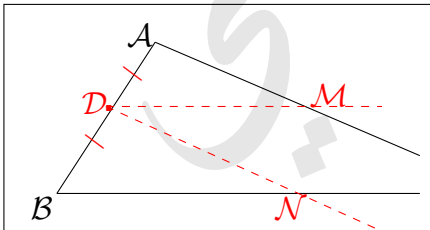
وهذا ما يوجب لنا أن : (FD) و (BC) متعامدان. بهذا يكتمل البرهان.

◀ حل المشكلة الثاني :

⊕ نحدد أولاً النقطة D منتصف الضلع $[AB]$.

⊕ نرسم من D مستقيماً يوازي $[BC]$ فيقطع $[AC]$ في منتصفه M .

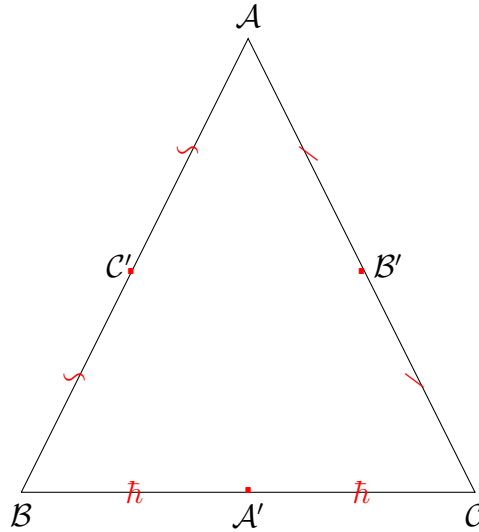
⊕ نرسم من D مستقيماً يوازي $[AC]$ فيقطع $[BC]$ في منتصفه N .



◀ حل المشكل الثالث :

□ قراءة نص المسألة :

⇐ المعطيات الصريحة :



عند قراءة نص هذه المسألة نلاحظ أنّ الأمر يتعلق بالمعطيات التالية :

ABC مثلث.

A' منتصف $[BC]$.

B' منتصف $[AC]$.

C' منتصف $[AB]$.

ويمكن تلخيص هذه المعطيات في الشكل جانبه :

⇐ المعطيات الضمنية :

باستعمال خاصيات منتصفات أضلاع مثلث، يمكن إجراء المعطيات التالية :

1. $(AB) = (A'C')$. 2. $(A'B')$ يوازي (AC) . 3. $(A'C')$ يوازي (AB) .

وهناك معطيات ضمنية أخرى، لم يتم ذكرها، لأنّ طريقة البرهان المقترحة لا تحتاج إليها.

⇐ ترجمة المطلوب :

المطلوب هو إثبات أنّ للقطعتين $[B'C']$ و $[A'A']$ نفس المنتصف وحسب إحدى خاصيات متوازي الأضلاع، يكفي أن نبين أنّ الرباعي $AB'A'C'$ متوازي أضلاع.

⇐ صياغة البرهان :

لدينا A' منتصف القطعة $[BC]$.

B' منتصف القطعة $[AC]$.

ومنه فإنّ $(A'B')$ يوازي (AB) .

وبما أنّ $(AB) = (A'C')$ (لأنّ C' نقطة من المستقيم (AB)) فإنّ :

$$(A'B') // (A'C') \quad (3)$$

لدينا A' منتصف القطعة $[BC]$ ، C' منتصف القطعة $[AB]$.

ومنه فإنّ $(A'C')$ يوازي (AC) .

وبما أنّ $(AB) = (AC)$ (لأنّ B' نقطة من المستقيم (AC)) فإنّ :

$$(A'C') // (A'B') \quad (4)$$

وحسب النتيجة (3) و (4) نستنتج أنّ الرباعي $AB'A'C'$ متوازي أضلاع.

إذن القطعتين $[B'C']$ و $[A'A']$ لهما نفس المنتصف.