

الفرض الأول للفصل الثاني في الرياضيات

المدة: 40 د

⚠ تجنب الشطب واستعمال المصحح.

التمرين الأول: (09 نقاط)

الجزء I نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = 3x + 6$.

① احسب النهاية التالية: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

② ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند العدد 2، ثم استنتج قيمة $f'(2)$ (العدد المشتق للدالة f عند 2).

الجزء II عين الدالة المشتقة f' للدالة f على مجموعة تعريفها في كل حالة من الحالات الآتية:

① $D_f = \mathbb{R}$ ؛ $f(x) = x^2 + 3x + 6$

② $D_f = \mathbb{R}$ ؛ $f(x) = (2x - 3)(x^2 - 1)$

③ $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$ ؛ $f(x) = \frac{2x + 5}{3x - 6}$

④ $D_f = \mathbb{R} - \{-3\}$ ؛ $f(x) = \frac{1}{3x + 9}$

التمرين الثاني: (11 نقطة)

⚡ لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x^2 + 4x + 3$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

① احسب النسبة: $\frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ حيث: h عدد حقيقي غير معدوم.

② استنتج أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند 1 ثم عين $f'(1)$.

③ اكتب معادلة الماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

④ احسب $f'(x)$ ثم ادرس اشارتها. (f' الدالة المشتقة للدالة f).

⑤ ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

حكمة: إقطع شجرة القلق بفأس الإمتداد والتوكل

الأستاذ: فراتية المحفوظ I

تصحيح الفرض الأول للفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (09 نقاط)

الجزء I نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 3x + 6$

① حساب النهاية $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$: (1 نقطة)

لدينا الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ وبالتالي f معرفة عند 0 ومنه: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 3(0) + 6 = 6$

② دراسة قابلية اشتقاق الدالة f عند العدد 2: (1.5 نقطة)

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(2+h) + 6 - (3(2) + 6)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6 + 3h + 6 - (6 + 6)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{12 + 3h - 12}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h}{h} = 3 \end{aligned}$$

• استنتاج قيمة $f'(2)$: (0.5 نقطة)

$$f'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 3$$

الجزء II نعين الدالة المشتقة f' للدالة f على مجموعة تعريفها في كل حالة من الحالات الآتية: (6 نقطة)

① لدينا الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، ومن أجل كل $x \in \mathbb{R}$ نجد: $f'(x) = 2x + 3$

② لدينا الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، ومن أجل كل $x \in \mathbb{R}$ نجد:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (2x - 3)' \times (x^2 - 1) + (x^2 - 1)' \times (2x - 3) = 2(x^2 - 1) + 2x(2x - 3) \\ &= 2x^2 - 2 + 4x^2 - 6x = 6x^2 - 6x - 2 \end{aligned}$$

③ لدينا الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} - \{2\}$ ، ومن أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{2\}$ نجد:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(2x + 5)' \times (3x - 6) - (3x - 6)' \times (2x + 5)}{(3x - 6)^2} = \frac{2(3x - 6) - 3(2x + 5)}{(3x - 6)^2} \\ &= \frac{6x - 12 - 6x - 15}{(3x - 6)^2} = \frac{-27}{(3x - 6)^2} \end{aligned}$$

④ لدينا الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} - \{-3\}$ ، ومن أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{-3\}$ نجد:

$$f'(x) = -\frac{(3x + 9)'}{(3x + 9)^2} = -\frac{3}{(3x + 9)^2}$$

التمرين الثاني: (11 نقطة)

للتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x^2 + 4x + 3$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

① حساب النسبة: $\frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ (نقطة 1)

$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \frac{(1+h)^2 + 4(1+h) + 3 - ((1)^2 + 4(1) + 3)}{h}$$

$$= \frac{1 + h^2 + 2h + 4 + 4h + 3 - 8}{h} = \frac{h^2 + 6h + 8 - 8}{h} = \frac{h^2 + 6h}{h} = h + 6$$

• استنتاج أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند 1 وتعين $f'(1)$: (نقطة 1)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} h + 6 = 6$$

لدينا $f'(1) = 6$ ومنه الدالة f تقبل الاشتقاق عند 1 ولدينا:

② كتابة معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1: (نقطة 2)

$$y = f'(1)(x - 1) + f(1)$$

لدينا معادلة المماس (T) هي:

$$f(1) = (1)^2 + 4(1) + 3 = 8 \text{ و } f'(1) = 6$$

ولدينا:

$$(T): y = 6x + 2 \text{ أي } y = 6(x - 1) + 8 = 6x - 6 + 8 = 6x + 2$$

ومن:

③ حساب $f'(x)$: (نقطة 1)

لدينا الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، ومن أجل كل $x \in \mathbb{R}$ نجد: $f'(x) = 2x + 4$.

• دراسة إشارة $f'(x)$: (نقطة 2)

$$x \in \mathbb{R} \text{ من أجل كل } f'(x) = 0 \text{ معناه } 2x + 4 = 0 \text{ معناه } x = -\frac{4}{2} = -2$$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$

④ دراسة اتجاه تغير الدالة f : (نقطة 2)

من جدول إشارة $f'(x)$ نستنتج أن الدالة f متناقصة تماماً على المجال $]-\infty; -2]$ ومتزايدة تماماً على المجال $[2; +\infty[$.

• جدول تغيرات الدالة f : (نقطة 2)

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-1	$+\infty$



حكمة: إقطع شجرة القلق بفأس الإمتداد والتوكل