

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:
الموضوع الأول:

التمرين الأول: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير:

(1) النهاية التالية $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(1 - e^{\frac{1}{x}})$ تساوي:

(أ) $+\infty$ (ب) 0 (ج) -1

(2) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = 1 + \ln\left(\frac{2}{3}\right)^n$ هي:

(أ) متتالية حساسية متناقصة (ب) متتالية هندسية متزايدة (ج) متتالية حساسية متزايدة.

x_i	-2	-1	α	3
P_i	0,12	0,5	β	0,3

(3) الجدول التالي يعرف قانون احتمال تجربة عشوائية:

الأمل الرياضي لقانون الاحتمال هو $\mu = 0,32$ من أجل:

(أ) $\alpha = 1$ و $\beta = 0,08$ (ب) $\alpha = 2$ و $\beta = 0,08$ (ج) $\alpha = 2$ و $\beta = 0,03$

(4) إذا كان z عددا مركبا حيث $z = \frac{\sqrt{2}+2i\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-i\sqrt{2}}$ فإن:

(أ) $z^{2022} = 1$ (ب) $z^{2022} = -1$ (ج) $z^{2022} = i$

التمرين الثاني: (4,5 نقاط)

صندوق يحوي 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها كرتان تحملان الرقم 1 وثلاث كريات تحمل الرقم 0، وخمسة تحمل الرقم 2.

(1) ن سحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من الصندوق ونعتبر الحدثين A و B حيث:

A "الكريات المسحوبة تحمل أرقاما مختلفة"، B "الكريات المسحوبة تحمل أرقاما جذاؤها معدوم"

(أ) احسب: $P(A)$ و $P(B)$ احتمال الحدثين A و B على الترتيب.

(ب) بين أن: $P(A \cap B) = \frac{7}{10}$ ، هل الحدثان A و B مستقلان؟ علل.

(ج) علما أن جداء أرقام الكرات معدوم ما هو احتمال ان تكون مختلفة.

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الأرقام المتساوية المحصل عليها.

(أ) عين قيم المتغير العشوائي X .

(ب) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم احسب تباينه $V(X)$.

التمرين الثالث: (4,5 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $3u_{n+1} = 2u_n - 4$.
 (v_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي.

(1) اوجد قيمة α التي من أجلها تكون المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

(2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 5 \left(\frac{2}{3}\right)^n - 4$

(3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) على $\mathbb{N}$ ، و احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

(5) لتكن (w_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $w_n = \frac{5}{v_n + 5} - 5$

(أ) بين أن المتتالية (w_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

(ب) بين أن المتتاليتين (u_n) و (w_n) متجاورتان.

(ج) احسب بدلالة n المجموع S'_n حيث: $S'_n = \frac{1}{w_0 + 5} + \frac{1}{w_1 + 5} + \dots + \frac{1}{w_n + 5}$

التمرين الرابع: (7نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 1 - x^2 e^x$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ؛ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ماذا تستنتج؟

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(ج) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7 < \alpha < 0,8$.

(2) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثيهما.

(3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1

(4) نعرف على $\mathbb{R}$ الدالة h كما يلي: $h(x) = e^{-1} + x e^x$

(أ) ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج انها موجبة على $\mathbb{R}$.

(ب) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x ؛ $f(x) - (1 + e^{-1}x) = -xh(x)$

(ج) استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمماس (T) .

(5) أنشئ المماس (T) و المنحنى (C_f) .

(6) أنشئ في نفس المعلم السابق المنحنى (C_g) الممثل للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 - x^2 e^{-x}$

(7) الدالة K معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $K(x) = (ax^2 + bx + c) e^x$ حيث: a ، b و c أعداد حقيقية.

(أ) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حتى تكون الدالة K أصلية للدالة: $x \mapsto x^2 e^x$ على $\mathbb{R}$.

(ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلتها:

$$x = -2 \text{ ؛ } y = 1 \text{ ؛ } x = 0$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

فيما يلي أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل:

- (1) المعادلة $\log^3(x) - 2\log^2(x) - 3\log(x) = 0$ تقبل ثلاث حلول في $\mathbb{R}$.
- (2) f دالة فردية مستمرة على المجال $[-a; a]$: التكامل $\int_{-a}^a f(x)dx$ يساوي 0.
- (3) A و B حدثان مستقلان معرفان على نفس المجموعة Ω حيث: $P(A) = 0,2$ و $P(A \cup B) = 0,7$ ، احتمال الحدث B يساوي: 0,5
- (4) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{u}, \vec{v})$ ، مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $|1 - i\sqrt{3}z| = 4$ هي الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها $r = 1$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس على أربع قريصات بيضاء تحمل كل واحدة الرقم 3 و أربع قريصات سوداء تحمل كل واحدة الرقم 2. القريصات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس.

- (1) ن سحب عشوائيا من الكيس ثلاثة قريصات على التوالي دون إرجاع القريصة المسحوبة.
 أ) احسب احتمال الأحداث التالية:
 A : "القريصات المسحوبة بيضاء" ؛ B : "القريصات المسحوبة تحمل نفس الرقم".
 C : "ضمن القريصات المسحوبة واحدة على الأكثر سوداء".
 ب) هل الحدثان B و C مستقلان؟ علل
- (2) نعتبر في هذا الجزء أن عدد القريصات السوداء هو n (حيث: $n \geq 2$)؛ و ن سحب من الكيس عشوائيا وفي آن واحد قريصتين.
 وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب مجموع الرقمين الظاهرين على القريصتين.
 أ) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ؛ ثم احسب بدلالة n الأمل الرياضي له.
 ب) استنتج عدد القريصات السوداء التي يجب وضعها في الصندوق حتى يكون $E(X) = 5$.

التمرين الثالث (05 نقاط):

$$I \text{ المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ كما يلي: } \begin{cases} U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n - 1 \\ U_0 = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

- (1) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n \leq -\frac{3}{2}$
- ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة.
- ج) احسب نهاية المتتالية (U_n) .

$$(2) \text{ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي } n: U_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^n - \frac{3}{2}$$

$$\text{II } (V_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة بـ } V_0 = 0 \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n: V_{n+1} = V_n + U_n + \frac{3}{2}$$

(1) بين أن المتتالية (V_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$

$$(2) \text{ (ا) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم } n: V_n = -\left(1 + \left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right)$$

(ب) استنتج عبارة V_n بدلالة n .

(ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$ ، ثم استنتج أن المتتاليتين (U_n) و (V_n) متجاورتان.

(3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$\ln\left(\frac{2}{3}V_0 + 1\right) + \ln\left(\frac{2}{3}V_1 + 1\right) + \dots + \ln\left(\frac{2}{3}V_n + 1\right) = \ln\left(\frac{1}{3}\right) \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]$$

التمرين الرابع (07 نقاط)

I نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $\begin{cases} f(x) = (x-1)^2 \ln|x-1| - 2 & ; \quad x \neq 1 \\ f(1) = -2 \end{cases}$
 (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) (ا) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0 = 1$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

(ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي يختلف عن 1: $f'(x) = (x-1)(1 + 2\ln|x-1|)$.

(ج) ادرس إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) (ا) بين أن المستقيم ذو المعادلة $x = 1$ محور تناظر للمنحنى (C_f) .

(ب) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث: $2,82 < \alpha < 2,83$ ،
 يطلب تعيين حصرا للعدد β .

(4) اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1.

(5) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-2; 4]$.

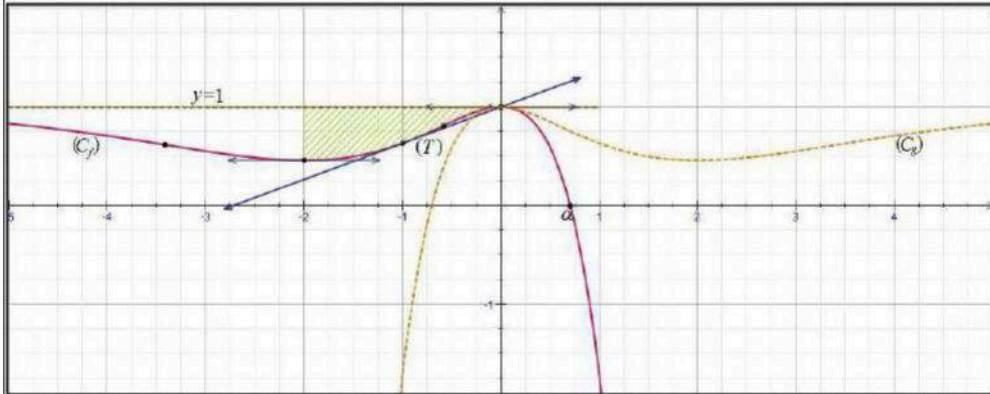
II (1) باستعمال التكامل بالتجزئة، أوجد الدالة الأصلية للدالة $x \mapsto (x-1)^2 \ln(x-1)$ على المجال $]1; +\infty[$ والتي تنعدم عند 2.

(2) $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلتها:
 $x = 2$ و $x = \alpha$ ، $y = -2$

- بين أن: $A(\alpha) = \frac{1}{9}(-\alpha^3 + 3\alpha^2 + 3\alpha - 4)$ u.a

2022 ماي دورة:		تصحیح نموذجي لاختبار البكالوريا التجريبي		مديرية التربية لولاية غرداية																					
المدة: 3 ساعات ونصف		مادة الرياضيات		الشعبة: علوم تجريبية																					
العلامة		الموضوع الأول																							
04		التمرين الأول :																							
0,25		(1) الاقتراح الصحيح هو: ج																							
0,75		لأن: بوضع $X = \frac{1}{x}$ نجد: $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(1 - e^{\frac{1}{x}}) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{X}(1 - e^X) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - e^X}{X} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{e^X - 1}{X} = -1$																							
0,25		(2) الاقتراح الصحيح هو: أ																							
0,75		لأن: $u_{n+1} - u_n = \ln\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} - \ln\left(\frac{2}{3}\right)^n = \ln\left(\frac{2}{3}\right)$ فإنه متناقصة تماما.																							
0,25		(3) الاقتراح الصحيح هو: ب																							
0,75		لأن: $\alpha = 2$ منه: $0,08\alpha = 0,32 - (-0,24 - 0,5 + 0,9) = 0,16$ ؛ $\beta = 1 - (0,12 + 0,5 + 0,3) = 0,08$																							
0,25		(4) الاقتراح الصحيح هو: ب																							
0,75		لأن: $z = \frac{\sqrt{2} + 2i\sqrt{2}}{2\sqrt{2} - i\sqrt{2}} = \frac{1 + 2i}{2 - i} = \frac{(1 + 2i)(2 + i)}{5} = \frac{5i}{5} = i$ منه: $z^{2022} = (i)^{2022} = (i^2)^{1011} = (-1)^{1011} = -1$																							
4,25		التمرين الثاني :																							
		(1) أ) حساب احتمال الحادثتين A و B :																							
2 * 0,5		الحادثة $\bar{A}$ "الكريات تحمل نفس الرقم" ؛ الحادثة $\bar{B}$ "لا توجد كرية تحمل الرقم 0". $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{C_7^3}{C_{10}^3} = 1 - \frac{35}{120} = \frac{85}{120} = \frac{17}{24}$ ؛ $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_3^3 + C_5^3}{C_{10}^3} = 1 - \frac{1 + 10}{120} = \frac{109}{120}$																							
0,5		ب) تبين أن $P(A \cap B) = \frac{C_3^1 \times C_7^2 + C_3^2 \times C_7^1}{C_{10}^3} = \frac{63 + 21}{120} = \frac{84}{120} = \frac{7}{10}$ ؛ $P(A \cap B) = \frac{7}{10}$																							
0,5		بما أن: $P(A) \times P(B) = \frac{1853}{2880}$ و $P(A \cap B) = \frac{2016}{2880}$ منه: $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$ فإن الحادثتين A و B غير مستقلتين.																							
0,5		ج) حساب احتمال أن تكون أرقام الكريات مختلفة علما أن جدها معدوم: $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{7}{10} \times \frac{24}{17} = \frac{84}{85}$																							
0,25		(2) أ) تعيين القيم الممكنة لـ X : كريات إما تحمل نفس الرقم فإن $X = 3$ و تحمل أرقاما مختلفة مثنى مثنى فإن $X = 0$. أو كرتان تحملان نفس الرقم و الأخرى تحمل رقما مختلفا فإن $X = 2$ ، إذن: مجموعة القيم الممكنة لـ X هي $\{0; 2; 3\}$.																							
		ب) تعريف قانون الاحتمال:																							
0,75		<table><tr><td>$x_i =$</td><td>0</td><td>2</td><td>3</td><td>Σ</td></tr><tr><td>$P(X = x_i) =$</td><td>$\frac{30}{120}$</td><td>$\frac{79}{120}$</td><td>$\frac{11}{120}$</td><td>1</td></tr><tr><td>$x_i \cdot P_i =$</td><td>0</td><td>$\frac{158}{120}$</td><td>$\frac{33}{120}$</td><td>$\frac{191}{120}$</td></tr><tr><td>$x_i^2 \cdot P_i =$</td><td>0</td><td>$\frac{316}{120}$</td><td>$\frac{99}{120}$</td><td>$\frac{415}{120}$</td></tr></table> $P(X = 3) = P(\bar{A}) = \frac{11}{120}$ $P(X = 2) = \frac{C_3^2 \times C_7^1 + C_3^1 \times C_7^2 + C_5^2 \times C_5^1}{C_{10}^3} = \frac{79}{120}$ $P(X = 0) = \frac{C_3^1 \times C_2^1 \times C_5^1}{C_{10}^3} = \frac{30}{120}$				$x_i =$	0	2	3	Σ	$P(X = x_i) =$	$\frac{30}{120}$	$\frac{79}{120}$	$\frac{11}{120}$	1	$x_i \cdot P_i =$	0	$\frac{158}{120}$	$\frac{33}{120}$	$\frac{191}{120}$	$x_i^2 \cdot P_i =$	0	$\frac{316}{120}$	$\frac{99}{120}$	$\frac{415}{120}$
$x_i =$	0	2	3	Σ																					
$P(X = x_i) =$	$\frac{30}{120}$	$\frac{79}{120}$	$\frac{11}{120}$	1																					
$x_i \cdot P_i =$	0	$\frac{158}{120}$	$\frac{33}{120}$	$\frac{191}{120}$																					
$x_i^2 \cdot P_i =$	0	$\frac{316}{120}$	$\frac{99}{120}$	$\frac{415}{120}$																					
0,75		ج) حساب التباين $Var(X)$: $E(X) = \sum_{i=1}^3 x_i \cdot P_i = \frac{191}{120} \approx 1,59$ منه: $Var(X) = \sum_{i=1}^3 x_i^2 \cdot P_i - [E(X)]^2 = \frac{415}{120} - \left(\frac{191}{120}\right)^2 \approx 0,925$																							
04,5		التمرين الثالث :																							
0,5		(1) حساب قيمة α :																							
0,25		تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ إذا و فقط إذا كان: $\frac{\alpha - 4}{3} = 0$ أي: $\alpha = 4$. حدها الأول $v_0 = u_0 + \alpha = 1 + 4 = 5$																							

	(2) تبين عبارة الحد العام لـ (u_n) :
0,5	(v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ حدها الأول 5 إذن من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $v_n = 5\left(\frac{2}{3}\right)^n$ ومنه: $u_n = v_n - 4 = 5\left(\frac{2}{3}\right)^n - 4$.
0,5	(3) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) : $u_{n+1} - u_n = 5\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} - 5\left(\frac{2}{3}\right)^n = 5\left(\frac{2}{3}\right)^n \left(-\frac{1}{3}\right) < 0$ إذن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.
0,25	حساب نهاية المتتالية (u_n) : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(5\left(\frac{2}{3}\right)^n - 4\right) = -4$ (لأن $-1 < \frac{2}{3} < 1$ منه $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$)
	(4) حساب المجموع S_n : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n - (4 + 4 + \dots + 4)$
0,5	$S_n = 5 \times \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}{1 - \frac{2}{3}} - 4(n+1) = 15 \left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right] - 4(n+1) = 11 - 4n - 15\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$
0,75	(5) لنبين أن (w_n) متزايدة تماما: $w_{n+1} - w_n = \frac{5}{v_{n+1} + 5} - \frac{5}{v_n + 5} = \frac{5v_n + 25 - 5v_{n+1} - 25}{(v_{n+1} + 5)(v_n + 5)} = \frac{5\left(\frac{2}{3}\right)^n \left(\frac{1}{3}\right)}{(v_{n+1} + 5)(v_n + 5)}$ بما أن: $v_n = 5\left(\frac{2}{3}\right)^n > 0$ و $5\left(\frac{2}{3}\right)^n \left(\frac{1}{3}\right) > 0$ فإن: $w_{n+1} - w_n > 0$ ومنه المتتالية (w_n) متزايدة تماما.
0,5	(ب) لنبين أن (u_n) و (w_n) متجاورتان: لدينا: المتتالية (u_n) متناقصة تماما والمتتالية (w_n) متزايدة تماما كما أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5}{v_n + 5} - 5\right) = 1 - 5 = -4$ (لأن $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$) منه: $\lim_{n \rightarrow +\infty} (w_n - u_n) = (-4 + 4) = 0$ و بالتالي فإن المتتاليتين (u_n) و (w_n) متجاورتان.
0,75	(ج) حساب المجموع T_n : $T_n = \frac{1}{w_0 + 5} + \frac{1}{w_1 + 5} + \dots + \frac{1}{w_n + 5} = \frac{v_0 + 5}{5} + \frac{v_1 + 5}{5} + \dots + \frac{v_n + 5}{5}$ $T_n = \frac{1}{5}(v_0 + v_1 + \dots + v_n) + 1 + 1 + \dots + 1 = 3 \left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right] + (n+1) = 4 + n - 3\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$
07,25	التمرين الرابع:
3* 0,25	(1) حساب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ (لأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$) ; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ (لأن $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x = 0$) مستقيم مقارب معادلته $y=1$ عند $-\infty$.
4* 0,25	(ب) دراسة اتجاه تغير الدالة f وإنشاء جدول التغيرات: $f'(x) = -2xe^x - x^2 e^x$ حيث: $f'(x) = e^x(-x^2 - 2x)$ إشارة $f'(x)$ مثل إشارة $(-x^2 - 2x)$ لأن $e^x > 0$. منه: الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty; -2]$ و $[0; +\infty[$ ؛ متزايدة تماما على $[-2; 0]$.
0,25	(ج) تبين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7 < \alpha < 0,8$:
0,25	(*) من أجل $x \in]-\infty; 0]$ فإن: $f(x) \geq 1 - 4e^{-2} > 0$ إذن المعادلة $f(x) = 0$ لا تقبل حلا على $]-\infty; 0]$.
0,25	(*) f مستمرة و متناقصة تماما على $[0; +\infty[$ وبما أن: $f(0,7) \approx 0,01 > 0$ و $f(0,8) \approx -0,42 < 0$ فإنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة، المعادلة $f(x) = 0$ تقبل على $[0; +\infty[$ حلا وحيدا α حيث $0,7 < \alpha < 0,8$.

	(2) تبين أن المنحني (C_f) يقبل قطعتي انعطاف :																					
0,25	$f''(x) = e^x(-x^2 - 2x) + (-2x - 2)e^x = e^x(-x^2 - 4x - 2)$ حيث: f' تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$																					
0,25	إشارة $f''(x)$ مثل إشارة $(-x^2 - 4x - 2)$ لأن $e^x > 0$																					
	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$-2 - \sqrt{2}$</td> <td>$-2 + \sqrt{2}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f''(x)$</td> <td>$-$</td> <td>$\bigcirc$</td> <td>$+$</td> <td>$\bigcirc$</td> <td>$-$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$-2 - \sqrt{2}$	$-2 + \sqrt{2}$	$+\infty$	$f''(x)$	$-$	$\bigcirc$	$+$	$\bigcirc$	$-$										
x	$-\infty$	$-2 - \sqrt{2}$	$-2 + \sqrt{2}$	$+\infty$																		
$f''(x)$	$-$	$\bigcirc$	$+$	$\bigcirc$	$-$																	
0,25	$f''(x)$ انعدمت مرتين مغيراً إشارتها إذن لـ (C_f) نقطتا انعطاف، إحداثياتهما: $(-0,6;0,8)$ و $(-3,4;0,6)$ (النتائج مدورة)																					
0,5	(3) كتابة معادلة للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1 :																					
	$(T): y = e^{-1}(x+1) + 1 - e^{-1}$ أي: $(T): y = e^{-1}x + 1$ منه: $(T): y = e^{-1}x + 1$																					
3*0,25	(4) ادرس اتجاه تغير الدالة h :																					
	$h'(x) = e^x + xe^x = e^x(1+x)$ حيث: h تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$																					
	إشارة $h'(x)$ مثل إشارة $(1+x)$ لأن $e^x > 0$																					
	و بالتالي h متناقصة تماماً على $]-\infty; -1]$ و متزايدة تماماً على $]-1; +\infty[$.																					
0,25	(*) و منه الدالة h تقبل قيمة حدية صغرى $h(-1) = e^{-1} - e^{-1} = 0$ ؛ وبالتالي $h(x) \geq 0$ على $\mathbb{R}$.																					
0,25	ب) التحقق من المساواة: من أجل كل عدد حقيقي x																					
	$f(x) - (1 + e^{-1}x) = 1 - x^2e^x - 1 - e^{-1}x$																					
	$= -x(xe^x + e^{-1}) = -xh(x)$																					
0,5	ج) استنتاج وضعية (C_f) بالنسبة لـ (T) :																					
	الوضع النسبي من إشارة $f(x) - (1 + e^{-1}x) = -xh(x)$.																					
	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$-x$</td> <td>$+$</td> <td>$\bigcirc$</td> <td>$+$</td> <td>$-$</td> </tr> <tr> <td>$h(x)$</td> <td>$+$</td> <td>$\bigcirc$</td> <td>$+$</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>$xh(x)$</td> <td>$+$</td> <td>$\bigcirc$</td> <td>$+$</td> <td>$-$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	$-x$	$+$	$\bigcirc$	$+$	$-$	$h(x)$	$+$	$\bigcirc$	$+$	$+$	$xh(x)$	$+$	$\bigcirc$	$+$	$-$	
x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$																		
$-x$	$+$	$\bigcirc$	$+$	$-$																		
$h(x)$	$+$	$\bigcirc$	$+$	$+$																		
$xh(x)$	$+$	$\bigcirc$	$+$	$-$																		
	الوضع النسبي																					
	<table border="1"> <tr> <td>(C_f)</td> <td>فوق</td> <td>تماس (C_f) و (T)</td> <td>تقاطع (C_f) و (T)</td> <td>أسفل</td> </tr> </table>	(C_f)	فوق	تماس (C_f) و (T)	تقاطع (C_f) و (T)	أسفل																
(C_f)	فوق	تماس (C_f) و (T)	تقاطع (C_f) و (T)	أسفل																		
0,75	(5) إنشاء (C_f) و المماس (T)																					
0,25	(6) إنشاء المنحني (C_g) :																					
	لدينا: $g(x) = 1 - x^2e^{-x}$																					
	يعني: $g(x) = 1 - (-x)^2e^{-x}$																					
	أي: $g(x) = f(-x)$																					
	منه (C_g) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الترتيب.																					
																						
0,5	(7) تعيين الأعداد الحقيقية a, b, c :																					
	$K'(x) = (2ax + b)e^x + e^x(ax^2 + bx + c) = e^x(ax^2 + (2a+b)x + b+c)$ حيث: K تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$																					
	الدالة K أصلية للدالة $x \mapsto x^2e^x$ على $\mathbb{R}$ يعني: $K'(x) = x^2e^x$ بالمطابقة نجد: $\begin{cases} a=1 \\ 2a+b=0 \\ b+c=0 \end{cases}$ يعني: $\begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=2 \end{cases}$																					
	إذن الدالة K حيث $K(x) = e^x(x^2 - 2x + 2)$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto x^2e^x$ على $\mathbb{R}$.																					
2*0,25	ب) حساب المساحة: $S = \int_{-2}^0 f(x) - 1 dx = \int_{-2}^0 x^2e^x dx = [e^x(x^2 - 2x + 2)]_{-2}^0 = 2 - 10e^{-2} (u.a)$																					

انتهى حل الموضوع الأول

مدیرية التربية لولاية غرداية	تصحیح نموذجي لاختبار البكالوريا التجريبي	دورة: ماي 2022
الشعبة: علوم تجريبية	مادة الرياضيات	المدة: 3 ساعات ونصف
الموضوع الثاني		
التمرين الأول:		
04		
0,25	(1) المعادلة: $\log^3(x) - 2\log^2(x) - 3\log(x) = 0$ تقبل ثلاثة حلول: <----- صحيح	
0,75	التبرير: $\log^3(x) - 2\log^2(x) - 3\log(x) = 0$ تكافئ: $\begin{cases} \log^3(x) - 2\log^2(x) - 3\log(x) = 0 \\ X(X^2 - 2X - 3) = 0 \end{cases}$ تكافئ: $\begin{cases} \log(x) = X \\ \log(x) = X \end{cases}$ تكافئ: $\log(x) = 0$ أو $\log(x) = -1$ أو $\log(x) = 3$ تكافئ: $x = 1$ أو $x = 10^{-1}$ أو $x = 10^3$.	
0,25	(2) التكامل: إذا كانت الدالة f مستمرة و فردية على $[-a; a]$ فإن: $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$ <----- صحيح	
0,75	التبرير: f مستمرة على $[-a; a]$ إذن تقبل عليه دالة أصلية F وكذلك: $(1) \int_{-a}^a f(x)dx = \int_{-a}^0 f(x)dx + \int_0^a f(x)dx$ وبما أن f فردية فإن: $f(x) = -f(-x)$ بالتعويض في (1) نجد: $\int_{-a}^a f(x)dx = \int_{-a}^0 -f(-x)dx + \int_0^a f(x)dx$ إذن: $\int_{-a}^a f(x)dx = [F(-x)]_{-a}^0 + [F(x)]_0^a = F(0) - F(a) + F(a) - F(0) = 0$	
0,25	(3) احتمال الحادثة B يساوي 0,5 <----- خطأ	
0,75	التبرير: نعلم أن $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ وبما أن A و B مستقلتان فإن: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$ أي أن: $P(B) = \frac{0,5}{0,8} = 0,625$ منه: $0,7 = 0,2 + P(B)(1 - 0,2)$.	
0,25	(4) مجموعة النقط $M(z)$ حيث $ z - (1 - i\sqrt{3}) = 4$ هي الدائرة التي مركزها O و نصف قطرها $r = 1$ <----- خطأ	
0,75	التبرير: $ z - (1 - i\sqrt{3}) = 4$ تكافئ: $ z - (1 - i\sqrt{3}) = 4$ تكافئ: $ z = 4$ تكافئ: $ z = 2$ تكافئ: $OM = 2$ وبالتالي: مجموعة النقط $M(z)$ هي الدائرة التي مركزها O و نصف قطرها $r = 2$.	
التمرين الثاني:		
04		
3 * 0,5	(1) حساب احتمال الحوادث A , B و C : أ) $P(C) = \frac{A_4^3 + 6 \times C_4^1 \times C_4^2}{A_8^3} = \frac{24 + 144}{336} = \frac{1}{2}$ ؛ $P(B) = \frac{A_4^3 + A_4^2}{A_8^3} = \frac{2 \times 24}{336} = \frac{1}{7}$ ؛ $P(A) = \frac{A_4^3}{A_8^3} = \frac{24}{336} = \frac{1}{14}$	
0,75	ب) $P(B \cap C) = \frac{A_4^3}{A_8^3} = \frac{24}{336} = \frac{1}{14}$ بما أن $P(B) \times P(C) = \frac{1}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{14} = P(B \cap C)$ فإن الحادثتين B و C مستقلتان.	
0,25	(2) تعريف قانون الاحتمال: مجموعة القيم الممكنة لـ X هي: $\{4; 5; 6\}$. $P(X=5) = \frac{C_n^1 \times C_4^1}{C_{n+4}^2} = \frac{8n}{n^2 + 7n + 12}$ ؛ $P(X=4) = \frac{C_n^2}{C_{n+4}^2} = \frac{n!}{2!(n-2)!} \cdot \frac{2!(n+2)!}{(n+4)!} = \frac{n \times (n-1)}{(n+3)(n+4)} = \frac{n^2 - n}{n^2 + 7n + 12}$	
0,75	$P(X=6) = \frac{C_4^2}{C_{n+4}^2} = \frac{12}{n^2 + 7n + 12}$ حساب الأمل الرياضي: $E(X) = \frac{4(n^2 - n) + 5 \times 8n + 6 \times 12}{n^2 + 7n + 12} = \frac{4n^2 + 36n + 72}{n^2 + 7n + 12}$	
0,25	ب) استنتاج عدد القرصات السوداء حيث $E(X) = 5$ تكافئ: $\frac{4n^2 + 36n + 72}{n^2 + 7n + 12} = 5$ تكافئ: $n^2 - n - 12 = 0$ تكافئ: $4n^2 + 36n + 72 = 5n^2 + 35n + 60$ تكافئ: $n = -3$ أو $n = 4$ (مرفوض).	

05	التمرين الثالث :
0,5	1. البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: u_n \leq -\frac{3}{2}$ (*) لدينا: $u_0 = -\frac{5}{2}$ و $-\frac{5}{2} \leq -\frac{3}{2}$ إذن الخاصية محققة من أجل $n=0$. (*) نرض أنه من أجل عدد طبيعي كفي $n: u_n \leq -\frac{3}{2}$ و لنثبت أن: $u_{n+1} \leq -\frac{3}{2}$ لدينا من الفرضية $u_n \leq -\frac{3}{2}$ ومنه: $1 - \frac{1}{3}u_n \leq 1 - \frac{1}{3}(-\frac{3}{2}) = 1 - (-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$ أي: $u_{n+1} \leq -\frac{3}{2}$ إذن الخاصية محققة من أجل $n+1$. (*) الخلاصة: من أجل كل عدد طبيعي $n: u_n \leq -\frac{3}{2}$.
0,5	ب) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n): $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}u_n - 1 - u_n = \frac{-2u_n - 3}{3}$ و بما أن: $u_n \leq -\frac{3}{2}$ فإن: $\frac{-2u_n - 3}{3} \geq 0$ إذن: المتتالية (u_n) متزايدة.
0,25	(*) استنتاج التقارب: (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى بـ $-\frac{3}{2}$ (لأن: $u_n \leq -\frac{3}{2}$) إذن هي متقاربة نحو $l \leq -\frac{3}{2}$.
0,25	ج) حساب النهاية: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_{n+1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$ (لأن (u_n) متقاربة) و لدينا: $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 1$ منه: $l = \frac{1}{3}l - 1$ أي: $l = -1$ و بالتالي: $l = -\frac{3}{2}$.
0,75	2 البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: u_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^n - \frac{3}{2}$ (*) لدينا: $u_0 = -\frac{5}{2}$ و $-\left(\frac{1}{3}\right)^0 - \frac{3}{2} = -1 - \frac{3}{2} = -\frac{5}{2}$ إذن الخاصية محققة من أجل $n=0$. (*) نرض أنه من أجل عدد طبيعي كفي $n: u_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^n - \frac{3}{2}$ و لنثبت أن: $u_{n+1} = -\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} - \frac{3}{2}$ لدينا من الفرضية: $u_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^n - \frac{3}{2}$ منه: $1 - \frac{1}{3}u_n = 1 - \frac{1}{3}\left(-\left(\frac{1}{3}\right)^n - \frac{3}{2}\right) = 1 + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$ أي: $u_{n+1} = -\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} - \frac{3}{2}$. (*) الخلاصة: من أجل كل عدد طبيعي $n: u_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^n - \frac{3}{2}$.
0,5	II. 1) إثبات أن المتتالية (v_n) متناقصة تماما: من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $v_{n+1} = v_n + u_n + \frac{3}{2}$ يعني: $v_{n+1} - v_n = u_n + \frac{3}{2} = -\left(\frac{1}{3}\right)^n < 0$ منه (v_n) متناقصة تماما.
0,75	2) الإثبات بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $v_n = -\left(1 + \left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right)$ (*) من الخاصية نجد: $v_1 = -1$ و نعلم أن: $v_1 = v_0 + u_0 + \frac{3}{2} = -\frac{5}{2} + \frac{3}{2} = -1$ إذن الخاصية محققة من أجل $n=1$. (*) نرض من أجل $n \in \mathbb{N}^*$ كفي: $v_n = -\left(1 + \left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right)$ لنثبت أن: $v_{n+1} = -\left(1 + \left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^n\right)$ لدينا من الفرضية $v_n = -\left(1 + \left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right)$ و نعلم أن: $v_{n+1} - v_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^n$ (من الجواب السابق) منه: $v_{n+1} = -\left(1 + \left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right) - \left(\frac{1}{3}\right)^n = -\left(1 + \left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^n\right)$ (*) الخلاصة: من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $v_n = -\left(1 + \left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right)$.

	ب) استنتاج عبارة v_n بدلالة n: $v_n = -\left(1 + \left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right) = -\frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n}{1 - \frac{1}{3}} = -\frac{3}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right) : n \in \mathbb{N}^*$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ (مجموع حدود متعاقبة لمتتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$) و بما أن: $v_0 = -\frac{3}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^0\right) = 0 = v_0$ فإنه من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = -\frac{3}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right)$ ج) حساب النهاية: $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\frac{3}{2}$ (لأن $-1 < \frac{1}{3} < 1$ منه $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$) (*) استنتاج أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان: المتتالية (u_n) متزايدة و المتتالية (v_n) متناقصة وبما أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n - u_n) = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 0$ فإن (u_n) و (v_n) متجاورتان.	0,5																														
0,25																																
0,25																																
0,5	3) تبين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $\ln\left(\frac{2}{3}v_0 + 1\right) + \ln\left(\frac{2}{3}v_1 + 1\right) + \dots + \ln\left(\frac{2}{3}v_n + 1\right) = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)\ln(3)$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $\frac{2}{3}v_n + 1 = -\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right) + 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^n$ ومنه: $\ln\left(\frac{2}{3}v_n + 1\right) = \ln\left(\left(\frac{1}{3}\right)^n\right) = n \ln\left(\frac{1}{3}\right)$ إذن: $\ln\left(\frac{2}{3}v_0 + 1\right) + \ln\left(\frac{2}{3}v_1 + 1\right) + \dots + \ln\left(\frac{2}{3}v_n + 1\right) = 0 \times \ln\left(\frac{1}{3}\right) + 1 \times \ln\left(\frac{1}{3}\right) + \dots + n \times \ln\left(\frac{1}{3}\right)$ $= (0 + 1 + \dots + n) \times \ln\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)\ln(3)$																															
07	التمرين الرابع:																															
3*0,25	1. حساب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ؛ $\left(\lim_{X \rightarrow +\infty} \ln(X) = +\infty\right)$ و لأن $x-1 = X$ (وضع $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{X \rightarrow +\infty} (X^2 \ln(X) - 2) = +\infty$)																															
0,5	2) دراسة قابلية اشتقاق الدالة f عند 1: الدالة f معرفة عند 1 و بجواره: $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{X \rightarrow 0^+} -X \ln X = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)^2 \ln x-1 }{x-1} = \lim_{X \rightarrow 0^+} X \ln X = 0$ إذن: الدالة f تقبل الاشتقاق عند 1 حيث: $f'(1) = 0$.																															
0,25	بياناً: نستنتج أن المنحني (C_f) يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 1 مماساً معامل توجيهه 0 (في مماساً أفقياً). ب) تبين عبارة المشتقة من أجل كل $x \neq 1$:																															
0,75	f' تقبل الاشتقاق على $]-\infty; 1[$ و: $f'(x) = 2(x-1)\ln(-(x-1)) + \frac{-1}{-(x-1)}(x-1)^2 = (x-1)(1 + 2\ln(-(x-1)))$ f' تقبل الاشتقاق على $]1; +\infty[$ و: $f'(x) = 2(x-1)\ln(x-1) + \frac{1}{(x-1)}(x-1)^2 = (x-1)(1 + 2\ln(x-1))$ ومنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن: $f'(x) = (x-1)(1 + 2\ln x-1)$																															
0,5	ج) دراسة اتجاه تغير الدالة f و تشكيل جدول تغيراتها: <table border="1"> <tr> <th>x</th> <th>$-\infty$</th> <th>$1 - e^{-\frac{1}{2}}$</th> <th>1</th> <th>$1 + e^{-\frac{1}{2}}$</th> <th>$+\infty$</th> </tr> <tr> <td>$x-1$</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$1 + 2\ln x-1$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td>$-2 - 0,5e^{-1}$</td> <td>-2</td> <td>$-2 - 0,5e^{-1}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> تكايف: $x-1 > e^{-\frac{1}{2}}$ و $x-1 = e^{-\frac{1}{2}}$ و $x-1 < e^{-\frac{1}{2}}$ يعني: $x < 1 - e^{-\frac{1}{2}}$ أو $x > 1 + e^{-\frac{1}{2}}$ و $x = 1 - e^{-\frac{1}{2}}$ أو $x = 1 + e^{-\frac{1}{2}}$	x	$-\infty$	$1 - e^{-\frac{1}{2}}$	1	$1 + e^{-\frac{1}{2}}$	$+\infty$	$x-1$	-	-	0	+	+	$1 + 2\ln x-1 $	+	0	-	-	+	$f'(x)$	-	0	+	0	+	$f(x)$	$+\infty$	$-2 - 0,5e^{-1}$	-2	$-2 - 0,5e^{-1}$	$+\infty$	
x	$-\infty$	$1 - e^{-\frac{1}{2}}$	1	$1 + e^{-\frac{1}{2}}$	$+\infty$																											
$x-1$	-	-	0	+	+																											
$1 + 2\ln x-1 $	+	0	-	-	+																											
$f'(x)$	-	0	+	0	+																											
$f(x)$	$+\infty$	$-2 - 0,5e^{-1}$	-2	$-2 - 0,5e^{-1}$	$+\infty$																											
0,25																																

0,25	الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty; 1 - e^{-\frac{1}{2}}]$ و $[1; 1 + e^{-\frac{1}{2}}]$ ؛ متزايدة تماما على $[1 - e^{-\frac{1}{2}}; 1]$ و $[1 + e^{-\frac{1}{2}}; +\infty[$.
0,5	(3) تبين أن المستقيم ذا المعادلة $x=1$ محور تناظر لـ (C_f) : $D_f = \mathbb{R}$ (*) فهي متناظرة بالنسبة بالنسبة لـ 1 ؛ و من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن : $f(1-x) - f(1+x) = (1-x-1)^2 \ln 1-x-1 - (1+x-1)^2 \ln 1+x-1 = x^2 \ln x - x^2 \ln x = 0$ (*) إذن: المنحني (C_f) متناظر بالنسبة للمستقيم ذي المعادلة $x=1$. (ب) تبين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين أي أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين : (*) الدالة f مستمرة و متزايدة تماما على $[1 + e^{-\frac{1}{2}}; +\infty[$ وبما أن : $f(2,82) \approx -0,02 < 0$ و $f(2,83) \approx 0,02 > 0$ فإنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$ تقبل على $[1 + e^{-\frac{1}{2}}; +\infty[$ حلا وحيدا α حيث : $2,82 < \alpha < 2,83$. (*) الدالة f مستمرة و متناقصة تماما على $]-\infty; 1 - e^{-\frac{1}{2}}]$ وبما أن : $f(1 - e^{-\frac{1}{2}}) < 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) > 0$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$ تقبل على $]-\infty; 1 - e^{-\frac{1}{2}}]$ حلا وحيدا β . (*) من التناظر نستنتج أن $\beta = 2(1) - \alpha$ أي : $2 - 2,83 < \beta < 2 - 2,82$ إذن : $-0,83 < \beta < -0,82$.
0,5	(4) كتابة معادلة لـ (T) المماس للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1 $(T): y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$ أي : $(T): y = -(2 + 4\ln(2))(x+1) + 4\ln(2) - 2$ منه : $(T): y = -(2 + 4\ln(2))x - 4$
0,75	(5) إنشاء المنحني (C_f) و المماس (T) على المجال $[-2; 4]$:
0,25	1. حساب الدالة الأصلية للدالة $x \mapsto (x-1)^2 \ln(x-1)$ على $]1; +\infty[$ و التي تنعدم عند 2 و لتكن H : الدالة H معرفة على $]1; +\infty[$ بـ : $H(x) = \int_2^x (t-1)^2 \ln(t-1) dt$ نضع : $\begin{cases} u(t) = \ln(t-1) \\ v'(t) = (t-1)^2 \end{cases}$ حيث : $\begin{cases} u'(t) = \frac{1}{t-1} \\ v(t) = \frac{1}{3}(t-1)^3 \end{cases}$ نجد : $H(x) = \left[\frac{1}{3}(t-1)^3 \ln(t-1) \right]_2^x - \int_2^x \frac{1}{3}(t-1)^2 dt$ أي : $H(x) = \frac{1}{3}(x-1)^3 \ln(x-1) - \frac{1}{9}[(t-1)^3]_2^x = \frac{1}{3}(x-1)^3 \ln(x-1) - \frac{1}{9}(x-1)^3 + \frac{1}{9}$
0,25	(2) حساب المساحة $A(\alpha)$: $A(\alpha) = \int_2^\alpha f(x) - (-2) dx = [H(x)]_2^\alpha = \frac{1}{3}(\alpha-1)^3 \ln(\alpha-1) - \frac{1}{9}(\alpha-1)^3 + \frac{1}{9} \dots (1)$ نعلم أن : $f(\alpha) = (\alpha-1)^2 \ln(\alpha-1) - 2 = 0$ يعني : $\ln(\alpha-1) = \frac{2}{(\alpha-1)^2}$ بالتعويض في (1) نجد : $A(\alpha) = \frac{1}{3}(\alpha-1)^3 \times \frac{2}{(\alpha-1)^2} - \frac{1}{9}(\alpha-1)^3 + \frac{1}{9} = \frac{2}{3}(\alpha-1) - \frac{1}{9}(\alpha^3 - 3\alpha^2 + 3\alpha - 1) + \frac{1}{9}$ إذن : $A(\alpha) = \frac{1}{9}(6\alpha - 6 - \alpha^3 + 3\alpha^2 - 3\alpha + 1 + 1) = \frac{1}{9}(-\alpha^3 + 3\alpha^2 + 3\alpha - 4)$ u.a

انتهى حل الموضوع الثاني