

التمرين الأول: (10 نقاط)

I / المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  حيث:  $\|\vec{j}\| = \|\vec{i}\| = 1cm$  .  
 لتكن النقط  $A(-1; 2)$  ،  $B(3; 0)$  ،  $C(-3; -2)$  و  $D(1; -4)$  ،  
 ولتكن النقطة  $I$  منتصف القطعة:  $[BC]$  .

1/ أحسب إحداثي النقطة  $I$  ثم علم النقط  $A$  ،  $B$  ،  $C$  ،  $D$  و  $I$  .

2 / ا/ بين أن المثلث  $ABC$  قائم في  $A$  .

ب/ أكتب معادلة ديكارتية للدائرة  $(\gamma)$  المحيطة بالمثلث  $ABC$  .

ج/ أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم  $(\Delta)$  المماس للدائرة  $(\gamma)$  في النقطة  $A$  .

3 / لتكن  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M(x; y)$  من المستوي حيث:  $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 23 = 0$  .

ا/ أثبت أن  $(\Gamma)$  هي دائرة مركزها النقطة  $D$  ونصف قطرها  $R$  يُطلب تعيينه.

ب/ تحقق حسابيا أن  $A \in (\Gamma)$  ، ثم حدد بدقة  $d(D; (\Delta))$  المسافة بين النقطة  $D$  والمستقيم  $(\Delta)$  .

ج/ استنتج الوضعية النسبية لكل من المستقيم  $(\Delta)$  و الدائرة  $(\Gamma)$  ، ثم أنشئ كلا منهما.

4 / ا/ أحسب  $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BC}$  ، ثم استنتج قيمة بالدرجات لقيس الزاوية  $\widehat{DBC}$  .

ب/ أحسب مساحة المثلث  $DBC$  .

5 / حدد طبيعة وعناصر  $(E)$  مجموعة النقط  $N$  من المستوي التي تحقق:  $NB^2 + NC^2 = 22$  .

II / 1 / تأكد أن:  $\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$  .

2 / أحسب القيمة المضبوطة لـ  $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$  .

3 / علما أن:  $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$  ، أحسب  $\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$  .

### التمرين الثاني: (10 نفاط)

لتكن  $(U_n)$  المتتالية المعرفة بـ:  $U_0 = -1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $U_{n+1} = \frac{3U_n + 4}{U_n + 3}$ .

1/ على الشكل المرفق المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، حيث:

•  $(C_f)$  هو التمثيل البياني للدالة  $f$  المعرفة بـ:  $f(x) = \frac{3x + 4}{x + 3}$ ، و  $(\Delta)$  هو المستقيم ذو المعادلة  $y = x$ .

• /مثّل -دون حساب- الحدود الأربع الأولى للمتتالية  $(U_n)$  على محور الفواصل (مينا خطوط الإنشاء).  
• ب/ ضع تخمينا حول إتجاه تغير وسلوك المتتالية  $(U_n)$ .

2/ لتكن  $(V_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $V_n = \frac{U_n + 2}{U_n - 2}$ .

• /بين أن  $(V_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q = 5$ ، ثم أحسب حدها الأول.  
• ب/ ماهو إتجاه تغير المتتالية  $(V_n)$ ؟ مع التعليل.

• ج/ أكتب  $V_n$  بدلالة  $n$ .

3/ /بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:  $U_n = 2 + \frac{4}{V_n - 1}$ ، ثم استنتج عبارة  $U_n$  بدلالة  $n$ .

• ب/ أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ ، ماذا تستنتج؟

4/ /بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:  $\frac{1}{U_n - 2} = \frac{1}{4}V_n - \frac{1}{4}$ ،

• ثم أحسب عندئذ بدلالة  $n$  المجموع:  $S_n = \frac{1}{U_0 - 2} + \frac{1}{U_1 - 2} + \dots + \frac{1}{U_n - 2}$ .

• ب/ أحسب بدلالة  $n$  المجموع:  $T_n = 1 + 2 + \dots + n$ .

• ثم أحسب بدلالة  $n$  الجداء:  $P_n = V_0 \times V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n$ .

### سؤال إضافي: (02 نقطة)

• حل المعادلة ذات المجهول الحقيقي  $x$  التالية:  $1 + \frac{x+1}{x-1} + \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 + \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^3 = 0$ .

• إرشاد: يمكنك وضع:  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .

سعيدة ☺☺

عطلة ☺☺

المؤسسة: ثانوية راشد محمد بن إبراهيم معروكي ..... المختار الثلاثي: الثالث  
التلميذ(ة): ..... القسم: رياضي صيانة  
المادة: رياضي صيانة ..... التاريخ: 24 / 05 / 2023  
أستاذ(ة) المادة: عميرة أيجي ..... الرقم: /

| الرقم: /                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | ورقة الإجابة                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | العلامة النهائية                                                                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\vec{AB} \begin{pmatrix} 3-(-1) \\ 0-(-2) \end{pmatrix} = \vec{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$<br>$\vec{AC} \begin{pmatrix} -3-(-1) \\ -2-2 \end{pmatrix} = \vec{AC} \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$<br>$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 4(-2) + (-2)(-4) = -8 + 8 = 0$<br>$(AC) \perp (AB)$<br><u>لذا فإن المثلث ABC قائم في A</u><br><br><u>1- كتابة معادلة الدائرة (C) المماسية بالمركز A</u><br><u>ABC: أي الدائرة (C) قطرها هو</u><br><u>القطعة [BC].</u><br><u>المركز M(0, -1) = (0, 2) + (0, -4)</u><br><u>نصف القطر r = 2</u><br><u>معادلة الدائرة (C):</u><br>$(x-0)^2 + (y+1)^2 = 2^2$<br>$(x)^2 + (y+1)^2 = 4$<br><u>لذا فإن المثلث ABC قائم في A</u> | <u>التمرين الأول: (10 نقاط)</u><br><u>A(-1, 2) و B(3, 0) و C(-3, -2) (I</u><br><u>D(1, -4) و (BC) منتهى I</u><br><u>1- حساب إحداثيات النقطة I</u><br>$x_I = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{3 + (-3)}{2} = 0$<br>$y_I = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{0 + (-2)}{2} = -1$<br><u>لذا فإن I(0, -1)</u><br><u>2- إثبات أن المثلث ABC قائم</u><br><u>في A</u><br>$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 3-(-1) \\ 0-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$<br>$\vec{AC} = \begin{pmatrix} -3-(-1) \\ -2-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$<br>$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 4(-2) + (-2)(-4) = -8 + 8 = 0$<br>$(AC) \perp (AB)$<br><u>لذا فإن المثلث ABC قائم في A</u> | <p>20<br/>20</p> <p>العلامات الجزئية</p> <p>السؤال 1: .....</p> <p>السؤال 2: .....</p> <p>السؤال 3: .....</p> <p>السؤال 4: .....</p> <p>السؤال 5: .....</p> |

- المضخة في 06 -

$$\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$$

$$\begin{aligned}\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) &= \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) \\ &= \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \times \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

$$\cos\frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$$

OK

$$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$$

$$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

11b

$$\begin{aligned}\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) &= \sin\left(2 \times \frac{7\pi}{12}\right) \\ &= 2 \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) \cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) \\ &= 2 \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}\right) \left(\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}\right)\end{aligned}$$

OK

$$\begin{aligned}&= \frac{2}{16} (2 - 6) \\ &= -\frac{8}{16} = -\frac{1}{2} = \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)\end{aligned}$$

$$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{6\pi + \pi}{6}\right)$$

$$\begin{aligned}&= \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = - \\ &= -\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\end{aligned}$$

$$\sin\frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

السؤال الثاني

$$\sqrt{40} \times \sqrt{20} \times \cos(\widehat{B\hat{C}}) = 20$$

$$\cos(\widehat{B\hat{C}}) = \frac{20}{\sqrt{20} \times \sqrt{40}} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{40}}$$

$$= \sqrt{\frac{20}{40}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\widehat{B\hat{C}} = \frac{\pi}{4} \text{ rad} = 45^\circ$$

$$S_{\widehat{B\hat{C}}} = \frac{1}{2} \times DB \times BC \times \sin(\widehat{B\hat{C}})$$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{20} \times \sqrt{40} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{1600}}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ cm}^2 = S_{\widehat{B\hat{C}}}$$

OK

$$NB^2 + NC^2 = 22$$

$$NB^2 + NC^2 = 22$$

$$NB^2 + NC^2 = 2NI^2 + \frac{1}{2}BC^2 = 22$$

$$2NI^2 + \frac{40}{2} = 22$$

$$2NI^2 = 22 - 20$$

$$2NI^2 = 2$$

$$NI^2 = 1$$

$$NI = 1$$

$$I \text{ is the midpoint of } (BC)$$

$$r = 1$$

$$r = 1$$

$$\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} = \frac{4\pi + 3\pi}{4 \times 3} = \frac{7\pi}{12}$$

$$\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{5(n+2)}{n-2} = 528 = 28_{n1}$$

9=5

١٠. اِجَابَةُ نَعْرِ الْهَيْئَةِ (٢٠)

حده الأول:  $q = 5 > 1$  (1)

مَدَامُ عَلِيٍّ عَلَيْهِ السَّلَامُ

١٥- علة، اكم العام،

$$v_0 = -\frac{1}{3} \sqrt{20/16} \approx -0.5$$

$$28 = (-\frac{1}{3}) \times 5^n \Rightarrow \frac{-5^n}{3} = 28$$

التحريك الثاني (١٥ نقاط)

$$(u_n) := \begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{u_n + 3} \end{cases}$$

١٥- آل حمّيل الحمود الفريسي الأول  
(١) على الشكر ارفع

ب- التحفة؛

$$u_0 < u_1 < u_2 < u_3 \quad 10^5 \text{ Pa}$$

وَأَمَّا تَقَارُبُ مَبْعُوثِهَا الْيَمِينِ

فَدَحَصَ اُنْ (نَحْ) مَزَايِدٌ وَمَقَارِبٌ

$$u_n = \frac{u_{n+2}}{u_{n-2}}$$

۱- تباين  $G_n$  (تباين  $G_n$ ):

نوعی از جرم است

$$r_{n+1} = \frac{u_{n+1} + 2}{u_{n+1} - 2}$$

$$\frac{3u_n + 4}{2} + 2$$

$$\frac{3u_n + 4}{u_n + 3} + 2 = \frac{3u_n + 4}{u_n + 3} - 2$$

إمضاء الولي:

ملاحظات الأستاذ(ة) :

$$u_n(u_n - 1) = 2(u_n + 1) \quad \text{cho}$$

$$u_n = 2 \times \left( \frac{2u_n + 1}{u_n - 1} \right) = 2 \times \left( \frac{2u_n - 1 + 2}{u_n - 1} \right)$$

$$= 2 \left( 1 + \frac{2}{u_n - 1} \right)$$

$$u_n = 2 + \frac{4}{u_n - 1}$$

$$u_n = 2 + \frac{4}{\left( \frac{1}{3} \right) 5^n - 1}$$

$$u_n = 2 - \frac{4}{\frac{5^n}{3} - 1}$$

$$u_n = 2 - \frac{12}{5^n - 3}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 2 - \frac{4}{\left( \frac{1}{3} \right) 5^n + 1} \right) = 2$$

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 2$

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 2$

$$\frac{1}{u_n - 2} = \frac{1}{4} u_n - \frac{1}{4}$$

$$u_n = 2 + \frac{4}{u_n - 1}$$

$$u_n - 2 = \frac{4}{u_n - 1}$$

3.  $u_n = 2 + \frac{4}{u_n - 1}$

$$u_n = 2 + \frac{4}{u_n - 1}$$

$$2 + \frac{4}{u_n - 1} = \frac{2u_n - 2 + 4}{u_n - 1} = 2 \left( \frac{u_n + 2}{u_n - 1} \right)$$

$$= 2 \left( \frac{\frac{u_n + 2}{u_n - 2} + 1}{\frac{u_n + 2}{u_n - 2} - 1} \right)$$

$$= 2 \times \left( \frac{u_n + 2 + u_n - 2}{u_n - 2} \right) \times \left( \frac{u_n - 2}{u_n + 2 - u_n + 2} \right)$$

$$= 2 \times \frac{2u_n}{4} = u_n$$

$$u_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 2}$$

$$= \frac{u_n - 2 + 4}{u_n - 2} = 1 + \frac{4}{u_n - 2}$$

$$\frac{4}{u_n - 2} = u_n - 1$$

$$\frac{u_n - 2}{4} = \frac{1}{u_n - 1}$$

$$u_n - 2 = \frac{4}{u_n - 1}$$

$$u_n = 2 + \frac{4}{u_n - 1}$$

$$u_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 2}$$

$$u_n(u_n - 2) = u_n + 2$$

$$u_n^2 - 2u_n = u_n + 2$$

$$u_n^2 - u_n = 2u_n + 2$$

ob in ob  $\sim$  (1)

$$P_n = 2^0 \times 9^{1+2+\dots+n}$$

$$P_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} \times 5^{T_n}$$

$$P_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1} \times 5^{\frac{n(n+1)}{2}}$$

انتهى الامر ان شاء الله

الجزء الثاني (2) (نقطة)

بعض  $y = \frac{x+1}{x-1}$

$$1 + y + y^2 + y^3 = 0$$

في هذه الحالة  $q = y$

$$q = y$$

$$1 \times \left(\frac{1-y}{1-y}\right) = 0$$

$$1-y^4 = 0$$

$$[y \neq 1] \in 1-y \neq 0$$

$$1 \in 1-(y^2)^2 = 0$$

$$(1-y^2)(1+y^2) = 0$$

$$1+y^2=0 \text{ or } 1-y^2=0$$

$$|y|=1 \text{ or } y^2=1$$

$$(y \neq 1 \text{ or } y = -1)$$

$$1 \text{ or } \frac{x+1}{x-1} = -1$$

$$2x=0 \text{ or } x+1=-x+1$$

$$x=0$$

امضاء الولي:

$$\frac{1}{y_n-2} = \frac{2n-1}{4}$$

$$(x) \dots \left[ \frac{1}{y_n-2} = \frac{1}{4} \left( \frac{2n-1}{n} - \frac{1}{4} \right) \right]$$

المسألة 1:  $\frac{1}{y_n-2}$

$$S_n = \frac{1}{y_0-2} + \frac{1}{y_1-2} + \dots + \frac{1}{y_n-2}$$

$$= \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{20}{1} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{21}{2} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{2n-1}{n} - \frac{1}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{4} (20 + 21 + \dots + 2n) - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{4} \times \left( \frac{20}{2} \times \left( \frac{5^{n+1}-1}{5-1} \right) - \frac{1}{4} (n+1) \right)$$

$$S_n = -\frac{1}{48} (5^{n+1}-1) - \frac{1}{4} (n+1)$$

المسألة 2:  $T_n$

$$T_n = 1+2+3+\dots+n = \frac{(n+1)(n-1+1)}{2}$$

$$T_n = \frac{(n+1)n}{2}$$

في هذه الحالة  $r = 1$

المسألة 3:  $P_n$

$$P_n = 18 \times 27 \times 27 \times \dots \times 27$$

$$= 18 \times (18 \times 9) \times (27 \times 9^2) \times \dots \times (27 \times 9^n)$$

$$= (18 \times 27 \times 27 \times \dots \times 27) \times (9 \times 9^2 \times \dots \times 9^n)$$

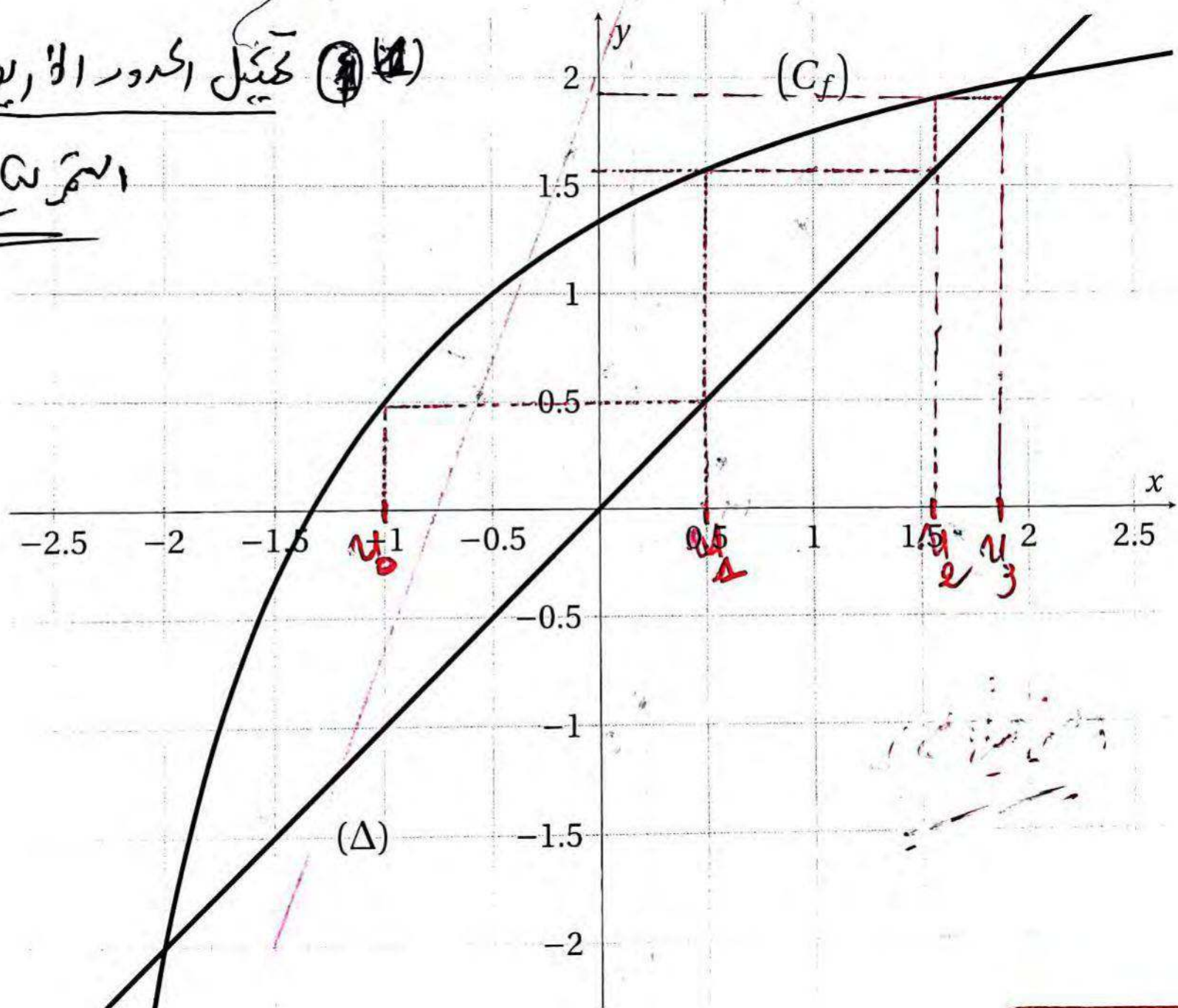
ملاحظات الأستاذ (م):

الجزء الثاني

الصفحة 1 من 1

(1) (1) تکثیر اکودر الة ربع الأول من (14)

السمرة السات



$$(\Delta): x - 3y + 7 = 0$$

جدول ساعد

$$(\Delta):$$

|   |    |    |
|---|----|----|
| x | -4 | -1 |
| y | 1  | 2  |

الإحداثيات الخاصة بالنقطة  
الأول

