

الواجب المنزلي رقم (06) في مادة الرياضيات

التمرين الأول :

(I) نعتبر العبارة الجبرية $p(x)$ للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $p(x) = \alpha x^2 - 3x - 4$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}^*$

1 عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون تقبل المعادلة $p(x) = 0$

أ- حلين مختلفين ب- حلا مضاعفا ج- لا تقبل حلا.

(II) نعتبر في كل ما يأتي $\alpha = 1$

1 أكتب العبارة $p(x)$ على الشكل النموذجي.

2 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية: $p(x) = 0$

3 حلل $p(x)$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى بطريقتين مختلفتين.

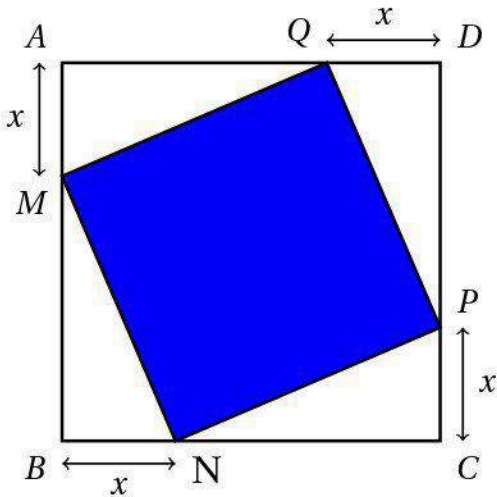
4 نعتبر العبارة الجبرية $A(x)$ التالية: $A(x) = \frac{p(x)}{2-x}$

أ- عين القيمة الممنوعة للعبارة $A(x)$

ب- أدرس حسب قيم x إشارة $A(x)$ ثم إستنتج في $\mathbb{R}$ حلول المتراجحة $A(x) > 0$

التمرين الثاني :

ABCD مربع طول ضلعه $4cm$. النقط M ، N ، P و Q تنتمي على الترتيب إلى $[AB]$ ، $[BC]$ ، $[CD]$ و $[DA]$ حيث: $AM = BN = CP = DQ = x$ مع x عدد حقيقي موجب (أنظر الشكل)



1 إلى أي مجال I ينتمي x ؟

2 لتكن $f(x)$ مساحة المربع $MNPQ$

أ- عبر عن الطول NP بدلالة x

ب- بين أنه من أجل كل x من I : $f(x) = 2x^2 - 8x + 16$

ج- تأكد أنه من أجل كل x من I : $f(x) = 2(x-2)^2 + 8$

د- أدرس إتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[0;2]$ و $[2;4]$
ثم شكل جدول تغيراتها على I

هـ- إستنتج قيمة x التي يكون من أجلها مساحة المربع $MNPQ$ أصغر ما يمكن.

التصحيح النموذجي للواجب المنزلي رقم (06) في مادة الرياضيات

التمرين الأول :

(I) لدينا العبارة الجبرية $p(x)$ المعرفة بـ : $p(x) = ax^2 - 3x + 4$ ، حيث $a \in \mathbb{R}^*$ 1 تعيين قيمة العدد الحقيقي a حتى تقبل المعادلة $p(x) = 0$ حلا مضاعفا:حلا مضاعفا يعني ان المميز $\Delta = 0$ حيث : $\Delta = b^2 - 4ac$

$$(-3)^2 - 4a(-4) = 0 \Rightarrow 9 + 16a = 0 \Rightarrow a = \frac{-9}{16}$$

(II) باعتبار $a = 1$ 1 كتابة العبارة $P(x)$ بالشكل النموذجي:

$$p(x) = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \Rightarrow p(x) = \left(x - \frac{3}{2} \right)^2 - \frac{25}{4}$$

2 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $p(x) = 0$:نضع : $x^2 - 3x + 4 = 0$ لدينا $\Delta = 25$ ، ومنه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) + \sqrt{25}}{2} = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) - \sqrt{25}}{2} = \frac{3-5}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

ومنه حلول المعادلة $p(x) = 0$ هي 4 و -1 .3 تحليل $p(x)$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى:****الطريقة 01:****انطلاقاً من حلي المعادلة نعلم : $p(x) = (x - 4)(x + 1)$ $\Rightarrow p(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ ****الطريقة 02:****انطلاقاً من الشكل النموذجي للعبارة $p(x)$ لدينا:

$$p(x) = \left(x - \frac{3}{2} \right)^2 - \frac{25}{4} \Rightarrow p(x) = \left(x - \frac{3}{2} \right)^2 - \left(\frac{5}{2} \right)^2$$

$$p(x) = \left(x - \frac{3}{2} - \frac{5}{2} \right) \left(x - \frac{3}{2} + \frac{5}{2} \right) \Rightarrow p(x) = (x - 4)(x + 1)$$

لدينا العبارة الجبرية : $A(x) = \frac{p(x)}{2-x}$

أ- تعيين القيمة الممنوعة للعبارة $A(x)$:

معناه المقام لا يساوي الصفر $2-x \neq 0 \Rightarrow x \neq 2$

ب- دراسة حسب قيم x إشارة العبارة $A(x)$:

x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$	
$p(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$2-x$			$+$	0	$-$	
$A(x)$		$+$	0	$-$		
		$+$	0	$-$	$+$	0

ج- نستنتج من جدول الإشارة حلول المتراجحة $A(x) > 0$.

$$S =]-\infty; -1[\cup]2; 4[$$

التمرين الثاني :

1 العدد x ينتمي إلى المجال: $x \in [0; 4]$

2 لدينا $f(x)$ تعبر عن مساحة المربع الممثل $MNPQ$

أ- التعبير عن الطول NP بدلالة x لدينا الطول NP وتر المثلث القائم في NPC وعليه:

$$CN^2 + CP^2 = NP^2$$

$$(x-4)^2 + x^2 = NP^2$$

$$x^2 - 8x + 16 + x^2 = NP^2$$

$$\sqrt{2x^2 - 8x + 16} = NP$$

$$NP = \sqrt{2x^2 - 8x + 16}$$

ب. تبين أنه من أجل كل x من I : $f(x) = 2x^2 - 8x + 16$

لدينا: $f(x) = NP^2$ وعليه فإن: $f(x) = (\sqrt{2x^2 - 8x + 16})^2$ ومنه: $f(x) = 2x^2 - 8x + 16$

ج. التحقق من أجل كل x من I فإن: $f(x) = 2(x-2)^2 + 8$
نقوم بنشر والمقارنة للدالة $f(x)$ المعطاة:

$$f(x) = 2(x-2)^2 + 8$$

$$f(x) = 2(x^2 + 4 - 4x) + 8$$

$$f(x) = 2x^2 + 8 - 8x + 8$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x^2 - 8x + 16$$

على المجال $[2; 4]$
نفترض أن $x_1 > x_2$

$$x_1 - 2 > x_2 - 2$$

$$(x_1 - 2)^2 > (x_2 - 2)^2$$

$$2(x_1 - 2)^2 + 8 > 2(x_2 - 2)^2 + 8$$

ومنه الدالة متزايدة على المجال $[2; 4]$

على المجال $[0; 2]$
نفترض أن $x_1 > x_2$

$$x_1 - 2 > x_2 - 2$$

$$(x_1 - 2)^2 < (x_2 - 2)^2$$

$$2(x_1 - 2)^2 + 8 < 2(x_2 - 2)^2 + 8$$

ومنه الدالة متناقصة على المجال $[0; 2]$

جدول تغيرات الدالة :

x	0	2	4
$f(x)$		8	

هـ استنتاج قيمة x التي يكون من أجلها مساحة المربع $MNPQ$ أصغر ما يمكن:

انطلاقاً من جدول تغيرات الدالة $f(x)$ تأخذ قيمة حدية صغرى عندما يكون $x = 2$ حيث قيمتها 8