



المدة: ساعة ونصف

الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

$P(x)$ كثير حدود للمتغير الحقيقي x حيث: $P(x) = x^3 + 4x^2 + x + k$ حيث k عدد حقيقي.

1. عين قيمة k حتى يكون العدد (-3) جذر لكثير الحدود $P(x)$.

2. نأخذ $k = -6$

أ- أوجد الاعداد الحقيقية a ، b و c حيث: $P(x) = (x+3)(ax^2 + bx + c)$

ب- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $P(x) = 0$ ثم استنتج حلول المتراجحة: $P(x) \leq 0$

3. أ- عين حلول المعادلة $P(3-x) = 0$ ثم استنتج تحليل $P(3-x)$

ب- ادرس إشارة $P(3-x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة $P(3-x) < 0$

التمرين الثاني:

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ ب: $f(x) = \frac{\alpha x + \beta}{x+2}$ ، α و β عددين حقيقيين.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

ا. عين العددين α و β بحيث (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة $A(1;0)$ ومحور الترتيب $B(0; \frac{1}{2})$

ا. نضع: $\alpha = -1$ ، $\beta = 1$

1. عين العددين a و b حيث من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-2\}$: $f(x) = a + \frac{b}{x+2}$.

2. أ- فكك الدالة f إلى مركب دالتين بسيطتين u و v يطلب تعيينهما.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-\infty; -2[$ و $]-2; +\infty[$.

ج- اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة $\frac{3}{x}$ $x \mapsto \frac{3}{x}$ (انظر الوثيقة المرفقة)

3. برهن أن النقطة $A(-2; -1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

4. g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = \frac{-|x|+1}{|x|+2}$ و h معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ ب: $h(x) = f(x-1)$

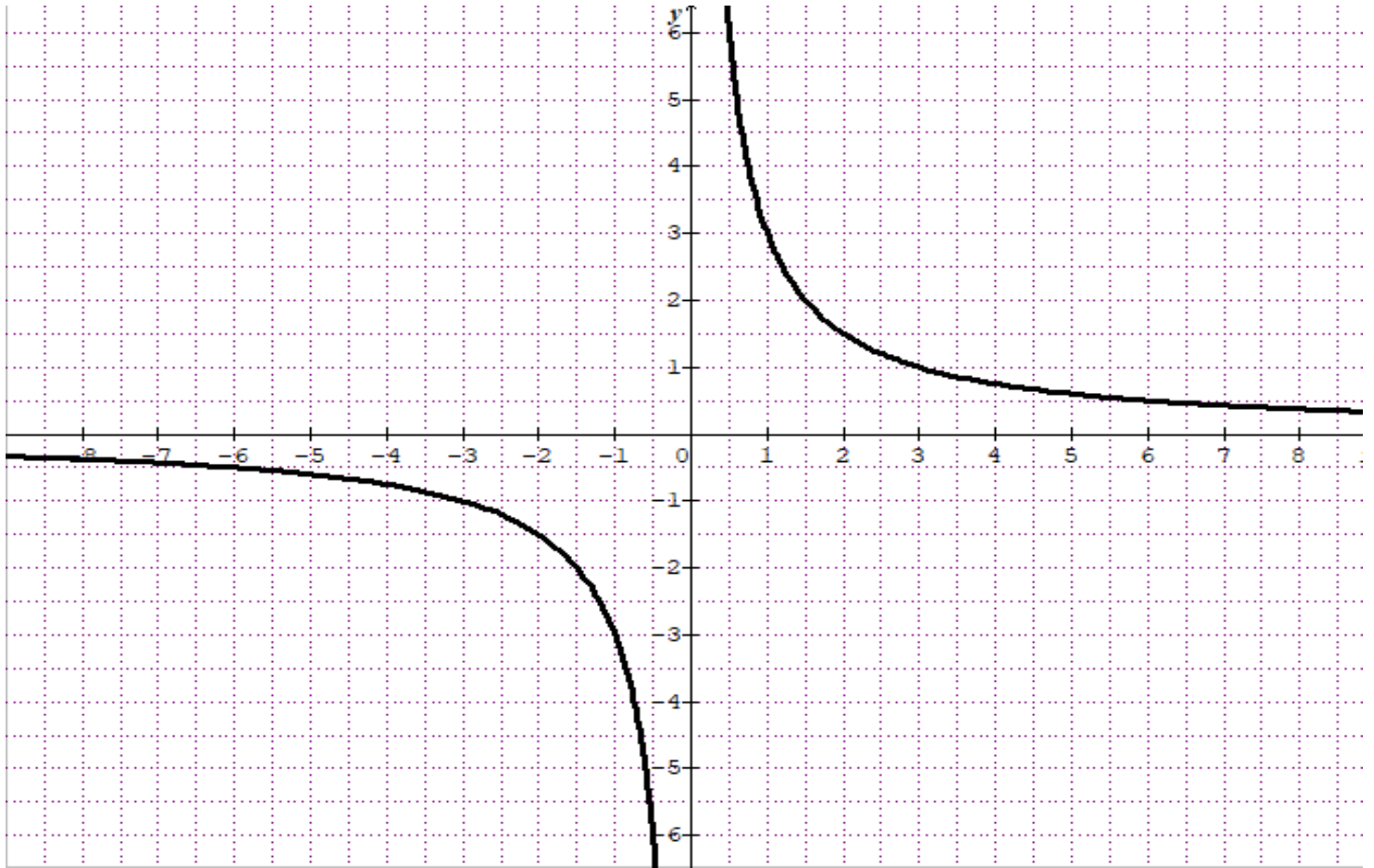
أ- بين أن g دالة زوجية.

ب- اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنيين (C_g) و (C_h) انطلاقا من (C_f)

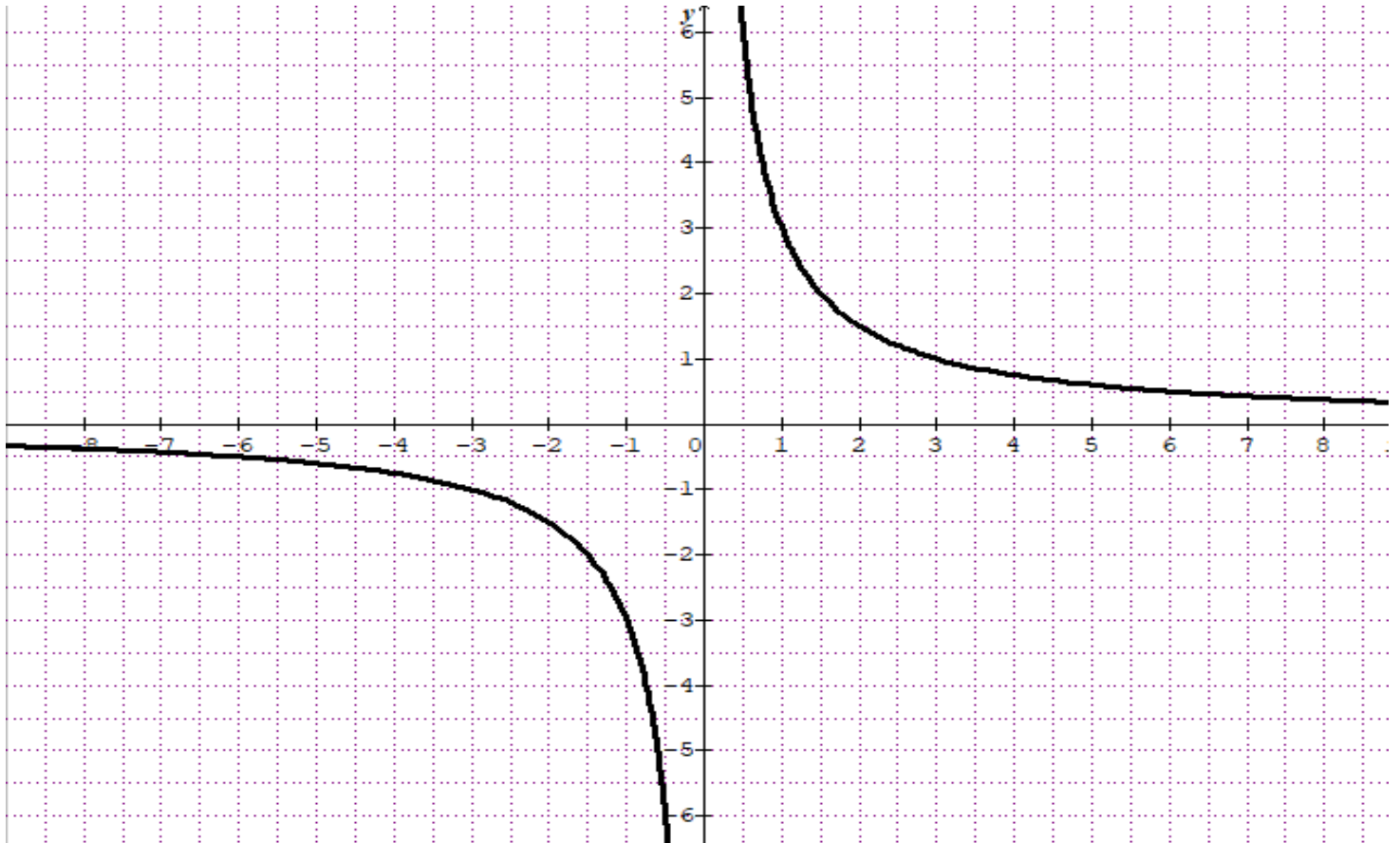
5. أنشئ (C_f) ، (C_g) و (C_h) .

أستاذة المادة: بالتوفيق

..... الاسم واللقب:



..... الاسم واللقب:



تصحيح الفرض المحروس الأول للفصل الأول

4. أ- عين حلول المعادلة $P(3-x)=0$

نضع: $3-x=X$ تصبح المعادلة: $P(X)=0$

من المعادلة السابقة نجد: **(3×0.25)**

$$\begin{cases} x_0=6 & 3 & x & 3 \\ x_1=5 & 3 & 2 & \text{ومنه:} \\ x_2=2 & 3 & 1 & \end{cases} \begin{cases} X_0=-3 \\ X_1=-2 \\ X_2=1 \end{cases}$$

إذا: $S=\{2;5;6\}$

استنتاج تحليل لـ $P(3-x)$

لدينا: $P(x)=(x+3)(x+2)(x-1)$

ومنه: $P(3-x)=(3-x+3)(3-x+2)(3-x-1)$

(0.75×3) $P(3-x)=(6-x)(5-x)(2-x)$

ب- دراسة إشارة $P(3-x)$ **(4×0.25)**

x	$-\infty$	2	5	6	$+\infty$		
$2-x$	+	0	-		-		
$5-x$	+	+	0	-	-		
$6-x$	+	+	+	0	-		
$P(3-x)$	+	0	-	0	+	0	-

استنتاج حلول المتراجحة

(0.5×3) $S =]2;5[\cup]6;+\infty[$ يعني $P(3-x) < 0$

التمرين الثاني: (13×0.25)

$$D_f = \mathbb{R} - \{-2\}, \quad f(x) = \frac{\alpha x + \beta}{x+2}$$

أ. تعيين العددين α و β : **(4×0.25)**

A و B نقطتان من (C_f) معناه:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 0 \\ \beta = 1 \end{cases} \text{ومنه:} \begin{cases} \frac{\alpha + \beta}{3} = 0 \\ \frac{\beta}{2} = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ومنه:} \begin{cases} f(1) = 0 \\ f(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

إذا: $\alpha = -1$ ، $\beta = 1$ وعليه: $f(x) = \frac{-x+1}{x+2}$

1. أ. تعيين العددين a و b حيث من أجل كل عدد حقيقي

$$x \text{ من } \mathbb{R} - \{-2\} : f(x) = a + \frac{b}{x+2}$$

التمرين الأول: (07×0.25)

$$P(x) = x^3 + 4x^2 + x + k$$

1. تعيين قيمة k حتى يكون العدد (-3) جذر لكثير

الحدود $P(x)$.

(-3) جذر لكثير الحدود $P(x)$ معناه: $P(-3)=0$

ومنه:

$$\text{ب- إذا: } k = -6 \text{ : } (-3)^3 + 4(-3)^2 - 3 + k = 0 \text{ **(0.75×3)**}$$

2. أ. إيجاد الأعداد الحقيقية a ، b و c حيث:

$$\text{ب- إذا: } P(x) = (x+3)(ax^2 + bx + c) \text{ **(4×0.25)**}$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 4x^2 + x - 6 & x+3 \\ \hline x^3 + 3x^2 & x^2 + x - 2 \\ \hline x^2 + x - 6 & \\ \hline x^2 + 3x & \\ \hline -2x - 6 & \\ \hline -2x - 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

ومنه: $a=1$ ، $b=1$ ، $c=-2$

إذا: $P(x) = (x+3)(x^2 + x - 2)$

ب- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $P(x)=0$

$P(x)=0$ يعني: $(x+3)(x^2 + x - 2) = 0$

$$\text{ومنه: أو: } \begin{cases} x_0 = -3 \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{cases} \text{ **(0.25×3)**}$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

ومنه: $\Delta = 9$ ومنه: $x_1 = -2$ أو $x_2 = 1$ **(2×0.25)**

إذا: $S = \{-3; -2; 1\}$ **(0.25×3)**

استنتاج حلول المتراجحة: $P(x) \leq 0$

إشارة $P(x)$: (3×0.25)

x	$-\infty$	-3	-2	1	$+\infty$			
$x+3$	$-$	0			$+$			
x^2+x-2			$+$	0	$-$	0	$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

(0.5×3) $S =]-\infty; -3] \cup [-2; 1]$ يعني: $P(x) \leq 0$

لدينا: $f(x) = a + \frac{b}{x+2} = \frac{ax+2a+b}{x+2}$ (ن0.5)

بالمطابقة نجد: (ن0.5 × 2)

$$\begin{cases} a = -1 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \quad \text{ومنه:} \quad \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

إذا: $f(x) = -1 + \frac{3}{x+2}$

2. أ- تفكيك الدالة f إلى مركب دالتين بسيطتين u و v

(ن0.5+ن0.75+ن0.25) $\begin{cases} u(x) = x+2 \\ v(x) = -1 + \frac{3}{x} \end{cases}$ حيث: $f = vou$

ب- استنتاج اتجاه تغير الدالة f:

-على المجال $]-\infty; -2[$

لدينا: u متزايدة على المجال $]-\infty; -2[$ (ن0.25)

و $u(]-\infty; -2[) =]-\infty; 0[$ (ن0.25)

ولدينا: v متناقصة على $]-\infty; 0[$ (ن0.25)

إذا: f متناقصة على المجال $]-\infty; -2[$ (ن0.25)

-على المجال $]-2; +\infty[$

لدينا: u متزايدة على المجال $]-2; +\infty[$ (ن0.25)

و $u(]-2; +\infty[) =]0; +\infty[$ (ن0.25)

ولدينا: v متناقصة على $]0; +\infty[$ (ن0.25)

إذا: f متناقصة على المجال $]-2; +\infty[$ (ن0.25)

ج- شرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_f) انطلاقاً من

(C) (ن0.75)

(C_f) هو صورة (C) بالانسحاب الذي شعاعه $-2i - j$

3. برهان أن النقطة $A(-2; -1)$ مركز تناظر للمنحنى

(C_f) (ن0.75+ن0.5)

لدينا: $x \in D_f$ يعني: $x \neq -2$ ومنه: $-4 - x \neq -4 + 2$

ومنه: $2\alpha - x \neq -2$ إذا: $(2\alpha - x) \in D_f$

ولدينا:

$$\begin{aligned} f(2\alpha - x) + f(x) &= f(-4 - x) + f(x) \\ &= -1 + \frac{3}{-4 - x + 2} - 1 + \frac{3}{x + 2} \\ &= -2 + \frac{3}{-2 - x} + \frac{3}{x + 2} \\ &= -2 - \frac{3}{x + 2} + \frac{3}{x + 2} = -2 = 2\beta \end{aligned}$$

ومنه A مركز تناظر للمنحنى (C_f)

4. أ- تبين أن g دالة زوجية.

لدينا:

من أجل كل $x \in D_g$ فإن: $-x \in D_g$ (ن0.25)
ولدينا:

(ن0.75) $g(-x) = \frac{-|-x|+1}{|-x|+2} = \frac{-|x|+1}{|x|+2} = g(x)$

ومنه: g دالة زوجية

ب- اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنيين (C_g) و (C_h) انطلاقاً من (C_f)

(ن0.25 × 2) $\begin{cases} g(x) = \frac{-x+1}{x+2} & ; x \geq 0 \\ g(x) = \frac{x+1}{-x+2} & ; x < 0 \end{cases}$ لدينا:

ومنه:

(C_g) ينطبق على (C_f) لما $x \in [0; +\infty[$

ونكمل الرسم بالتناظر بالنسبة لمحور الترتيب على

المجال $]-\infty; 0[$ لأن الدالة g دالة زوجية (ن0.25 × 2)

- (C_h) صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{i}$

(ن0.75)

5. انشاء (C_f) ، (C_g) و (C_h) . (ن0.75 × 3)

