



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية



دورة: 2019

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: تسيير واقتصاد

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0 = -4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 2$.

(1) أ) احسب كلا من u_1 و u_2 .

ب) برهن بالتراجع أنه : من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 8$.

(2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة .

(3) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع : $v_n = u_n - \alpha$ ، حيث α عدد حقيقي .

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_{n+1} = \frac{3}{4}v_n - \frac{1}{4}\alpha + 2$.

ب) عين قيمة العدد α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$ ، يطلب تعيين حدها الأول v_0 .

ج) نضع $\alpha = 8$ ، عبّر عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = -12\left(\frac{3}{4}\right)^n + 8$.

(4) احسب المجموع S_n بدلالة n حيث : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 مرتين متتاليتين ونسجل الرقم الظاهر على الوجه العلوي في كل مرة.

(1) ما احتمال الحصول على رقمين زوجيين ؟

(2) ما احتمال الحصول على رقمين جداؤهما يساوي 6 ؟

(3) ما احتمال الحصول على رقمين أحدهما ضعف الآخر ؟

(4) ما احتمال الحصول على رقمين زوجيين أحدهما هو 2 ؟



التمرين الثالث: (05 نقاط)

يمثل الجدول التالي تطور الواردات في الجزائر مقدرة بالمليار دولار من سنة 2009 إلى سنة 2014 .

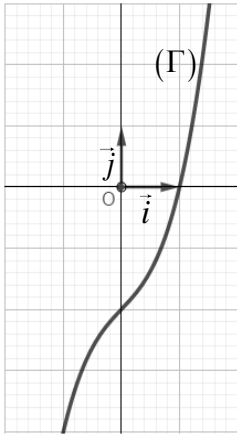
السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
الواردات y_i	39,29	40,47	47,25	47,49	54,85	58,33

(المراجع: المركز الوطني للإعلام الآلي والإحصاء التابع للجمارك)

- (1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد.
(نأخذ $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 10 مليار دولار على محور الترتيب) .
- (2) جد إحداثيي النقطة المتوسطة G ، ثم علّمها.
- (3) بين أن معادلة (Δ) مستقيم الانحدار بالمرتبعات الدنيا لهذه السلسلة الإحصائية هي : $y = 3,96x + 34,09$:
ثم مثل (Δ) . (تُدَوَّر النتائج إلى 10^{-2}) .
- (4) اعتماداً على التعديل الخطي السابق، ابتداءً من أي سنة تفوق الواردات 77 مليار دولار؟

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^3 + x - 2$ و (Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل .



بقراءة بيانية عين $g(1)$ واستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ بـ : $f(x) = x - \frac{x-1}{x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ وفسر النتيجة بيانياً.

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.

- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

(4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $]-1.4; -1.3[$.

(5) ارسم (Δ) ثم المنحنى (C_f) .

(6) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها:

$$y = x, \quad x = 1 \quad \text{و} \quad x = 3.$$



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

- (1) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة : (E) $(4x^2 + 3x - 1)(x^2 - 5x + 6) = 0$.
- (2) كيس به أربع كريات تحمل الأرقام 1، 2، 3، 4، نسحب منه كرية واحدة ونرمز بـ p_i إلى احتمال سحب الكرية التي تحمل الرقم i ونضع $p_1 = 3\alpha^2$ ، $p_2 = \alpha^2$ ، $p_3 = \alpha$ و $p_4 = 2\alpha$.
- حدد قيمة α .
- (3) نضع $\alpha = \frac{1}{4}$ ، احسب احتمال الأحداث التالية :
A : "سحب كرية تحمل رقما فرديا" .
B : "سحب كرية تحمل الرقم 4" .
C : "سحب كرية تحمل رقما أصغر من أو يساوي 3" .
D : "سحب كرية تحمل رقما حلا للمعادلة (E)" .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- (1) (u_n) المتتالية الحسابية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ :

$$\begin{cases} u_2 + 2u_5 = 27 \\ u_1 = \frac{9}{2} \end{cases}$$
- (2) احسب حدها الأول u_0 واساسها r .
- (3) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
- (3) بين أن العدد 2019 حد من حدود هذه المتتالية ثم احسب كلا من المجموعين S_1 و S_2 .
حيث $S_1 = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{1344}$ و $S_2 = u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{1344}$.
- استنتج حساب المجموع S_3 حيث : $S_3 = u_1 + u_3 + u_5 + \dots + u_{1343}$.
- (4) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = e^{6-2u_n}$.
- احسب المجموع $S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_1} + \dots + \frac{1}{v_n}$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

يمثل الجدول التالي تطور الإنتاج السنوي (الوحدة : الطن) لأحد أنواع الأسماك في حوض مائي لتربية الأسماك.

السنة	2013	2014	2015	2016	2017	2018
الترتبة x_i	1	2	3	4	5	6
الإنتاج (بالطن) y_i	490	510	595	630	840	999



- (1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد.
- (2) نأخذ 1cm لكل سنة على محور الفواصل و 1cm لكل 100 طن على محور الترتيب). جد إحداثي النقطة المتوسطة G لهذه السحابة.
- (3) بين أن معادلة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة هي: $y = 102x + 320,33$ ومثله بيانيا.
- (4) باعتبار أن كمية الإنتاج تتبع نفس الوتيرة :
 أ) ما هي كمية الإنتاج المتوقعة لسنة 2023 ؟
 ب) ابتداءً من أي سنة تتجاوز كمية الإنتاج 2000 طن؟

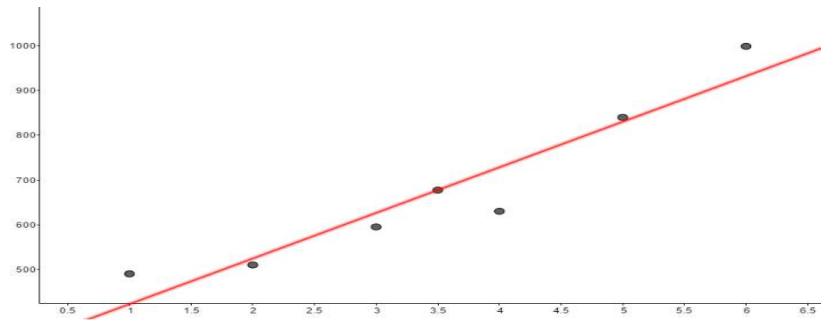
التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (I) $g(x) = 2x + 6 - e^{2x+1}$ كما يلي: المجال $]-\infty; 0]$
 - (1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.
 - ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-\infty; 0]$ ثم شكل جدول تغيراتها.
 - (2) أ) بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-3 < \alpha < -2.9$.
 - ب) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-\infty; 0]$.
- (II) $f(x) = -2x^2 - 12x + e^{2x+1}$ كما يلي: المجال $]-\infty; 0]$
 - (1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty; 0]$: $f'(x) = -2g(x)$.
 - (2) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; 0]$.
 - (3) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم شكل جدول التغيرات للدالة f .
 - (4) بين أن: $f(\alpha) = -2\alpha(\alpha + 5) + 6$ وأعط حصرًا للعدد $f(\alpha)$ ، ثم ارسم (C_f) على المجال $[-4; 0]$.
 - (5) احسب بدلالة α التكامل: $\frac{1}{2} \int_{\alpha}^0 f(x) dx$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الاول)
مجموع	مجزأة	
التمرين الأول: (04 نقاط)		
01.5	0.5×2	(1) أ) $u_1 = -1$ و $u_2 = \frac{5}{4}$ ب) البرهان بالتراجع على أن : من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 8$
	0.5	
0.5	0.25	(2) المتتالية (u_n) متزايدة تماما استنتاج أنها متقاربة
	0.25	
1.75	0.25	(3) أ) تبين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_{n+1} = \frac{3}{4}v_n - \frac{1}{4}\alpha + 2$ ب) قيمة العدد α هي $\alpha = 8$ الحد الأول $v_0 = -12$ ج) $v_n = -12\left(\frac{3}{4}\right)^n$ ، التحقق أن: $u_n = -12\left(\frac{3}{4}\right)^n + 8$
	0.25	
	0.25	
	2×0.5	
0.25	0.25	(4) المجموع : $S_n = 36\left[\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1\right] + 8n$
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
04	01	عدد الحالات الممكنة.....
	0.75	احتمال الحصول على رقمين زوجيين $P_1 = \frac{9}{36} = 0.25$
	0.75	احتمال الحصول على رقمين جداءهما يساوي 6 $p_2 = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$
	0.75	احتمال الحصول على رقمين احدهما ضعف الاخر $p_3 = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
	0.75	احتمال الحصول على رقمين زوجيين احدهما هو 2 $p_4 = \frac{5}{36}$
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
05	01	(1) تمثيل سحابة النقط
	01	(2) إحداثيتي النقطة: $G(3,5 ; 47,95)$ تمثيل G
	0.75	
	1.25	(3) معادلة (Δ) هي : $y = 3,96x + 34,09$
0.5	تمثيل (Δ)	
0.5		(4) $x = 11$ إذن ابتداء من السنة 2019 تفوق الواردات 77 مليار دولار

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)														
مجموع	مجزأة															
التمرين الرابع: (07 نقاط)																
01	0.5	$g(1)=0$ I إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$														
	0.5	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>-</td><td>o</td><td>+</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	$g(x)$	-	o	+						
x	$-\infty$	1	$+\infty$													
$g(x)$	-	o	+													
01.5	0.5×2 2×0.25	II (1) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ ، (yy') مقارب لـ (C_f) .														
01.50	0.5	(2) $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ - اتجاه تغير الدالة f : الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty; 0[$ و $]1; +\infty[$ و متناقصة تماما على المجال $]0; 1[$ جدول تغيرات:														
	0.5	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td> </td><td>- 0 +</td><td>+</td></tr><tr><td>f</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	$f'(x)$	+		- 0 +	+	f	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$
x	$-\infty$	0	1	$+\infty$												
$f'(x)$	+		- 0 +	+												
f	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$												
0.5	0.25	(3) أ) $y = x$: (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$ و $-\infty$ ب) الوضع النسبي: لما $x \in]-\infty; 0[$ ، (C_f) يقع فوق (Δ) . لما $x \in]0; 1[$ (C_f) يقع فوق (Δ) . لما $x \in]1; +\infty[$ (C_f) يقع تحت (Δ) . لما $x = 1$ $(C_f) \cap (\Delta) = \{(1; 1)\}$														
	0.25															
0.75	0.75	(4) المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α														
01	01	(5) رسم (Δ) و (C_f)														
0.75	0.75	(6) حساب المساحة $A = \int_1^3 (x - f(x)) dx = \left[\frac{1}{x} + \ln x \right]_1^3 = \left(\ln 3 - \frac{2}{3} \right) u.a$														

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مج	مجزأة	
التمرين الأول: (04 نقاط)		
04	0.25×4	(1) حل المعادلة (E) . مجموعة الحلول $S = \left\{-1, \frac{1}{4}, 2, 3\right\}$
	0.5+0.5	(2) قيمة α هي $\alpha = \frac{1}{4}$
	4×0.5	(3) $p(D) = \frac{5}{16}$ ، $p(C) = \frac{1}{2}$ ، $p(B) = \frac{1}{2}$ ، $p(A) = \frac{7}{16}$
التمرين الثاني: (4 نقاط)		
04	1×2	(1) حددها الاول $u_0 = 3$ واساسها $r = \frac{3}{2}$
	0.5	(2) عبارة الحد العام $u_n = 3 + \frac{3}{2}n$
	0.5	(3) العدد 2019 هو حد من حدود هذه المتتالية و رتبته 1345 ودليله 1344
	2×0.25	المجموعين $S_1 = 1359795$ و $S_2 = 680403$
	0.25	-استنتاج المجموع $S_3 = S_1 - S_2 = 679392$
		(4) $v_n = e^{6-2u_n} = e^{-3n}$ إذن $S_n = \frac{1 - e^{3(n+1)}}{1 - e^3}$
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
03	01	(1) سحابة النقط $M(x_i ; y_i)$
	01	(2) إحداثيتي النقطة المتوسطة $G(3,5 ; 677,33)$
	01	(3) معادلة مستقيم الانحدار هي : $y = 102x + 320,33$ و تمثيله
02	01	تمثيل المستقيم
	0.5	(4) ا) كمية الإنتاج المتوقعة لسنة 2023: الرتبة $x = 11$ ، الكمية $y = 1442,33$
	0.5	ب) في السنة التي رتبها 17 أي سنة 2029



العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مج	مجزأة	
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
07		(I)
	01	1) أ) حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$
	01	ب) اتجاه التغير وجدول التغيرات
	0.75	2) أ) المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-3 < \alpha < -2.9$
	0.5	ب) استنتاج إشارة $g(x)$
	0.5	(II) 1) $f'(x) = -2g(x)$
	0.5	2) اتجاه تغير الدالة f
	0.25+0.5	3) حساب النهاية+جدول التغيرات
	0.25	4) $f(\alpha) = -2\alpha(\alpha + 5) + 6$
	0.25	حصر $f(\alpha)$: $17.6 < f(\alpha) < 18.6$
	0.5	رسم المنحنى
	0.5	5) التكامل : $\int_{\alpha}^0 \frac{1}{2} f(x) dx = \frac{1}{4} e + \frac{1}{3} \alpha^3 + 3 \alpha^2 - \frac{1}{4} e^{2\alpha+1}$
	التفسير البياني : مساحة الحيز المحدد بمنحنى الدالة والمستقيمات المعرفة بالمعادلات التالية : $x = \alpha$ و $x = 0$; $y = 0$	