

إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

للسنة الثانية ثانوي شعبة رياضيات

التاريخ : 2022/12/08

أستاذ المادة: مزروح يوسف

المدة: 02 ساعة

يمنع التشطيب في ورقة الإجابة

التمرين الأول: 5 نقاط أجب بصحيح او خطأ مع التعليل.

1 الدالة f المعرفة بالعلاقة : $f(x) = x\sqrt{x}$ تقبل الاشتقاق عند 0.

2 المعادلة $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$ لا تقبل حولا في $\mathbb{R}$.

3 $y = -x + 7$ هي معادلة المماس لمنحنى الدالة f المعرفة ب: $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 1}$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

4 الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ فردية.

5 $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, المعادلة $ax^2 + bx + 1 = 0$ تقبل حلان مختلفان في الإشارة إذا وفقط إذا كان $a < 1$.

التمرين الثاني: 5 نقاط

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ ب: $f(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x + m}$. حيث $m \in \mathbb{R}$. (C_f) تمثيلها البياني.

1 أوجد قيمة m حتى يقبل (C_f) مستقيما مقاربا معادلته $x = -1$.

2 $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$, اوجد كل من b, a و c علما أن : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$.

3 إستنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y = x - 2$.

4 أدرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ) .

5 بين أن (C_f) يقبل مركز تناظر عند النقطة $\omega(-1; -3)$.

6 بين انه من اجل كل $x \neq -1$: $f'(x) = \frac{f(x) + 3x + 1}{(x + 1)^2}$.

f_m دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f_m(x) = mx^2 - (m+3)x + 3$ حيث $m \in \mathbb{R}$. (C_m) منحناها البياني .
الجزء الأول

1 عىن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون:

(أ) المنحنى (C_m) يقطع محور الفواصل في نقطتين مختلفتين.

(ب) المعادلة $f_m(x) = 0$ تقبل حل وحيد.

2 برهن ان جميع المنحنيات (C_m) تتقاطع في نقطتين ثابتين يطلب تعيينهما.

الجزء الثاني لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

3 احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.

4 برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $g'(x) = f_3(x)$.

5 أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

6 تحقق أن 1 جذر ل g . ثم حلل $g(x)$ إلى جداء عوامل اولية من الدرجة الأولى.

7 إستنتج نقط تقاطع (C_g) مع محوري الإحداثيات.

8 بين أن النقطة $\omega(1;0)$ مركز تناظر للمنحنى (C_g) .

9 أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_g) عند النقطة ω .

10 ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_g) والمستقيم (T) .

11 (Δ) مستقيم معادلته $y = ax - 2$ حيث $a \in \mathbb{R}$.

(أ) اوجد قيمة a حتى يقبل المنحنى (C_g) مماسا (∇) وحيد موازري ل (Δ) .

(ب) اوجد معادلة المماس (∇) . ماذا تستنتج؟

12 انشئ كل من (T) و (C_g) .



رابط الحل يفتح مباشرة بعد الإمتحان

التصحيح النموذجي للاختبار الأول في مادة الرياضيات للسنة 2 ثانوي شعبة رياضيات



أجب بصحيح او خطأ مع التعليل.

- 1 الدالة f المعرفة بالعبارة : $f(x) = x\sqrt{x}$ تقبل الاشتقاق عند 0. 1
 الجواب: صحيح [0.5 ن]. التعليل: ندرس قابلية الاشتقاق عند 0 نجد : $f'(0) = 0$ [0.5 ن]
- 2 المعادلة $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$ لا تقبل حلولاً في $\mathbb{R}$. 2
 الجواب: صحيح [0.5 ن]. التعليل: معادلة مضاعفة التربع نحسب المميز نجد حلان سالبان ومنه المعادلة لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$. [0.5 ن]
- 3 $y = -x + 7$ هي معادلة المماس لمنحنى الدالة f المعرفة بـ : $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 1}$ عند النقطة ذات الفاصلة 0. 3
 الجواب: صحيح [0.5 ن]. التعليل: $f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{(x + 1)^2}$
 وبالتالي معادلة المماس هي : $y = -x + 7 \iff y = f'(0)(x - 0) + f(0)$ [0.5 ن]
- 4 الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ فردية. 4
 الجواب: صحيح [0.5 ن]. التعليل: من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن $-x \in \mathbb{R}$
 من جهة أخرى : $f(-x) = \frac{-x}{(-x)^2 + 1} = -f(x)$ ومنه الدالة f فردية. [0.5 ن]
- 5 $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, المعادلة $ax^2 + bx + 1 = 0$ تقبل حلان مختلفان في الإشارة إذا فقط إذا كان $a < 1$. 5
 الجواب: خطأ [0.5 ن]. التعليل : يكون حلا معادلة من الدرجة 2 مختلفان في الإشارة إذا فقط إذا كان $\frac{c}{a} < 0$
 ما يكافئ $a < 0 \iff \frac{1}{a} < 0$ [0.5 ن].
 يمكن كذلك البرهان بمثال مضاد بأخذ $a \geq 0$.



f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ : $f(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x + m}$ حيث $m \in \mathbb{R}$. (C_f) تمثيلها البياني.

- 1 أوجد قيمة m حتى يقبل (C_f) مستقيماً مقارباً معادلته $x = -1$. 1
 الجواب: (C_f) مستقيماً مقارباً معادلته $x = -1$ ان الدالة f غير معرفة من اجل $x = -1$ بالتالي : $m = 1 \iff -1 + m = 0$ [0.5 ن]
- 2 $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$, اوجد كل من a, b, c علماً أن : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$. 2
 الجواب:
 $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1} \iff f(x) = \frac{ax^2 + (a + b)x + b + c}{x + 1}$
 بالمطابقة نجد:

$$\begin{cases} a = 1 \\ a + b = -1 \\ b + c = -1 \end{cases}$$
 [0.5 ن]
 فنحصل على : $(a; b; c) = (1; -2; 1)$ [0.5 ن]
- 3 إسنّج أن (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) معادلته $y = x - 2$. 3
 الجواب: لدينا : $f(x) - y = \frac{1}{x + 1}$ [0.5 ن]
 وبالتالي : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x + 1} = 0$ ومنه (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) معادلته $y = x - 2$.
- 4 أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) . 4
 الجواب:

$$f(x) - y = \frac{1}{x+1}$$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x) - y$	(Cf) يقع تحت (Δ)		(Cf) يقع فوق (Δ)

1 ن

5 بين أن (Cf) يقبل مركز تناظر عند النقطة $\omega(-1; -3)$.

الجواب: من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$ فإن $-2 - x \in \mathbb{R} - \{-1\}$ 0.25 ن

من جهة أخرى: $f(-2-x) + f(x) = -2-x-2 + \frac{1}{-2-x+1} + x-2 + \frac{1}{x+1}$ $f(-2-x) + f(x) = -6$ أي ان $f(-2-x) + f(x) = -2-x-2 + \frac{1}{-2-x+1} + x-2 + \frac{1}{x+1}$ ومنه (Cf) يقبل مركز تناظر عند النقطة $\omega(-1; -3)$ 0.25 ن.

6 بين انه من اجل كل $x \neq -1$: $f'(x) = \frac{f(x) + 3x + 1}{(x+1)^2}$.

الجواب: الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} - \{-1\}$ 0.5 ن.

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} = \frac{f(x) + 3x + 1}{(x+1)^2} \quad 0.5 \text{ ن}$$



3

f_m دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f_m(x) = mx^2 - (m+3)x + 3$. حيث $m \in \mathbb{R}$. (C_m) منحناها البياني.

الجزء الأول

1 عين قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون:

(أ) المنحنى (C_m) يقطع محور الفواصل في نقطتين مختلفتين.

الجواب:

$$m \neq 0 \text{ و } \Delta > 0 \quad 0.25 \text{ ن}$$

$$m \in \mathbb{R} - \{0; 3\} \Leftrightarrow (m+3)^2 - 12m > 0 \Leftrightarrow \Delta > 0 \quad 0.25 \text{ ن}$$

(ب) المعادلة $f_m(x) = 0$ تقبل حل وحيد.

$$m = 0 \quad \text{الجواب: } 0.5 \text{ ن}$$

2 برهن ان جميع المنحنيات (C_m) تتقاطع في نقطتين ثابتين يطلب تعيينهما.

$$f_0(x) = f_1(x) \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x = \{0; 1\} \quad \text{الجواب:}$$

ومنه النقطتين هما: $A(0; 3)$ و $B(1; 0)$. 0.5 ن

الجزء الثاني لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

3 احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \quad \text{الجواب: } 0.25 \text{ ن}$$

4 برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $g'(x) = f_3(x)$.

$$g'(x) = 3x^2 - 3x + 3 = f_3(x) \quad \text{الجواب: الدالة } g \text{ قابلة للاشتقاق على } \mathbb{R} \quad 0.25 \text{ ن}$$

5 أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

$$g'(x) = 3(x-1)^2 \geq 0 \quad \text{ومنه الدالة } g \text{ متزايدة تماما على } \mathbb{R}. \quad 0.5 \text{ ن}$$

جدول التغيرات: 1 ن

x	$-\infty$	$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

6 تحقق أن 1 جذر ل g . ثم حل $g(x)$ إلى جداء عوامل اولية من الدرجة الأولى.

$$g(1) = 0 \text{ ومنه 1 جذر ل } g. \quad g(x) = (x-1)^3 \quad \text{الجواب: } 0.5 \text{ ن}$$

7 إستنتج نقط تقاطع (C_g) مع محوري الإحداثيات.

الجواب: مع حامل محور الترتيب :

0.5 ن $g(0) = -1$ أي النقطة $C(0; -1)$.

مع حامل محور الفواصل : نحل المعادلة $g(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ أي النقطة $D(1; 0)$. 0.5 ن

8 بين أن النقطة $\omega(1; 0)$ مركز تناظر للمنحنى (C_g) .

الجواب: من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ لدينا $2-x \in \mathbb{R}$ 0.25 ن

من جهة أخرى : $g(2-x) + g(x) = (2-x-1)^3 + (x-1)^3 = (1-x)^3 + (x-1)^3 = 0$

ومنه النقطة $\omega(1; 0)$ مركز تناظر للمنحنى (C_g) . 0.25 ن

9 أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_g) عند النقطة ω .

الجواب: $(T) : y = 0 \Leftrightarrow (T) : y = g'(1)(x-1) + g(1)$ 0.5 ن

10 ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_g) والمستقيم (T) .

الجواب: $g(x) - y = (x-1)^3$ وبالتالي :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g(x) - y$	(C_g) يقع فوق (T)	0 (C_g) يقع تحت (T)	(C_g) يقع فوق (T)

C_g يقطع (T) في النقطة B . 0.5 ن

11 (Δ) مستقيم معادلته $y = ax - 2$ حيث $a \in \mathbb{R}$.

(أ) اوجد قيمة a حتى يقبل المنحنى (C_g) مماسا (∇) وحيد موازي ل (Δ) .

الجواب: $0 : 3x_0^2 - 6x_0 + 3 - a = 0 \Leftrightarrow g'(x_0) = a$ 0.5 ن

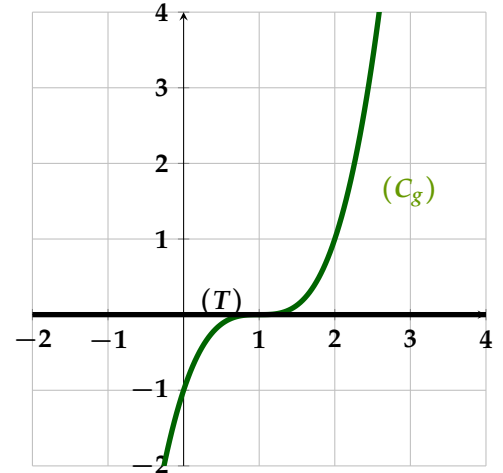
$\Delta = 0 \Leftrightarrow a = 0 \Leftrightarrow x_0 = 1$

(ب) اوجد معادلة المماس (∇) . ماذا تستنتج؟

الجواب: $(\nabla) : y = g'(1)(x-1) + g(1) \Leftrightarrow y = 0$

نستنتج أن : $(T) = (\nabla)$. 0.5 ن

12 انشئ كل من (C_g) و (T) . 1 ن



إنتهى

من إعداد الأستاذ: مزروع يوسف