

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول :

(1) حول إلى الدرجة أقياس الزوايا التالية: $\frac{\pi}{12}$ ، $\frac{3\pi}{5}$ ثم حول إلى الراديان أقياس الزوايا التالية: 20° ، 150°

(2) ضع على الدائرة المثلثية النقط A, B, C صور الأعداد $\frac{2009\pi}{4}$ ، $\frac{2025\pi}{6}$ و $\frac{1954\pi}{3}$ على الترتيب .

(3) أحسب القيم المضبوطة لجيب وجيب تمام كل من $\frac{2009\pi}{4}$ ، $\frac{2025\pi}{6}$ و $\frac{1954\pi}{3}$

(4) علما أن $\cos(\frac{\pi}{12}) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ ، عين القيمة المضبوطة لـ $\sin(\frac{\pi}{12})$

(5) أكتب $A(x)$ على أبسط شكل ممكن حيث: $A(x) = \cos^4 x + \sin^2 x + \cos^2 x \sin^2 x$

التمرين الثاني :

في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، نعتبر النقط A ، B و C بحيث: $C(2\alpha + 5; 4\alpha)$ ، $B(2; 6)$ ، $A(-1; 2)$

(1) عين قيمة α حتى تكون النقط A ، B و C على إستقامة .

(2) أكتب معادلة المستقيم (AB) .

(3) أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي معامل توجيهه 2 ويشمل النقطة $I(1; 5)$.

(4) حل الجملة: $\begin{cases} 4x - 3y + 10 = 0 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

(5) لتكن G نقطة من المستوي بحيث: $\overrightarrow{OG} = 3\overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB}$

أ) عين إحداثيات النقطة G .

ب) بين أن $\overrightarrow{GB} = \frac{3}{2}\overrightarrow{GA}$ ، ماذا تستنتج ؟

(6) ليكن (T) المستقيم الذي معادلته $(2m + 1)x - (m + 2)y + 3m = 0$ حيث m وسيط حقيقي .

أ) عين قيمة m حتى يكون النقطة $D(1, 2)$ تنتمي إلى (T) .

التمرين الثالث :

(I) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x^2 - 4x + 5$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- (1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي : $f(x) = (x - 2)^2 + 1$
- (2) أدرس إتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; 2]$ ثم $[2; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .
- (3) بين كيفية إنشاء (C_f) إنطلاقاً من منحنى دالة مرجعية يطلب تعيينها ثم أنشئه .

(II) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = x^2 - 1$

- (1) أحسب: $g(0)$ ثم بين أنه من أجل كل عدد حقيقي : $g(x) + 1 \geq 0$
- (2) هل تقبل الدالة قيمة حدية ؟
- (3) أدرس شفعية الدالة ثم فسر النتيجة بيانياً .

(III) h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = f(x) - g(x)$

- (1) أكتب $h(x)$ بدلالة x ، ثم استنتج اتجاه تغيرها
- (2) أنشيء (C_h) في نفس المعلم السابق ثم حل بيانياً المعادلة: $h(x) = f(x)$

- لكم خالص تحياتي -

التحويل إلى جيب لا حتماً الفصل 2 - أوجد

$$\cos\left(\frac{2025\pi}{6}\right) = \cos\left(336\pi + \pi + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{2}\right) = -\cos\frac{\pi}{2} = 0$$

$$\sin\left(\frac{2025\pi}{6}\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\frac{\pi}{2} = -1$$

$$\cos\left(\frac{1954\pi}{3}\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{1954\pi}{3}\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos^2\frac{\pi}{12} + \sin^2\frac{\pi}{12} = 1 \quad \text{لذا:}$$

$$\frac{(12+16)^2}{16} + \sin^2\frac{\pi}{12} = 1 \quad (1)$$

$$\frac{8+2\sqrt{12}}{16} + \sin^2\frac{\pi}{12} = 1 \quad \text{لذا:}$$

$$\sin^2\frac{\pi}{12} = \frac{16-8-2\sqrt{12}}{16}$$

$$\sin^2\frac{\pi}{12} = \frac{8-2\sqrt{12}}{16}$$

$$\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{8-2\sqrt{12}}}{4} \quad \text{لأن } \sin\frac{\pi}{12} > 0$$

$$\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6-2\sqrt{3}}}{4}$$

$$A(x) = \cos^4 x + \sin^2 x + \cos^2 x \sin^2 x \quad / 5$$

$$\cos^4(x) [\cos^2 x + \sin^2 x] + \sin^2 x$$

$$= \cos^2 x \times 1 + \sin^2 x$$

$$= \cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

التحويل إلى جيب

1 / 1

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} 2-(-1) \\ 6-(2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\vec{AC} \begin{pmatrix} 2\alpha+5+1 \\ 4\alpha-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\alpha+6 \\ 4\alpha-2 \end{pmatrix}$$

$$4(2\alpha+6) = 0 \quad \text{لأن } \vec{AB} \perp \vec{AC}$$

التحويل إلى جيب 0.1
==
1.1

القياس بالدرجات	15°	108°	20°	150°
القياس بالراديا	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{5}$	$\frac{\pi}{9}$	$\frac{5\pi}{6}$

$$\pi \rightarrow 180^\circ$$

$$\frac{\pi}{12} \rightarrow x^\circ$$

$$x = \frac{\pi}{12} \times 180 = \frac{180}{12} = 15$$

$$x = \frac{20\pi}{180} = \frac{\pi}{9} \quad \text{لذا: } \pi \rightarrow 180^\circ$$

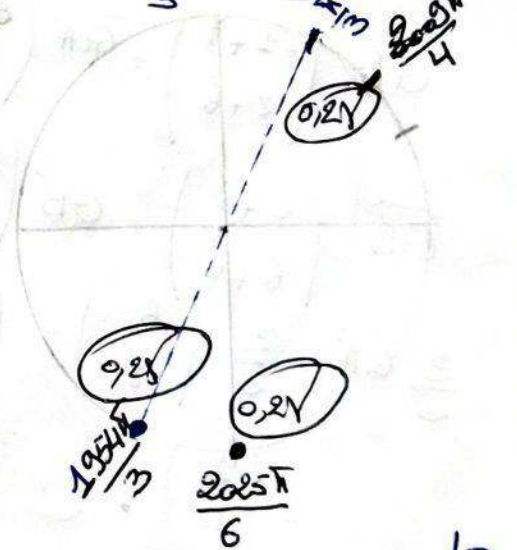
1/2 التحويل إلى جيب على الدائرة

$$\frac{2009\pi}{4} = \frac{2008\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = 502\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{2025\pi}{6} = \frac{2022\pi + 3\pi}{6} = \frac{2022\pi}{6} + \frac{3\pi}{6}$$

$$337\pi + \frac{\pi}{2} = 336\pi + \pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{1954\pi}{3} = \frac{1953\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = 651\pi + \frac{\pi}{3}$$



$$\cos\left(\frac{2009\pi}{4}\right) = \cos\left(502\pi + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{2009\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

الاجابة (1) و (2) نفو ما

$$4x - 3(2x + 3) + 10 = 0$$

$$4x - 6x - 9 + 10 = 0$$

$$-2x + 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$y = 2 \times \frac{1}{2} + 3 = 1 + 3 = 4$$

اذنه مجموعة حلول المعادلة (5) هي

$$\left\{ \left(\frac{1}{2}, 4 \right) \right\}$$

التفسير الهندسي: (0.5)

النقطة $E\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ هي نقطة تقاطع

المستقيمين (AB) و (Δ).

(5) ا ف احداثيات G

$$\vec{OG} = 3\vec{OA} - 2\vec{OB}$$

$$3\vec{OA} - 2\vec{OB} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$G(-7, -6)$$

$$\vec{GA} \begin{pmatrix} -1+7 \\ 2+6 \end{pmatrix} = \vec{GA} \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\vec{GB} \begin{pmatrix} 2+7 \\ 6+6 \end{pmatrix} = \vec{GB} \begin{pmatrix} 9 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$\frac{3}{2} \vec{GA} = \frac{3}{2} \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \times 6 \\ \frac{3}{2} \times 8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 9 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$\frac{3}{2} \vec{GA} = \vec{GB}$$

نفس في m

$$(2m+1) \times 1 - (m+2) \times 2 + 3m = 0$$

$$2m+1-2m-4+3m=0$$

$$3m-3=0 \Rightarrow 3m=3 \Rightarrow m=1$$

$$12x - 6 - 8x - 24 = 0$$

$$4x - 30 = 0$$

$$x = \frac{30}{4} = \frac{15}{2}$$

1/ معادلة المستقيم AB

$$(AB): y = ax + b$$

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4}{3}$$

$$y = \frac{4}{3}x + b$$

بما ان $A \in (AB)$

$$y_A = \frac{4}{3}x_A + b$$

$$2 = \frac{4}{3} \times -1 + b$$

$$b = 2 + \frac{4}{3} = \frac{6+4}{3} = \frac{10}{3}$$

$$(AB): y = \frac{4}{3}x + \frac{10}{3}$$

3/ معادلة المستقيم (Δ):

$$(Δ): y = 2x + b$$

بما ان $I \in (Δ)$ اذن $5 = 2 \times 1 + b$

$$b = 3$$

$$(Δ): y = 2x + 3$$

4/ حل المعادلة: (0.5)

$$(S): \begin{cases} 4x - 3y + 10 = 0 \quad (1) \\ y = 2x + 3 \quad (2) \end{cases}$$

$$y = 2x + 3$$

نفس في m

$$(S): \begin{cases} 4x - 3y = -10 \\ -2x + y = 3 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 4 \times 1 - (-3) \times (-2)$$

احسبه ليعمل جدياً

المقرر 3: 07

(1) تبين أنه: $f(x) = (x-2)^2 + 1$
 لدينا: $(x-2)^2 + 1 = x^2 + 2^2 - 2 \times 2 \times x + 1 = x^2 + 4 - 4x + 1 = x^2 - 4x + 5$
 $\textcircled{05} = x^2 - 4x + 5 = f(x)$

2/ دراسة لخاصة تغير الدالة f:

- على المجال $]-\infty, 2]$: $\textcircled{05}$

لكن x_1, x_2 عددين حقيقيين من $]-\infty, 2]$ حيث: $x_1 < x_2 \leq 2$

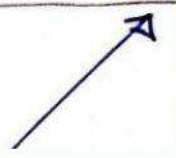
اذن: $x_1 - 2 < x_2 - 2 \leq 0$
 ومنه: $(x_1 - 2)^2 > (x_2 - 2)^2$
 اذن: $(x_1 - 2)^2 + 1 > (x_2 - 2)^2 + 1$ ومنه
 $f(x_1) > f(x_2)$ اذن f هابطة تمامًا على $]-\infty, 2]$

- على المجال $[2, +\infty[$: $\textcircled{05}$

لكن x_1, x_2 عددين حقيقيين من $[2, +\infty[$ حيث: $2 \leq x_1 < x_2$

اذن: $0 \leq x_1 - 2 < x_2 - 2$
 ومنه: $(x_1 - 2)^2 < (x_2 - 2)^2$ اذن:
 $(x_1 - 2)^2 + 1 < (x_2 - 2)^2 + 1$

اذن: $f(x_1) < f(x_2)$ ومنه f
 متزايدة تمامًا على $[2, +\infty[$
 تشكل جدول التغيرات: $\textcircled{05}$

	x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$				

3/ تبين كيفية انشاء (P) انطلاقًا من

منحنى دالة مرجعة يطلو زيبها.

لكن $(x, y) \in (P)$ معناه: $y = f(x)$ $\textcircled{05}$

اذن: $y = (x-2)^2 + 1$ اذن: $y - 1 = (x-2)^2$

نضع: $X = x - 2$ و $Y = y - 1$

اذن: $Y = X^2$ وهذه النقطة

$(x, y) \in (P)$ حيث (P) هو بيان الدالة المرص

وهذه (P) صورة (P) باستبدال شعاع

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$

الرسم: في الصفحة الأخيرة: $\textcircled{05}$

(II) $g(x) = x^2 - 1$

1/ حساب $g(0)$:

$g(0) = 0^2 - 1 = -1$ $\textcircled{05}$

تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي:

$g(x) + 1 \geq 0$

لدينا: $g(x) + 1 = x^2 - 1 + 1 = x^2$ $\textcircled{05}$

حققة $x^2 \geq 0$ دوماً

لدينا $g(x) + 1 \geq 0$ اذن $g(x) \geq -1$ $\textcircled{05}$

وهذه $g(x) \geq g(0)$ من أجل كل $x \in \mathbb{R}$

اذن g تصل قيمته حدية صفري

وهي -1 وتبلغها عند $x=0$.

3/ دراسة شفعية الدالة f: $\textcircled{05}$

1/ ما كل $x \in \mathbb{R}$ فإن $-x \in \mathbb{R}$

2/ $g(-x) = (-x)^2 - 1 = x^2 - 1 = g(x)$

اذن g دالة فردية.

التفسير البصري: (g) متوازي بالنسبة لمحور التماس.

$$h(x) = f(x) - g(x) \quad (II)$$

1. كتابة $h(x)$ بدلالة x :

$$h(x) = f(x) - g(x) \quad (0.5)$$

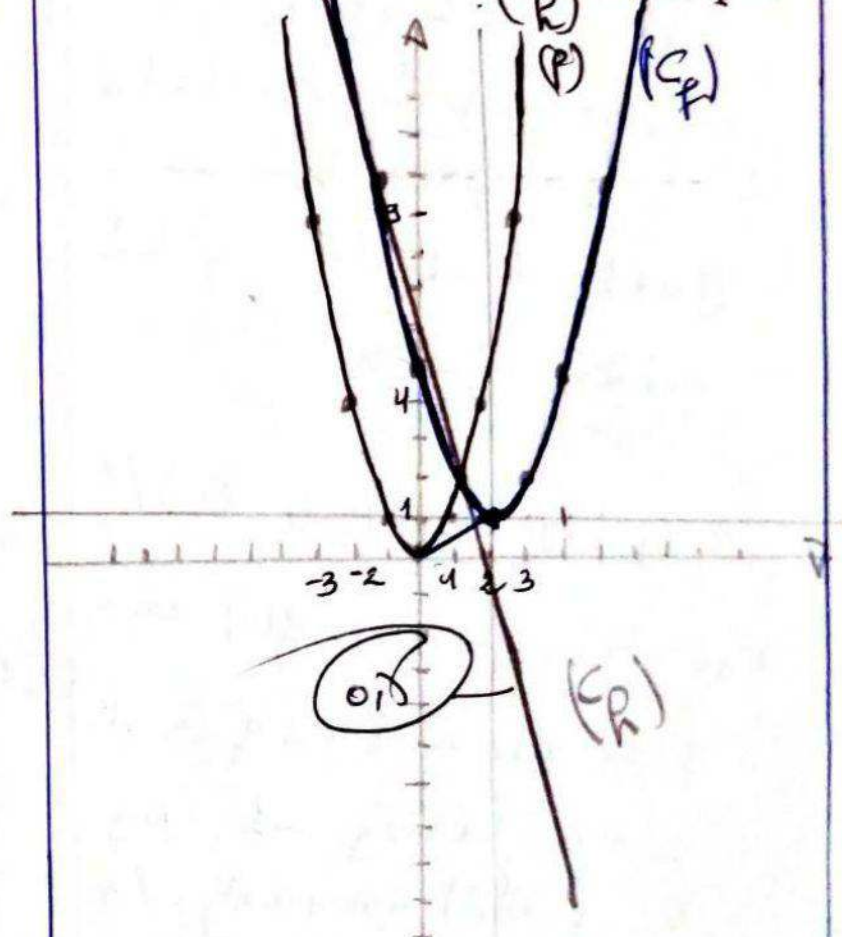
$$= x^2 - 4x + 5 - (x^2 - 1) \\ = x^2 - 4x + 5 - x^2 + 1$$

$$h(x) = -4x + 6$$

- استنتاج اتجاه تغير: (0.5)

h دالة تالفة، معامل x يساوي -4 .
اذن $a = -4 < 0$ فتناقص h فاقامة قامة.

2. انشاء (C_h)



حل بيانيا المعادلة $h(x) = 0$

حل المعادلة $h(x) = 0$

هو قوام تقاطع

(C_f) مع (C_g) وهي 1 و -1

$$S = \{-1, 1\} \quad (0.5)$$

- تحيية الجميع -