

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (04 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$.

1. أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq n + 3$.
- ب- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(n + 3 - u_n)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

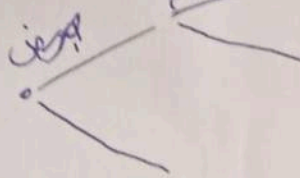
2. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n - n$.
- أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$ ، يطلب تعيين حدتها الأول.

ب- تحقق أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $u_n = n + 3\left(\frac{2}{3}\right)^n$.

3. أحسب المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{S_n}{n^2}$.

التمرين الثاني (05 ن)

يحتوي كيس على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس ، منها 6 بيضاء مرقمة بـ : $1, 0, 2, 2, 2, 2$ و 4 كريات خضراء مرقمة بـ : $2, -1, -1, -1$.



$$P(A \cap B) = P_A(C) \times P(A)$$

$$P_A(A) = \frac{P(A)}{P(B)}$$

$$\frac{3!}{2!(2-1)!}$$

1) أ- أحسب احتمال الحوادث التالية :

الحادثة " A " الحصول على 3 كريات تحمل نفس الرقم "

الحادثة " B " الحصول على 3 كريات من نفس اللون "

الحادثة " C " الحصول على 3 كريات جداء أرقامها سالبة تماما "

ب- بين أن $p(A \cap B) = \frac{1 \times 5}{24 \times 5}$ ، ثم أحسب $p_B(A)$ و $p(A \cup B)$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكرات الخضراء المسحوبة.

أ- عين قيم X ، ثم عرف قانون احتماله.

ب- أحسب الامل الرياضي $E(X)$ للمتغير X .

3) نسحب الان عشوائيا 3 كريات على التوالي و بالارجاع.

• أحسب احتمال الحادثة E حيث : " E " الكرات المسحوبة تحمل أرقام مختلفة في الإشارة "

موجب موجب موجب
موجب سالب موجب
موجب موجب سالب

150

موجب موجب سالب موجب
موجب سالب موجب سالب
موجب سالب موجب سالب

التمرين الثالث : (04 ن)

عين الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الآتية في كل حالة :

1. مجموعة حلول المعادلة : $e^{(\ln x)^2 - 6} = x$ ذات المجهول x في المجال $+\infty[0$ ؛ هي :

- أ- $S = \{e^3\}$
- ب- $S = \{-2 ; 3\}$
- ج- $S = \{e^{-2} ; e^3\}$

2. العدد الحقيقي $\int_0^{\ln 4043} \frac{1}{1+e^{-x}} dx$ يساوي :

→ $\ln 4043$

ب - $\ln 2022$

$$= \frac{1+e^{-x}}{e^x} \int_0^{\ln 4043} (e^x e^x) - (e^x + 1) e^{-x} = e^x - e^{-x} \Big|_0^{\ln 4043} = e^{\ln 4043} - e^{-\ln 4043} = 4043 - \frac{1}{4043}$$

3. حل المعادلة التفاضلية : $y' = \frac{2x+1}{x+1}$ و الذي يحقق $y(0) = -2$ هو :

أ - $y = -2x + \ln|x+1| + 1$ ب - $y = 2x - \ln|x+1| - 2$ ج - $y = x + \ln|x+1|$

4. a عدد حقيقي ، الاعداد : a ، $3+a$ و $9+a$ بهذا الترتيب تشكل حدود متتابعة من متتالية هندسية من أجل :

→ $a = 5$

ب - $a = 9$

أ - $a = 3$

التمرين الرابع : (07 ن)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$: $g(x) = \frac{x+1}{2x+1} - \ln x$:

1. أثبت أن الدالة g متناقصة تماما على $]0; +\infty[$.

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1.8 < \alpha < 1.9$ ، ثم استنتج تبعا لقيم x إشارة $g(x)$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$: $f(x) = \frac{2\ln x}{x^2+x}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; I; J)$ و $\|j\| = 2cm$.

1. أحسب كلا من : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتائج هندسيا.

2. أ - بين أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ فان : $f'(x) = \frac{2(2x+1)g(x)}{(x^2+x)^2}$

ب - استنتج أن الدالة f متزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$ و متناقصة تماما على المجال $]0; \alpha]$.

ج - تحقق أن : $f(\alpha) = \frac{2}{\alpha(2\alpha+1)}$ ، ثم استنتج حصر $f(\alpha)$.

$$\frac{2}{3} \times 3 \times 2$$

د - شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. عين معادلة المماس (Δ) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

4. أنشئ كلا من (Δ) و (C_f) .

5. أ - جد دالة أصلية للدالة $\frac{\ln x}{x}$ ، ثم باستعمال المكاملة بالتجزئة عين H الدالة الأصلية للدالة :

ب - $x \mapsto \frac{\ln x}{x^2}$ ، و التي تتعدم عند 1.

ج - تحقق أنه من أجل كل $x \geq 1$: $\frac{\ln x}{x^2} \leq f(x) \leq \frac{\ln x}{x}$

د - $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و المستقيمت التي معادلاتها : $y = 0$ و

$x = \alpha$ و $x = 1$

استنتج حصر $A(\alpha)$.

$$\frac{2}{t^2} = -\frac{1}{t}$$

$$\frac{1}{t^2} = -\frac{1}{t} \Rightarrow \frac{1}{t^2} = -\frac{1}{t} \Rightarrow \frac{1}{t^2} = -\frac{1}{t} \Rightarrow \frac{1}{t^2} = -\frac{1}{t}$$

بالتوفيق في شهادة البكالوريا