

المستوى :

3 ثانوي

علوم تجريبية

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ساعة ونصف { 90 د }

23 أكتوبر 2021



المنصة العلمية للبالوريا - عقبة بن نافع -

الموسم الدراسي : 2021 / 2022

الفصل الأول

الفرض الأول في مادة

الرياضيات

❖ ملاحظة : أيها التلاميذ الشرفاء استغلوا المدة الزمنية للمحاولة الكتابية في الموضوع بشكل منظم ،،

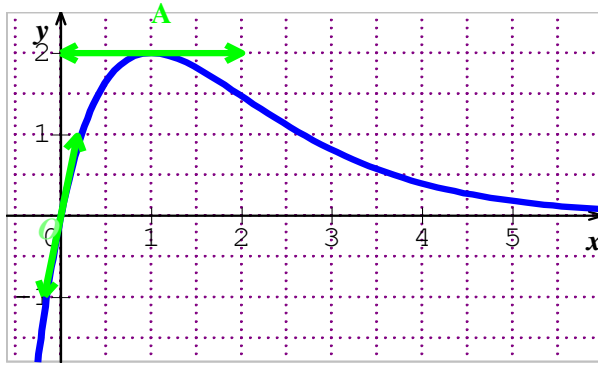
05 ن

التمرين الأول

❖ ملاحظة : الجزء الأول و الثاني مستقلان عن بعضها البعض { أي : لا علاقة تربط هذه الأجزاء } ،،
الجزء الأول :

❖ في الشكل C_f هو منحنى الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، و مماسين عند كل من النقطتين O و A .

• في كل السؤال ، بالضبط اقتراح واحد صحيح المطلوب تعيينه .



(1) العدد المشتق للدالة f عند 0 يساوي :

أ - 2 . ب - 0 . ج - 1 . د - 4 .

(2) أ - $f(0) = 2$. ب - $f(1) = 0$.

ج - $f'(0) = 0$. د - $f'(1) = 0$.

(3) أ - القيمة الحدية العظمى للدالة f هي 2 .

ب - $f'(2) > 0$.

ج - القيمة الحدية الصغرى للدالة f على $\mathbb{R}$ ، هي 0 .

(4) أ - $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$. ب - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.

ج - $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$. د - $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(1)$.

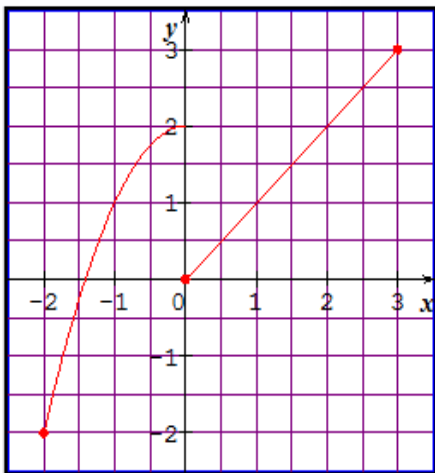
الجزء الثاني :

لتكن f الدالة المعرفة على $[-2; 3]$ كما يلي :

$$\left. \begin{array}{l} x \in [-2; 0[\text{ إذا كان } f(x) = -x^2 + 2 \\ x \in [0; 3] \text{ إذا كان } f(x) = x \end{array} \right\}$$

1. في الشكل المقابل التمثيل البياني الدالة f . هل تقبل الدالة f نهاية عند 0 ؟

2. هل الدالة f مستمرة على $[-2; 3]$ ؟ أذكر مجالا تكون الدالة f مستمرة عليه.



الصفحة : 01 من 03

❖ ملاحظة : الأجزاء الأربعة مستقلة عن بعضها البعض { أي : لا علاقة تربط هذه الأجزاء } ، ،

الجزء الأول :

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2; 1\}$ بـ $f(x) = \frac{2x+3}{x^2+x-2}$

1. حدد حسب قيم x إشارة x^2+x-2 .

2. أدرس النهايات من اليمين و من اليسار عند كل من -2 و 1 .

3. أدرس نهايتي الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$.

الجزء الثاني :

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

1. أدرس اتجاه تغير f . أحسب $f(-1)$. شكل جدول تغيرات الدالة f ثم استنتج إشارتها على $\mathbb{R}$.

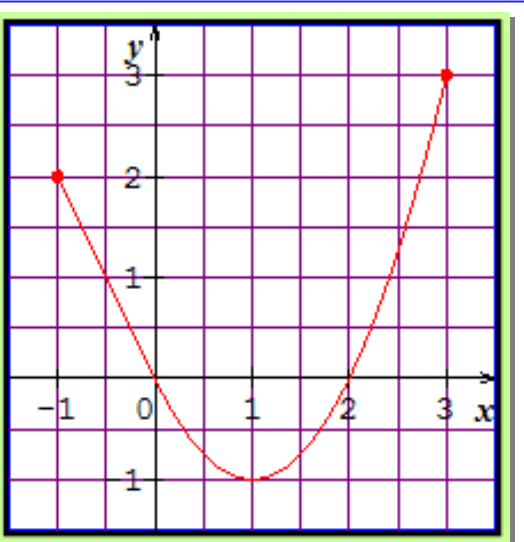
2. باستعمال السؤال 1 أدرس اتجاه تغير الدالة g المعرفة على $]-\infty; 0[$ بـ $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{4}{x}$.

الجزء الثالث :

لتكن الدالة g المعرفة بالدستور التالي : $g : x \mapsto \frac{1}{(x^2-1)^3}$ على المجال $]1; +\infty[$.

❖ برهن باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة أن المعادلة $x^3 - 2x = -2$ تقبل على الأقل حلا في المجال $[-2; 1]$.

الجزء الرابع :



التمثيل البياني المقابل هو لدالة g قابلة للاشتقاق على $[-1; 3]$

1. عين بيانيا إشارة $g(x)$ ثم إشارة $g'(x)$.

2. نعتبر الدالة f المعرفة على $[-1; 3]$ بـ $f(x) = [g(x)]^2$.

أحسب $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ و $g'(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$.

نعتبر الدالة f المعرفة بـ : $f(x) = ax + \frac{b}{4x+2}$ مع a و b عددين حقيقيين .

علما أن : مجموعة تعريف الدالة f هي $D_f =]-\infty; -\frac{1}{2}[\cup]-\frac{1}{2}; +\infty[$

1.

أ - بين أن الدالة f تقبل الاشتقاق على كل مجال من المجموعة D_f .

ب - عين العددين a و b بحيث من أجل كل $x \in D_f$ ، $f'(0) = \frac{7}{2}$ و $f(0) = -\frac{3}{2}$.

2.

أ - أحسب النهايات عند حدود المجموعة D_f .

ب - برّر أنه من أجل كل $x \in D_f$ ، $f'(x) > 0$.

ج - أنجز جدول تغيرات الدالة f .

3. نسمي $\mathcal{C}_f$ المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

أ - برهن أن المستقيم ذي المعادلة $y = \frac{1}{2}x$ هو مستقيم مقارب للمنحني $\mathcal{C}_f$.

ب - أكتب معادلة لمماس المنحني $\mathcal{C}_f$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ج - برهن أن النقطة ω ذات الإحداثيتين $(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4})$ هي مركز تناظر للمنحني $\mathcal{C}_f$. أرسم المنحني $\mathcal{C}_f$.

..... حاول ،، قاوم ،، تحدى ،، لا تتردد انتهى .

❖ **ملاحظة :** بالنسبة لتلاميذ شعبة رياضيات و تقني رياضي يمكن الاستفادة من هذا الموضوع ،، ريثما يتم رفع الموضوع الخاص لكم ،،

أيها التلاميذ الشرفاء تذكروا أن : تعب المراجعة أفضل من ألم السقوط ،،

المنصة العلمية للبكالوريا - عقبة بن نافع - 2022

المستوى :

3 ثانوي

علوم تجريبية

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ساعة ونصف { 90 د }

24 أكتوبر 2021



المنصة العلمية للكالوريا - عقبة بن نافع -

الموسم الدراسي : 2021 / 2022

الفصل الأول

الرياضيات

تصحیح الفرض الأول في مادة

❖ ملاحظة: أيها التلاميذ الشرفاء تفحصوا الحل للتأكد من المحاولة ،، و للعلم أنه الحل مختصر ،،

05 ن

التمرين الأول

الجزء الأول :

• إليكم أيها الشرفاء الإجابة باختيار إجابة صحيحة واحدة دون تبرير .

1) العدد المشتق للدالة f عند 0 يساوي : د - 4 .

2) $f'(0) = 0$ - ج .

3) أ - القيمة الحدية العظمى للدالة f هي 2 .

4) ب - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.

الجزء الثاني :

1. لدينا من جهة $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$ و لدينا من جهة ثانية $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$.

✓ إذن لا تقبل الدالة f نهاية عند 0 .

2. الدالة غير مستمرة عند 0 و بالتالي فهي غير مستمرة على $[-2; 3]$.

• نلاحظ أنه غير ممكن رسم تمثيلها البياني دون رفع القلم .

• الدالة f مستمرة مثلا على المجال $[0; 3]$.

الصفحة : 01 من 06

الجزء الأول :

1. لكثير الحدود $x^2 + x - 2$ جذران هما -2 و 1. و بتطبيق القاعدة المحددة لإشارة ثلاثي حدود من الدرجة 3 نجد:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$		
x^2+x-2		$+$	0	$-$	0	$+$

2. $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$ فإن $x^2 + x - 2 > 0$ ، $x < -2$ من أجل و بما أنه من أجل $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + x - 2) = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow -2} (2x + 3) = -1$

$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$ فإن $x^2 + x - 2 < 0$ ، $-2 < x < 1$ من أجل و بما أنه من أجل $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + x - 2) = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow -2} (2x + 3) = -1$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ فإن $x^2 + x - 2 < 0$ ، $-2 < x < 1$ من أجل و بما أنه من أجل $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x - 2) = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} (2x + 3) = 5$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ فإن $x^2 + x - 2 > 0$ ، $x > 1$ من أجل و بما أنه من أجل $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x - 2) = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} (2x + 3) = 5$

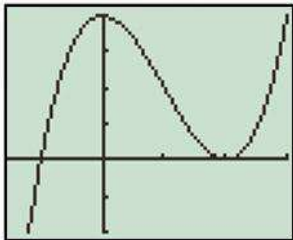
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{x} \right) = 0$. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x} \right) = 0$

الجزء الثاني :

1. الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا: $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$

$f'(x)$ كثير حدود من الدرجة الثانية جذراه 0 و 2 و بالتالي فإشارته من نفس إشارة (-3) بين الجذرين أي سالبة

على المجال $[0; 2]$ لدينا: $f(-1) = (-1)^3 - 3(-1)^2 + 4 = 0$



x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$ إشارة		$+$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$							

• من جدول التغيرات نستنتج أن $f(x) \leq 0$ على $[-\infty; -1]$ و $f(x) \geq 0$ على $[-1; +\infty[$.

2. الدالة g قابلة للاشتقاق على $]-\infty; 0[$ و لدينا: $g'(x) = x - 3 + \frac{4}{x^2} = \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^2} = \frac{f(x)}{x^2}$

- إذن إشارة $g'(x)$ هي من نفس إشارة $f(x)$ على $]-\infty; 0[$ أي سالبة على $]-\infty; -1[$ و موجبة على $]-1; 0[$.
 • نستنتج هكذا أن الدالة g متناقصة تماما على $]-\infty; -1[$ و متزايدة تماما على $]-1; 0[$.

الجزء الثالث :

طريقة: لإثبات وجود حلول معادلة على مجال $[a; b]$ باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة نتبع الخطوات التالية :

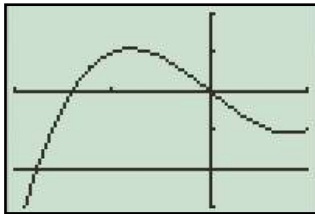
- نكتب المعادلة على الشكل $f(x) = k$.
 - نتحقق من استمرارية الدالة f على المجال $[a; b]$.
 - نتحقق من أن العدد k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$.
- الحل:** يمكن كتابة المعادلة $x^3 - 2x = -2$ على الشكل $f(x) = -2$ حيث f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب :

$$f(x) = x^3 - 2x \quad (\text{يمكن اختيار كتابة أخرى مماثلة})$$

الدالة f دالة كثير حدود و بالتالي فهي مستمرة على $\mathbb{R}$ و من ثم على $[-2; 1]$.

لدينا $f(-2) = -4$ و $f(1) = -1$ كما نلاحظ أن العدد -2 محصور بين العددين -4 و -1.

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $x^3 - 2x = -2$ تقبل على الأقل حلا في المجال $[-2; 1]$.



ملاحظة : يمكن مراقبة النتيجة باستعمال حاسبة بيانية بحيث يتم تمثيل الدالة f و المستقيم ذا المعادلة $y = -2$ ثم ملاحظة تقاطعهما.

الجزء الرابع :

1. نلاحظ أن منحنى الدالة g يقع فوق محور الفواصل من أجل $x \in [-1; 0] \cup [2; 3]$ و تحته من أجل $x \in [0; 2]$

و منه $g(x) \geq 0$ من أجل $x \in [-1; 0] \cup [2; 3]$ و $g(x) \leq 0$ من أجل $x \in [0; 2]$.

بما أن الدالة g متناقصة تماما على $[-1;1]$ و متزايدة تماما على $[1;3]$ و تقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة 1 فإن $g'(x) < 0$ من أجل $[-1;1]$ و $g'(x) > 0$ من أجل $[1;3]$ و $g'(1) = 0$.

2. الدالة g معرفة و قابلة للاشتقاق على $[-1;3]$ و منه فالدالة $f = g^2$ معرفة و قابلة للاشتقاق على $[-1;3]$

• حسب قانون الاشتقاقية للدالة مربع نجد : $f'(x) = 2g'(x)g(x)$.

• باستعمال الجدول الموالي نحصل على إشارة $f'(x)$:

x	-1	0	1	2	3		
$g(x)$	+	0	-	-	0	+	
$g'(x)$	-	-	0	+	+	+	
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+



1. أ. لدينا من أجل كل $x \in D_f$ ، $4x + 2 \neq 0$ إذن الدالة الناطقة $x \mapsto \frac{b}{4x+2}$ تقبل الاشتقاق عند كل قيمة من D_f ؛
الدالة كثير حدود $x \mapsto ax$ تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ إذن تقبل الاشتقاق عند كل قيمة من D_f ولدينا مجموع هاتين الدالتين
هو الدالة f ؛ إذن الدالة f تقبل الاشتقاق عند كل قيمة من D_f . { استعمال المبرهنة حول مشتق مجموع دالتين } .

ب. $f'(x) = a - \frac{4b}{(4x+2)^2}$ ؛ $f'(0) = \frac{7}{2}$ معناه $a - b = \frac{7}{2}$ ؛
 $f(0) = -\frac{3}{2}$ معناه $\frac{b}{2} = -\frac{3}{2}$ و بالتالي نجد $b = -3$ و $a = \frac{1}{2}$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

2. أ. للحصول على النتائج نطبق المبرهنات على النهايات .

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty ؛ \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} f(x) = -\infty ؛ \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} f(x) = +\infty$$

ب. $f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{12}{(4x+2)^2}$ مجموع عددين موجبين تماما إذن من أجل كل $x \in D_f$ ، $f'(x) > 0$.

ج. جدول التغيرات للدالة f :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow +\infty$

3. أ. $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} |f(x)| = +\infty$ و $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x) - \frac{1}{2}x = 0$ إذن المستقيم ذي المعادلة $y = \frac{1}{2}x$ هو مستقيم مقارب للمنحني $\mathcal{C}_f$.

ب. { تطبيق مباشر للمعادلة المعروفة $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ مع العلم أن المعاملات أعطيت في 1 } .

• نجد معادلة المماس هي $y = \frac{7}{2}x - \frac{3}{2}$.

ج - استعملنا طريقة تغيير المعلم من المبدأ O إلى المبدأ ω ؛ يمكن استعمال طرق أخرى :

M نقطة من $\mathcal{C}_f$ حيث $(x; y)$ إحداثيتها في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ و $(x'; y')$ إحداثيتها في المعلم $(\omega; \vec{i}; \vec{j})$ من $\overrightarrow{\omega M} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{O\omega}$ ينتج
 $y' = y + \frac{1}{4}$ و $x' = x + \frac{1}{2}$ ثم نجد $y' = \frac{1}{2}x' - \frac{4}{4x' + 2} + \frac{1}{4}$ ؛ $y' = \frac{1}{2}x' - \frac{1}{x'}$ ونبرهن أن الدالة $g : x \mapsto \frac{1}{2}x - \frac{1}{x}$ هي فردية .



..... نتمنى أن تكونوا قد استفدتم بذلك القدر الذي نريده منكم انتهى .

أيها التلاميذ الشرفاء تذكروا أن : تعب المراجعة أفضل من ألم السقوط ،،

المنصة العلمية للبالوريا - عقبة بن نافع - 2022