



التمرين الأول: (06.5 نقاط)

1/ أتمم الجدول التالي، موضحا طريقة الحساب:

صيغة الحصر	صيغة المجال	مركز المجال	نصف قطر المجال	صيغة المسافة	صيغة القيمة المطلقة
$-2 \leq x \leq 4$					
					$ x + 1 < 3$

2/ مثل المجالين $E = [-2; 4]$ و $F =]-4; 2[$ على المستقيم العددي المزود بمعلم $(O; I)$ ، ثم عيّن $E \cap F$ و $E \cup F$.

التمرين الثاني: (06.5 نقاط)

1/ نعتبر العددين الحقيقيين $a = 3\sqrt{3}$ و $b = 2\sqrt{7}$.

أ/ بين أن: $a - b = \frac{-1}{3\sqrt{3} + 2\sqrt{7}}$ ، ثم استنتج مقارنة بين a و b .

ب/ أنشر وبسط العدد $(3\sqrt{3} - 2\sqrt{7})^2$ ، ثم استنتج كتابة مبسطة للعدد: $A = \sqrt{55 - 12\sqrt{21}}$.

2/ ليكن x و y عددين حقيقيين حيث: $|5 - 2x| \leq 1$ و $-2 \leq y \leq -1$.

أ/ بين أن: $2 \leq x \leq 3$.

ب/ عيّن حصرا لكل من العددين: $(x^2 + 4)$ و $(y^2 + x)$.

ج/ بيّن أن: $\frac{3}{13} \leq \frac{y^2 + x}{x^2 + 4} \leq \frac{7}{8}$ ، ثم استنتج مقارنة بين: $\left(\frac{y^2 + x}{x^2 + 4}\right)^{2025}$ و $\left(\frac{y^2 + x}{x^2 + 4}\right)^{2026}$.

التمرين الثالث: (06.5 نقاط)

1/ A ، B و M نقط من المستقيم العددي المزود بمعلم $(O; I)$ فواصلها على الترتيب -2 ، 4 و x ، حيث $x \in \mathbb{R}$.

أ/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة والمترابحة التاليتين : $|x - 1| = 3$.

ب/ $|x + 2| > |x - 4|$.

2/ لتكن $E(x)$ العبارة ذات المتغير الحقيقي x التالية: $E(x) = |4 - x| + |x + 2|$.

أ/ أدرس حسب قيم x إشارة كل من $(4 - x)$ و $(x + 2)$ ثم أكتب $E(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

ب/ حل في $\mathbb{R}$ المترابحة: $E(x) \geq 8$.

التمرين الأول: (06.5 نقاط)

1/ إتمام الجدول:

لدينا: $a_1 = -2$ و $b_1 = 4$ وبالتالي:

$$\begin{cases} c_1 = \frac{a_1 + b_1}{2} = \frac{-2 + 4}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ r_1 = \frac{b_1 - a_1}{2} = \frac{4 - (-2)}{2} = \frac{6}{2} = 3 \end{cases}$$

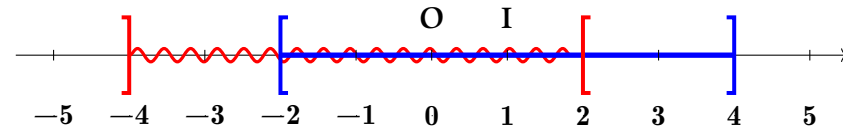
لدينا: $c_2 = -1$ و $r_2 = 3$ وبالتالي:

$$\begin{cases} a_2 = c_2 - r_2 = -1 - 3 = -4 \\ b_2 = c_2 + r_2 = -1 + 3 = 2 \end{cases}$$

الحصر	المجال	المركز	ن القطر	المسافة	القيمة المطلقة
$-2 \leq x \leq 4$	$x \in [-2; 4]$	1	3	$d(x; 1) \leq 3$	$ x - 1 \leq 3$
$-4 < x < 2$	$x \in]-4; 2[$	-1	3	$d(x; -1) < 3$	$ x + 1 < 3$

2/ تمثيل المجالين:

المجال $E = [-2; 4]$ باللون الأزرق، والمجال $F =]-4; 2[$ باللون الأحمر.



$$E \cap F = [-2; 2]$$

$$E \cup F =]-4; 4]$$

• الاستنتاج:

التمرين الثاني: (06.5 نقاط)

1/ التبيان:

$$a - b = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{7} = \frac{(3\sqrt{3} - 2\sqrt{7})(3\sqrt{3} + 2\sqrt{7})}{3\sqrt{3} + 2\sqrt{7}}$$

$$= \frac{(3\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{7})^2}{3\sqrt{3} + 2\sqrt{7}} = \frac{9 \times 3 - 4 \times 7}{3\sqrt{3} + 2\sqrt{7}} = \frac{27 - 28}{3\sqrt{3} + 2\sqrt{7}}$$

$$= \frac{-1}{3\sqrt{3} + 2\sqrt{7}}$$

لدينا: $a - b < 0$ إذن: $a < b$ • استنتاج مقارنة:

ب/ النشر والتبسيط:

$$\begin{aligned} (3\sqrt{3} - 2\sqrt{7})^2 &= (3\sqrt{3})^2 - 2 \times 3\sqrt{3} \times 2\sqrt{7} + (2\sqrt{7})^2 \\ &= 9 \times 3 - 12\sqrt{3 \times 7} + 4 \times 7 = 27 - 12\sqrt{21} + 28 \\ &= 55 - 12\sqrt{21} \end{aligned}$$

• الاستنتاج: $A = \sqrt{55 - 12\sqrt{21}} = \sqrt{(3\sqrt{3} - 2\sqrt{7})^2} = |3\sqrt{3} - 2\sqrt{7}|$

$$= -(3\sqrt{3} - 2\sqrt{7}) = -3\sqrt{3} + 2\sqrt{7}$$

2/ ا/ تبيان أن $2 \leq x \leq 3$: لدينا: $|5 - 2x| \leq 1$ معناه: $-1 \leq 5 - 2x \leq 1$

ومنه: $-6 \leq -2x \leq -4$ أي: $-1 - 5 \leq -2x \leq 1 - 5$

وبالتالي: $\frac{-4}{-2} \leq \frac{-2x}{-2} \leq \frac{-6}{-2}$ إذن: $2 \leq x \leq 3$

ب/ حصر العدد $(x^2 + 4)$:

لدينا: $2 \leq x \leq 3$ ومنه: $4 \leq x^2 \leq 9$

ومنه: $4 + 4 \leq x^2 + 4 \leq 9 + 4$ إذن: $8 \leq y^2 + x \leq 13$

حصر العدد $(y^2 + x)$:

لدينا: $-2 \leq y \leq -1$ ومنه: $(-1)^2 \leq y^2 \leq (-2)^2$

أي: $1 \leq y^2 \leq 4$ ولدينا: $2 \leq x \leq 3$ وبالتالي: $1 + 2 \leq y^2 + x \leq 4 + 3$

إذن: $3 \leq y^2 + x \leq 7$

ج/ التبيان: لدينا: $8 \leq x^2 + 4 \leq 13$ ومنه: $\frac{1}{13} \leq \frac{1}{x^2 + 4} \leq \frac{1}{8}$

ولدينا: $3 \leq y^2 + x \leq 7$ ومنه: $3 \times \frac{1}{13} \leq (y^2 + x) \times \frac{1}{x^2 + 4} \leq 7 \times \frac{1}{8}$

إذن: $\frac{3}{13} \leq \frac{y^2 + x}{x^2 + 4} \leq \frac{7}{8}$

• استنتاج مقارنة: لدينا: $\frac{3}{13} \leq \frac{y^2 + x}{x^2 + 4} \leq \frac{7}{8}$ وبما أن: $\frac{7}{8} < 1$ و $0 < \frac{3}{13}$

فإن: $0 < \frac{y^2 + x}{x^2 + 4} < 1$ إذن: $\left(\frac{y^2 + x}{x^2 + 4}\right)^{2026} < \left(\frac{y^2 + x}{x^2 + 4}\right)^{2025}$

x	$-\infty$	-2	4	$+\infty$
$4 - x$		+	+	-
$x + 2$		-	0	+
$E(x)$	$(4 - x) + (-x - 2)$ $= 4 - x - x - 2$ $E(x) = -2x + 2$	$(4 - x) + (x + 2)$ $= 4 - x + x + 2$ $E(x) = 6$	$(-4 + x) + (x + 2)$ $= -4 + x + x + 2$ $E(x) = 2x - 2$	

$$E = \begin{cases} -2x + 2 & ; \text{لما } x \in]-\infty; -2[\\ 6 & ; \text{لما } x \in [-2; 4] \\ 2x - 2 & ; \text{لما } x \in [4; +\infty[\end{cases}$$

وبالتالي:

ب/ حل المتراجحة $E(x) \geq 8$: نميز ثلاث حالات:

◀ لما: $x \in]-\infty; -2[$

فالمتراجحة تكافئ: $-2x + 2 \geq 8$ ومنه: $-2x \geq 6$ وبالتالي: $x \leq \frac{6}{-2}$
أي: $x \leq -3$. إذن نقبل فقط الحلول التي تنتمي إلى المجال $]-\infty; -2[$ ، أي
مجموعة حلول المتراجحة على هذا المجال هي: $S_1 =]-\infty; -3]$.

◀ لما: $x \in [-2; 4]$

فالمتراجحة تكافئ: $6 \geq 8$ أي المتراجحة غير محققة من أجل كل قيم x من هذا
المجال، إذن مجموعة حلول المتراجحة على هذا المجال هي: $S = \emptyset$

◀ لما: $x \in [4; +\infty[$

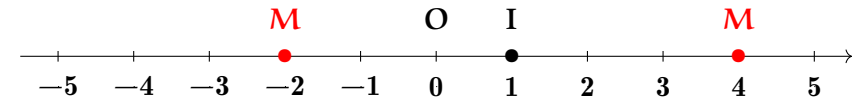
فالمتراجحة تكافئ: $2x - 2 \geq 8$ ومنه: $2x \geq 10$ إذن: $x \geq 5$
إذن نقبل فقط الحلول التي تنتمي إلى المجال $[4; +\infty[$ ، أي مجموعة حلول المتراجحة
على هذا المجال هي: $S_3 = [5; +\infty[$.

• إذن مجموعة حلول المتراجحة في $\mathbb{R}$ هي: $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$

إذن: $S =]-\infty; -3] \cup [5; +\infty[$.

التمرين الثالث: (06.5 نقاط)

1/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $|x - 1| = 3$: تكافئ: $d(x; 1) = 3$ معناه: $MI = 3$.



وبالتالي للنقطة M موضعين على المستقيم العددي فاصلتاها: $x = -2$ و $x = 4$.

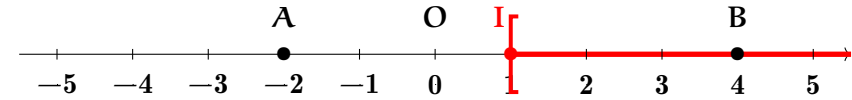
إذن مجموعة حلول المعادلة هي: $S = \{-2; 4\}$

◀ الطريقة 2: $|x - 1| = 3$: معناه: $x - 1 = 3$ أو $x - 1 = -3$

ومنه: $x = 4$ أو $x = -2$ إذن مجموعة حلول المعادلة هي: $S = \{-2; 4\}$

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $|x + 2| > |x - 4|$

تكافئ: $d(x; -2) > d(x; 4)$ معناه: $MA > MB$.



وبالتالي النقطة M تنتمي إلى نصف المستقيم (IB) (النقطة I منتصف القطعة $[AB]$).

إذن مجموعة حلول المعادلة هي: $S =]1; +\infty[$

2/ 1/ دراسة الإشارة والكتابة دون رمز القيمة المطلقة:

لدينا: $x + 2 = 0$ ولدينا: $4 - x = 0$
لما: $x = -2$ لما: $x = 4$



➡ رابط الموضوع والإجابة النموذجية