



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: 2023

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a = 2023$ و $b = 1444$

(1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 5

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^3 + b^2 + 2$ على 5

(2) أ) بين أن: $b \equiv -1[5]$

ب) تحقق أن العدد $b^{2024} - 1$ يقبل القسمة على 5

(3) أ) استنتج أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $b^{2n} \equiv 1[5]$

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a + b^{2n} - bn \equiv 0[5]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $u_n = 5n - 2$

(1) احسب u_0 ، u_1 و u_2

(2) أ) بين أن المتتالية (u_n) حسابية يُطلب تعيين أساسها.

ب) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

(3) بين أن العدد 2023 حدّ من حدود المتتالية (u_n) ثم استنتج رتبته.

(4) تحقق أن: $u_0 + u_1 + \dots + u_{405} = 410263$

(5) (v_n) المتتالية الحسابية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول v_0 وأساسها r حيث: $v_3 = 13$ و $v_{10} = 48$

أ) عيّن r أساس المتتالية (v_n) وحدّها الأول v_0

ب) عيّن عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n



التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2$

(1) (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ) تحقق أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = x(x-2)$

ب) استنتج أن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty; 0]$ و $[2; +\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $[0; 2]$

ج) شكّل جدول تغيّرات الدالة f

(3) (T) المماس للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

تحقق أن: $y = -x + \frac{1}{3}$ معادلة (T)

(4) أ) تحقق أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = \frac{1}{3}(x-3)x^2$

ب) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$

ج) استنتج إحداثيي نقطتي تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل.

(5) احسب $f(-2)$ ، $f(4)$ وارسم (T) و (C_f)



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a = 1945$ و $b = 2024$

(1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7

ب) بين أن: $a \equiv -1[7]$

(2) استنتج أن العددين a^2 و b^2 متوافقان بترديد 7

(3) بين أن العدد $a^2 + b^2 - 2$ يقبل القسمة على 7

(4) أ) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $a^{2n} \equiv 1[7]$

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a^{2n} + bn + 1 \equiv 0[7]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول u_0 وأساسها q حيث: $q = 2$ و $u_2 + u_3 = 60$

(1) بين أن: $u_0 = 5$

(2) عيّن قيمة الحدّ الذي رتبته 7

(3) أ) عيّن عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n

ب) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = 5 \times 2^n$

ج) استنتج أن (u_n) متزايدة تماما.

(4) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_0 + u_1 + \dots + u_n = 5 \times 2^{n+1} - 5$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = -x^3 + 3x + 2$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$)

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(2) أ) تحقق أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $g'(x) = -3(x-1)(x+1)$

ب) استنتج أن الدالة g متناقصة تماما على كل من المجالين $]-\infty; -1]$ و $[1; +\infty[$

ومتزايدة تماما على المجال $[-1; 1]$

ج) شكّل جدول تغيّرات الدالة g



(3) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g(x) = (2 - x)(x + 1)^2$

ب) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x) = 0$

ج) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_g) مع حامل محوري الإحداثيات.

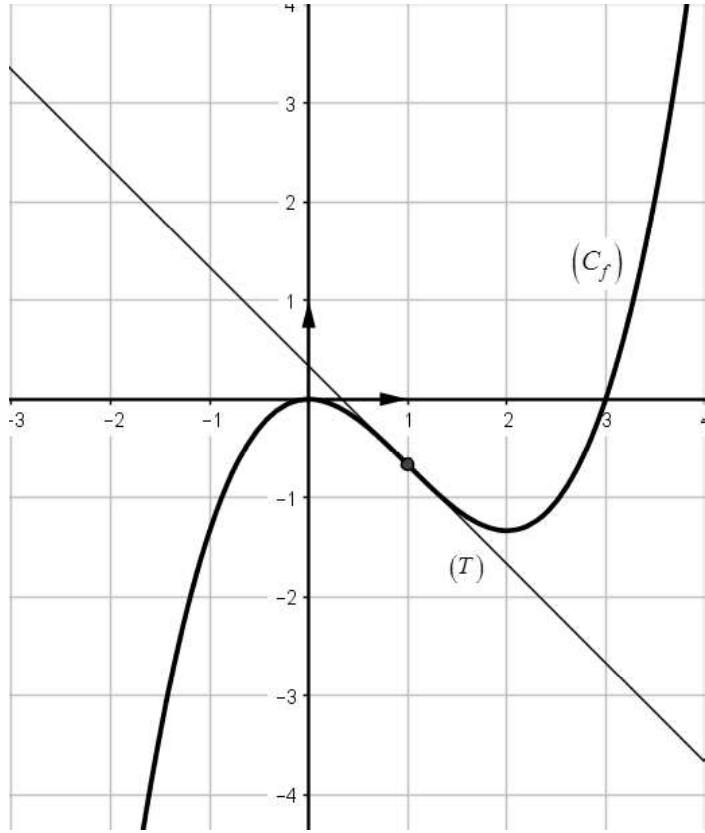
(4) (T) المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0

تحقّق أنّ: $y = 3x + 2$ معادلة لـ (T)

(5) احسب $g(-2)$ ، $g(2)$ وارسم (T) و (C_g)

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
التمرين الأول (06 نقاط)		
3.5	2	1 (أ) باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 5 هو 3 باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 5 هو 4
	3x0.5	(ب) باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^3 + b^2 + 2$ على 5 هو 0 $a^3 + b^2 + 2 \equiv 0[5]$ ، $b^2 \equiv 1[5]$ و $a^3 \equiv 2[5]$
1.5	0.5	2 (أ) تبين أن $b \equiv -1[5]$ $b \equiv 4[5]$ إذن $b \equiv -1[5]$
	2x0.5	(ب) التحقق أن العدد $b^{2024} - 1$ يقبل القسمة على 5 $b^{2024} - 1 \equiv 0[5]$ ، $b^{2024} \equiv (-1)^{2024}[5]$ ، $b \equiv -1[5]$
1	0.5	3 (أ) استنتاج أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $b^{2n} \equiv 1[5]$ $b^{2n} \equiv 1[5]$ ومنه $b \equiv -1[5]$
	2x0.25	(ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a + b^{2n} - bn \equiv 0[5]$ $n + 4 \equiv 0[5]$ ، $n = 5k + 1$ و k عدد طبيعي
التمرين الثاني (06 نقاط)		
1.5	3x0.5	1 $u_2 = 8$ ، $u_1 = 3$ ، $u_0 = -2$
1.5	2x0.5	2 (أ) تبين أن (u_n) حسابية وتعيين أساسها r $r = 5$ و $u_{n+1} - u_n = 5$
	0.5	(ب) استنتاج اتجاه تغير المتتالية (u_n) $r = 5$ إذن (u_n) متزايدة تماما

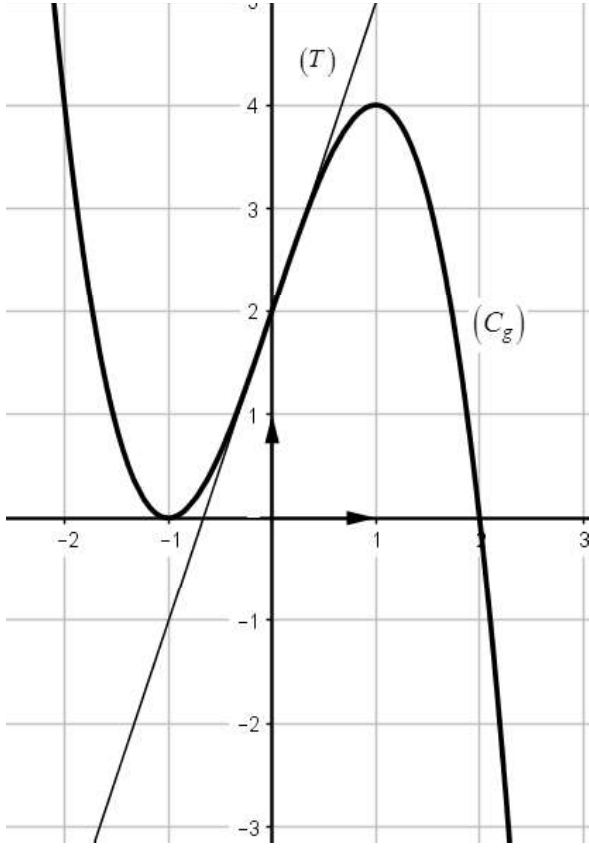
3	تبين أن 2023 حدّ من حدود المتتالية (u_n) ثم استنتاج رتبته $u_n = 5n - 2$ تكافئ $n = 405$ ، رتبته 406	2x0.5	1
4	التحقّق أنّ: $u_0 + u_1 + \dots + u_{405} = 410263$ $u_0 + u_1 + \dots + u_{405} = 410263$ ، $u_0 + u_1 + \dots + u_{405} = \frac{406}{2}(-2 + 2023)$	2x0.5	1
5	أ) تعيين r أساس المتتالية (v_n) وحدّها الأول v_0 $v_0 = -2$ و $r = 5$	2x0.25	1
	ب) تعيين عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n : $v_n = 5n - 2$	0.5	
التمرين الثالث (08 نقاط)			
1	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$	2X0.5	1
3	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = x^2 - 2x$ من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = x(x - 2)$	0.75 0.25	2
	ب) إشارة $f'(x)$ الدالة f متزايدة تماما على كلّ من المجالين $]-\infty; 0]$ و $[2; +\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $[0; 2]$	0.5 0.5	
	ج) جدول التغيرات	1	
3	التحقّق أنّ: $y = -x + \frac{1}{3}$ معادلة لـ (T) $y = -x + \frac{1}{3}$ منه و $y = f'(1)(x - 1) + f(1)$	2x0.5	1
4	أ) التحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x) = \frac{1}{3}(x - 3)x^2$	0.5	1.5
	ب) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$ $f(x) = 0$ تكافئ $x = 0$ أو $x = 3$	0.5	
	ج) إحداثيي نقطتي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل هما $(0; 0)$ و $(3; 0)$	2X0.25	

1.5	2X0.25 0.25 0.75	$f(4) = \frac{16}{3}$ ، $f(-2) = -\frac{20}{3}$ رسم (T) (C_f) 	5
-----	---------------------------------------	---	---

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
التمرين الأول (06 نقاط)		
2.5	1 1	1 (أ) تعيين باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على 7 باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 6 باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 1 (ب) تبيان أنّ: $a \equiv -1[7]$ لدينا $a \equiv 6[7]$ ومنه $a \equiv 6 - 7[7]$ ، إذن $a \equiv -1[7]$
	0.5	
1.5	2X0.75	2 استنتاج أنّ العددين a^2 و b^2 متوافقان بترديد 7 $b^2 \equiv 1[7]$ و $a^2 \equiv 1[7]$
0.5	0.5	3 تبيان أنّ العدد $a^2 + b^2 - 2$ يقبل القسمة على 7 $a^2 + b^2 - 2 \equiv 0[7]$
1.5	0.5	4 (أ) تبيان أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $a^{2n} \equiv 1[7]$ لدينا $a \equiv -1[7]$ إذن من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $a^{2n} \equiv 1[7]$ (ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a^{2n} + bn + 1 \equiv 0[7]$ $1 + n + 1 \equiv 0[7]$ تكافئ $a^{2n} + bn + 1 \equiv 0[7]$ تكافئ $n \equiv 5[7]$ ومنه $n = 7k + 5$ حيث k عدد طبيعي
	0.5	
	0.5	
التمرين الثاني (06 نقاط)		
1	0.5 0.5	1 تبيان أنّ: $u_0 = 5$ $u_2 + u_3 = 60$ تكافئ $u_0 q^2 + u_0 q^3 = 60$ تكافئ $12u_0 = 60$ و منه $u_0 = 5$

1	2x0.5	الحدّ الذي رتبته 7 هو $u_6 = 320$ ،	2																		
3	2x0.5	(أ) تعيين عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n $u_n = 5 \times 2^n$ ، $u_n = u_0 q^n$	3																		
	1	(ب) تبيان أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = 5 \times 2^n$																			
	1	(ج) استنتاج أنّ (u_n) متزايدة تماما من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $5 \times 2^n > 0$ اذن (u_n) متزايدة تماما.																			
1	2x0.5	تبيان أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_0 + u_1 + \dots + u_n = 5 \times 2^{n+1} - 5$ ، $u_0 + u_1 + \dots + u_n = 5 \times 2^{n+1} - 5$ ، $u_0 + u_1 + \dots + u_n = u_0 \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$	4																		
التمرين الثالث (08 نقاط)																					
1	2x0.5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$	1																		
3	2x0.5	(أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g'(x) = -3x^2 + 3$ و $g'(x) = -3(x-1)(x+1)$	2																		
	0.5 0.5	(ب) إشارة $g'(x)$ الدالة g متناقصة تماما على كلّ من المجالين $]-\infty; -1]$ و $[1; +\infty[$ ومتزايدة تماما على المجال $[-1; 1]$																			
	1	(ج) جدول التغيّرات <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>$\searrow$</td><td>0</td><td>$\nearrow$</td><td>4</td><td>$\searrow$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	$g'(x)$	-	0	+	0	-	$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$																	
$g'(x)$	-	0	+	0	-																
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$														
1.75	0.5	(أ) التحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g(x) = (2-x)(x+1)^2$	3																		
	0.5	(ب) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x) = 0$ $g(x) = 0$ تكافئ $x = -1$ أو $x = 2$																			
	3x0.25	(ج) تعيين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_g) مع حامي محوري الإحداثيات. $(0; 2)$ ، $(-1; 0)$ ، $(2; 0)$																			

1	2x0.5	التحقق أن: $y = 3x + 2$ معادلة لـ (T) $y = 3x + 2$ و $y = g'(0)(x - 0) + g(0)$	4
1.25	2x0.25 0.25 0.5	$g(2) = 0$ ، $g(-2) = 4$ رسم (T) (C_g) 	5

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط