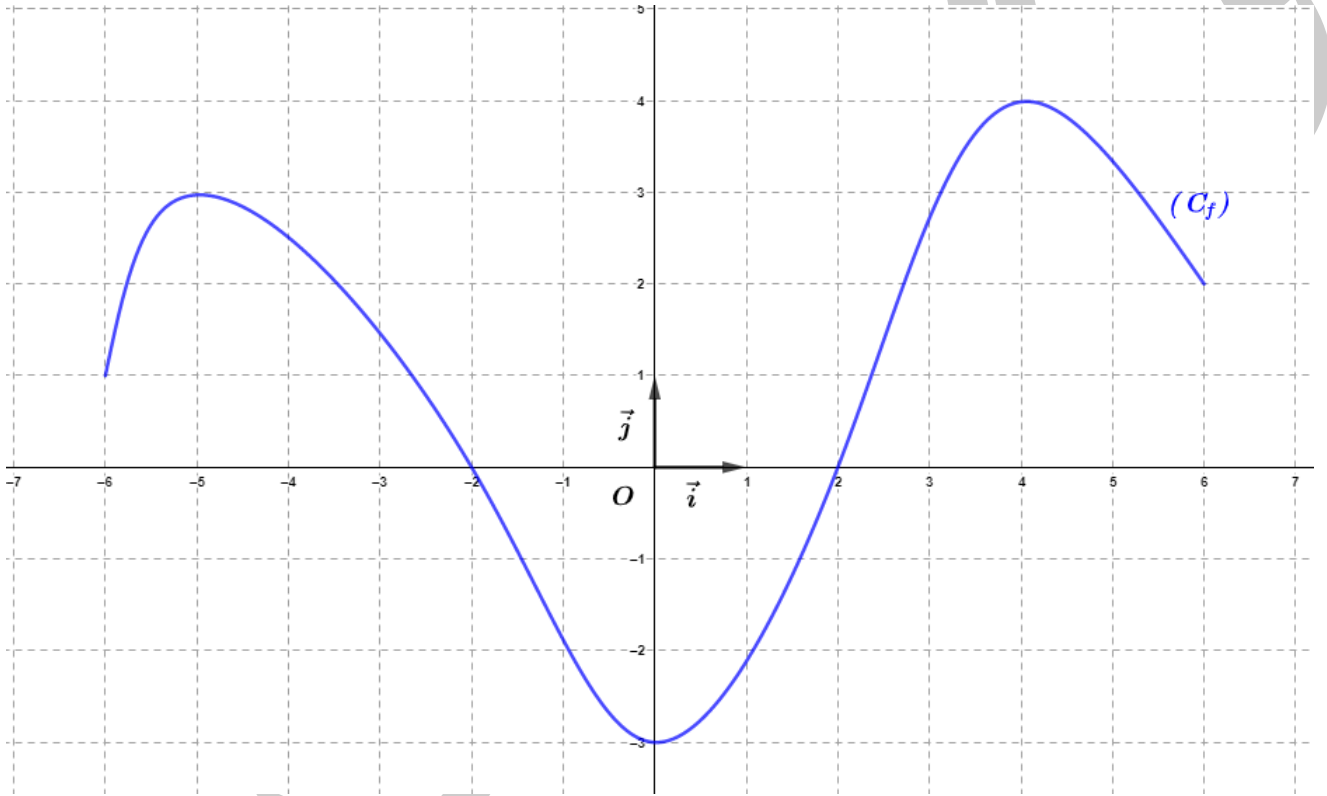


الواجب المنزلي رقم -03- في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

ليكن  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . كما هو موضح في الشكل المقابل.



(1) عين  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .

(2) عين صور كل من -6 ، -2 ، 2 ، 4 و 7 بالدالة  $f$ .

(3) عين السوابق الممكنة إن وجدت لكل من 4 و -3 بالدالة  $f$ .

(4) حدد اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $D_f$ .

(5) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(6) قارن بين  $f\left(\frac{1447}{2025}\right)$  و  $f\left(\frac{2025}{1447}\right)$  مع التبرير.

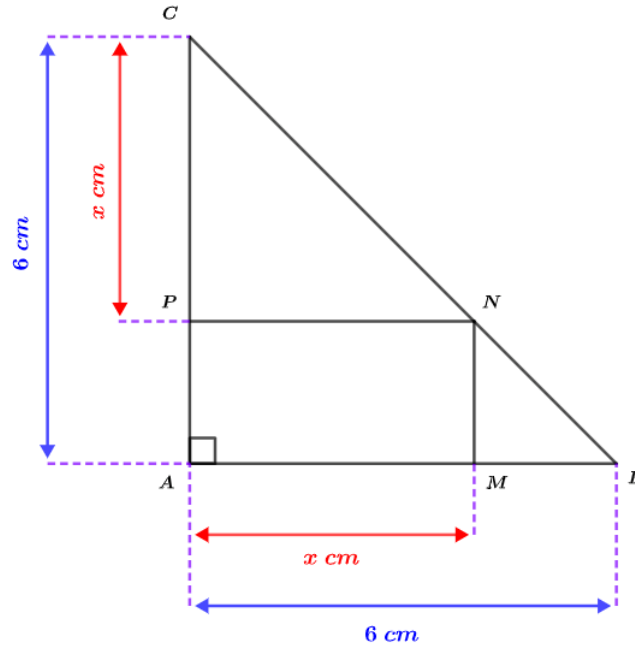
(7) عين القيم الحدية للدالة  $f$  ومن أجل أي قيم  $x$  تبلغها إن وجدت.

(8) هل الدالة  $f$  فردية أم زوجية؟ برر إجابتك.

(9) حل بيانيا المعادلة:  $f(x) = 0$ .

## التمرين الثاني:

ليكن  $ABC$  مثلثاً قائماً في  $A$  ومتساوي الساقين حيث:  $AB = AC = 6 \text{ cm}$ .  
 لتكن  $M$  نقطة متحركة من القطعة المستقيمة  $[AB]$   
 لتكن  $N$  نقطة من  $[CB]$  و  $P$  نقطة من  $[AC]$  بحيث الرباعي  $AMNP$  مستطيل.  
 نضع  $AM = CP = x \text{ cm}$  كما هو موضح في الشكل المقابل.



(I) - نضع  $f(x)$  مساحة المستطيل  $AMNP$  بدلالة  $x$ .

- (1) عين القيم الممكنة لـ  $x$ .
- (2) احسب الطول  $AP$  بدلالة  $x$ .
- (3) احسب  $f(x)$  مساحة المستطيل  $AMNP$  بدلالة  $x$ .
- (4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $[0; 6]$  :  $f(x) = -(x - 3)^2 + 9$ .
- (5) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على كل من المجالين  $[0; 3]$  و  $[3; 6]$ .
- (6) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
- (7) استنتج أن الدالة  $f$  تقبل قيمة حدية كبرى يطلب تعيينها ومن أجل أي قيمة  $x$  تبلغها.

(II) - جد أبعاد المستطيل  $AMNP$  بحيث تكون مساحته أكبر ما يمكن.

## النصحیح النموذجي للواجب المنزلي رقم 03 في مادة الرياضيات

## حل التمرين الأول:

(1) تعيين  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ :  $D_f = [-6; 6]$ (2) تعيين صور كل من  $-6$ ،  $-2$ ،  $2$ ،  $4$  و  $7$  بالدالة  $f$ :◀ لدينا  $-6 \in D_f$  ومنه صورة العدد  $-6$  بالدالة  $f$  هي  $1$ .◀ لدينا  $-2 \in D_f$  ومنه صورة العدد  $-2$  بالدالة  $f$  هي  $0$ .◀ لدينا  $2 \in D_f$  ومنه صورة العدد  $2$  بالدالة  $f$  هي  $0$ .◀ لدينا  $4 \in D_f$  ومنه صورة العدد  $4$  بالدالة  $f$  هي  $4$ .◀ لدينا  $7 \notin D_f$  ومنه العدد  $7$  ليس له صورة بالدالة  $f$ .(3) تعيين السوابق الممكنة إن وجدت لكل من  $4$  و  $-3$  بالدالة  $f$ :◀ سوابق العدد  $4$  بالدالة  $f$  هي  $4$ .◀ سوابق العدد  $-3$  بالدالة  $f$  هي  $0$ .(4) تحديد اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $D_f$ :◀ الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $[-6; -5]$ .◀ الدالة  $f$  متناقصة تماما على المجال  $[-5; 0]$ .◀ الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $[0; 4]$ .◀ الدالة  $f$  متناقصة تماما على المجال  $[4; 6]$ .(5) تشكيل جدول تغيرات الدالة  $f$ :

| $x$    | -6 | -5 | 0  | 4 | 6 |
|--------|----|----|----|---|---|
| $f(x)$ | 1  | 3  | -3 | 4 | 2 |

(6) المقارنة بين  $f\left(\frac{1446}{2024}\right)$  و  $f\left(\frac{2024}{1446}\right)$ :لدينا:  $\frac{1446}{2024} \in [0; 4]$  و  $\frac{2024}{1446} \in [0; 4]$  و  $\frac{1446}{2024} < \frac{2024}{1446}$ ومنه:  $f\left(\frac{1446}{2024}\right) < f\left(\frac{2024}{1446}\right)$  (لأن الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $[0; 4]$ )

(7) تعيين القيم الحدية للدالة  $f$  ومن أجل أي قيم  $x$  تبلغها إن وجدت:

- ◀ الدالة  $f$  تقبل قيمة حدية صغرى تساوي  $-3$  تبلغها عند  $x = 0$ .
- ◀ الدالة  $f$  تقبل قيمة حدية كبرى تساوي  $4$  تبلغها عند  $x = 4$ .

(8) هل الدالة  $f$  فردية أم زوجية؟ برر إجابتك.

- ◀ لدينا  $D_f = [-6; 6]$  متناظرة بالنسبة إلى الصفر.
- ◀ ولدينا  $f(6) = 2$  و  $f(-6) = 1$  وعليه:  $f(-6) \neq f(6)$  وأيضا  $f(-6) \neq -f(6)$  ومنه الدالة  $f$  لا زوجية لا فردية.

(9) حل بيانيا المعادلة:  $f(x) = 0$ :

حل المعادلة  $f(x) = 0$  بيانيا معناه إيجاد سوابق الصفر ( أي فواصل نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل )  
إذن:  $S = \{-2; 2\}$

## حل التمرين الثاني :

### الجزء الأول

(1) تعيين القيم الممكنة لـ  $x$ :  $x \in [0; 6]$

(2) حساب الطول AP بدلالة  $x$ :

$$\begin{aligned} AP &= AC - CP \\ &= 6 - x \end{aligned}$$

(3) حساب  $f(x)$  مساحة المستطيل AMNP بدلالة  $x$ :

$$\begin{aligned} f(x) &= AP \times AM \\ &= (6 - x) \times x \\ &= -x^2 + 6x \end{aligned}$$

(4) تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $[0; 6]$  :  $f(x) = -(x-3)^2 + 9$

لدينا من أجل كل  $x$  من  $[0; 6]$  فإن:

$$\begin{aligned} -(x-3)^2 + 9 &= -(x^2 + 9 - 6x) + 9 \\ &= -x^2 - 9 + 6x + 9 \\ &= -x^2 + 6x \\ &= f(x) \end{aligned}$$

(5) دراسة اتجاه تغير الدالة  $f$  على كل من المجالين  $[0; 3]$  و  $[3; 6]$ :

◀ على المجال  $[0; 3]$ :

نفرض  $x_1$  و  $x_2$  من  $[0; 3]$  بحيث  $x_1 < x_2$ .

معناه:  $0 \leq x_1 < x_2 \leq 3$

معناه:  $-3 \leq x_1 - 3 < x_2 - 3 \leq 0$

ومنه:  $(x_1 - 3)^2 > (x_2 - 3)^2$

معناه:  $-(x_1 - 3)^2 < -(x_2 - 3)^2$

معناه:  $-(x_1 - 3)^2 + 9 < -(x_2 - 3)^2 + 9$

ومنه:  $f(x_1) < f(x_2)$

وعليه: الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $[0; 3]$ .

◀ على المجال  $[3;6]$ :

نفرض  $x_1$  و  $x_2$  من  $[3;6]$  بحيث  $x_1 < x_2$ .

معناه:  $3 \leq x_1 < x_2 \leq 6$

معناه:  $0 \leq x_1 - 3 < x_2 - 3 \leq 3$

ومنه:  $(x_1 - 3)^2 < (x_2 - 3)^2$

معناه:  $-(x_1 - 3)^2 > -(x_2 - 3)^2$

معناه:  $-(x_1 - 3)^2 + 9 > -(x_2 - 3)^2 + 9$

ومنه:  $f(x_1) > f(x_2)$

وعليه: الدالة  $f$  متناقصة تماماً على المجال  $[3;6]$ .

(6) تشكيل جدول تغيرات الدالة  $f$ :

|        |   |   |   |
|--------|---|---|---|
| $x$    | 0 | 3 | 6 |
| $f(x)$ | 0 | 9 | 0 |

(7) استنتاج أن الدالة  $f$  تقبل قيمة حدية كبرى يطلب تعيينها ومن أجل أي قيمة  $x$  تبلغها:

الدالة  $f$  تقبل قيمة حدية كبرى تساوي 9 تبلغها عند  $x = 3$ .

الجزء الثاني

إيجاد أبعاد المستطيل AMNP بحيث تكون مساحته أكبر ما يمكن:

تكون مساحة المستطيل أكبر ما يمكن وتساوي  $9\text{cm}^2$  من أجل  $x = 3$

$$AP = 3\text{cm}$$

و

$$AM = 3\text{cm}$$

إذن: