

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المدة : ساعتان

المستوى : ثالثة رياضيات

التمرين الأول : (14 نقاط)

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (I) نعتبر الدالة f_1 المعرفة على $\mathbb{R}$ كيلي : $f_1(x) = 2x + 3 - (x + 1)e^x$ ، و (C_1) تمثيلها البياني .

1. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_1(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x)$
2. أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو معادلته $y = 2x + 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_1) عند $-\infty$.
ب- ادرس وضعية (C_1) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
3. أ- أحسب $f_1'(x)$ و $f_1''(x)$ ثم أدرس تغيرات الدالة f_1' .
ب- أحسب $f_1'(0)$ واستنتج إشارة $f_1'(x)$.
ج- أدرس إتجاه تغير الدالة f_1 . ثم شكل جدول تغيراتها .
4. بين أن المعادلة $f_1(0) = 0$ تقبل حلين α و β حيث : $0.92 < \alpha < 0.93$ و $-1.55 < \beta < -1.56$
5. أنشئ كلا من (Δ) و (C_1) .

(II) m وسيط حقيقي غير معدوم ، نعتبر الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f_m(x) = 2x + 3 - (x + 1)e^{mx}$ ، و (C_m) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

1. بين أن جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطتين ثابتتين يطلب تعيين إحداثيتهما .
2. أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_m) عند النقطة $A(0; 2)$.
3. أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x + 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_m) .
ب- ادرس وضعية (C_m) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
4. n عدد طبيعي أكبر أو يساوي 2 ، $f_m^{(n)}$ المشتقة من الرتبة n للدالة f_m
برهن بالتراجع أنه من أجل عدد طبيعي $n \geq 2$. $f_m^{(n)} = -m^{n-1}(mx + m + n)e^{mx}$

التمرين الثاني : (6 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $[\frac{1}{2}; +\infty[$ كيلي $f(x) = \frac{3x-1}{2x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ- أدرس إتجاه تغير الدالة f .
ب- أنشئ كلا من (C_f) و (Δ) ذو المعادلة $y = x$.
2. (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.
أ- باستعمال الرسم المحصل عليه، مثل على محور الفواصل و بدون حساب، الحدود : u_0, u_1, u_2, u_3 .

(ب)- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_n > 1$

(د)- أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما، ماذا تستنتج ؟

3. أ- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{2}(u_n - 1)$

(ب)- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_n - 1 \leq (\frac{1}{2})^n$ ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n)

4. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كإيلي : من أجل كل عدد طبيعي $n : v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$

(أ)- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 ثم أكتب عبارة v_n بدلالة n .

(ب)- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = \frac{v_0 - 1}{u_0} + \frac{v_1 - 1}{u_1} + \dots + \frac{v_n - 1}{u_n}$