



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية



الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2021

الشعبة: رياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بـ: $u_0 = -\frac{3}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{11u_n + 4}{-4u_n + 1}$

(1) أ . تَحَقِّقْ أَنَّهُ من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = -\frac{11}{4} + \frac{27}{4(-4u_n + 1)}$

ب . برهن بالتراجع أَنَّهُ من أجل كل عدد طبيعي n : $-2 < u_n < -1$

ج . بَيِّنْ أَنَّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أَنَّهُا متقاربة.

(2) المتتالية العددية (v_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2}$

أ . بَيِّنْ أَنَّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 ثم احسب حدّها الأول.

ب . اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أَنَّهُ من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{3}{2 + 4 \times 3^n} - 2$

ج . احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) أ . تَحَقِّقْ أَنَّهُ من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{3}{u_n + 2} - 2 = -v_n$

ب . نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \ln\left(\frac{3}{u_0 + 2} - 2\right) + \ln\left(\frac{3}{u_1 + 2} - 2\right) + \dots + \ln\left(\frac{3}{u_n + 2} - 2\right)$

احسب S_n بدلالة n

التمرين الثاني: (04 نقاط)

كيس به 12 كرية متماثلة لا نفرق بينها باللمس.

كل من الكريات الاثنتي عشرة تحمل رقما من بين الأعداد التالية: 1 ، 2 ، 3 ، 4

نسحب عشوائيا كرية واحدة من الكيس.

نرمز بـ: p_i إلى احتمال سحب كرية رقمها i ، حيث: $p_1 = \frac{1}{3}$ ، $p_2 = \frac{1}{6}$ ، $p_3 = \frac{1}{4}$ و $p_4 = \frac{1}{4}$

(1) ورّع الكريات الاثنتي عشرة حسب الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4

(2) احسب احتمال كل من الحوادث A ، B و C الآتية:

A " سحب كرية تحمل رقما فرديا "

B " سحب كرية تحمل رقما من أرقام نظام التعداد ذي الأساس 4 "

C " سحب كرية رقمها حلّ للمعادلة: $x^2 = 2^x$ "

(3) المتغير العشوائي X يرفق بكل سحب لكرية الرقم الذي تحمله.
عَيِّن مجموعة قيم المتغير العشوائي X ثم احسب $E(X)$ أمله الرياضي.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (1) نعتبر المعادلة ذات المجهول $(x; y)$: $(E) : 42x - y = 38 \dots$ حيث x و y عدنان صحيحان.
حل المعادلة (E) علما أنَّ الثنائية $(1; 4)$ حل لها.
- (2) a ، b و c أعداد طبيعية حيث a غير معدوم.
العدد الطبيعي N يكتب $ab0cb$ في نظام تعداد أساسه 5 و يكتب $a7c5$ في نظام تعداد أساسه 8
أ. بَيِّن أنَّ الأعداد a ، b و c تُحقِّق: $113a = 3(c - 42b + 151)$ ثم استنتج أنَّ: $a = 3$
ب. جِدَّ العددين الطبيعيين b و c ثم اكتب العدد N في النظام العشري.
- (3) أ. ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 6
ب. بَيِّن أنَّه من أجل كل عدد طبيعي n : $2021^{2n} + 1441^n + 4$ مضاعف للعدد 6
ج. نضع: $A_n = 2021^{2n} + 1441^n + 2 \times 1442^n$
جِدَّ قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $A_n \equiv 0[6]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (I) الدالة العددية g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (x^2 - 3)e^x + 3$
(1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكِّل جدول تغيراتها.
(2) أ. بَيِّن أنَّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يُحقِّق: $1,53 < \alpha < 1,54$
ب. احسب $g(0)$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$
- (II) الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 3x + 1 + (x^2 - 2x - 1)e^x$
(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
(2) أ. بَيِّن أنَّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$
ب. استنتج أنَّ f متزايدة تماما على كل من $]-\infty; 0]$ و $[\alpha; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[0; \alpha]$
ج. شكِّل جدول تغيرات الدالة f
- (3) أ. بَيِّن أنَّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 3x + 1$ مقارب مائل لـ (C) عند $-\infty$
ب. ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)
ج. بَيِّن أنَّ (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β تُحقِّق: $2,03 < \beta < 2,04$
د. بَيِّن أنَّ (C) يقبل مماسين (T) و (T') موازيين لـ (Δ) (لا يُطلب كتابة معادلة لـ (T) و (T'))
- (4) ارسم (Δ) ، (T) ، (T') و (C) على $]-\infty; 1 + \sqrt{2}]$
(نأخذ: $\alpha \approx 1,53$ ، $f(\alpha) \approx -2,3$ ، $f(\sqrt{3}) \approx -2,1$ و $f(-\sqrt{3}) \approx -3,2$)
- (5) الدالة العددية h معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $h(x) = f[\ln(x)]$
أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$
ب. ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم شكِّل جدول تغيراتها.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بـ: $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{2 + \frac{1}{2}u_n^2}$

(1) أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 2$

ب. بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

(2) المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n^2 - 4$

أ. بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يُطلب حساب حدّها الأول.

ب. اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \sqrt{4 - 3\left(\frac{1}{2}\right)^n}$

ج. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0^2 + u_1^2 + \dots + u_n^2$

أ. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \frac{n \times 2^{n+2} + 3}{2^n} - 2$

ب. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $PGCD(2^n; 3 + n \times 2^{n+2}) = PGCD(2^n; 3)$

ج. استنتج أن: $PGCD(2^n; 3 + n \times 2^{n+2}) = 1$

د. جد قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $S_n = \frac{83}{8}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يُراد عشوائيا تشكيل لجنة تضم رئيسا ونائبا له من بين ثلاثة رجال H_1, H_2, H_3 و أربع نساء F_1, F_2, F_3, F_4

(1) بين أن عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو 42

(2) نعتبر الحوادث الآتية: "A" اللجنة من نفس الجنس "B" اللجنة من جنسين مختلفين

"C" H_1 هو الرئيس "E" اللجنة لا تضم كلا من H_1 و F_1

أ. احسب $P(A)$ احتمال الحدث A ثم استنتج $P(B)$

ب. احسب $P(C)$ و $P(E)$

(3) المتغير العشوائي X يرفق بكل لجنة عدد الرجال فيها.

عين قانون احتمال X ثم احسب $E(X)$ أمله الرياضي.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) نعتبر المعادلة ذات المجهول $(x; y)$: $7x - 6y = 1 \dots (E)$ ، حيث x و y عدنان صحيحان.

أ. حلّ المعادلة (E) علما أن الثنائية $(1; 1)$ حلّ لها.

ب. تحقّق أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلّا للمعادلة (E) فإن xy عدد طبيعي غير معدوم.

(2) أ. ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 7

ب. بين أن العدد $4 \times 2019^{2021} + 2022^{2022}$ يقبل القسمة على 7

(3) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $4^n \equiv 4[6]$

(4) نفرض أن الثنائية $(a; b)$ حل للمعادلة (E)

A عدد طبيعي يُكتب في نظام التعداد ذي الأساس 4 على الشكل: $333\ldots330$ (عدد أرقامه $a \times b$)
أ. بين أن: $A = 4^{ab} - 4$

ب. تحقق أن: $A \equiv 0[6]$ ثم عين كل الثنائيات $(a; b)$ التي من أجلها يكون A قابلا للقسمة على 42

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس.

في الشكل المقابل (C) و (Γ) هما على الترتيب التمثيلان البيانيان

للدالتين العدديتين المعرفتين على المجال $]-1; +\infty[$ بـ:

$$x \mapsto 1+x^2 \quad \text{و} \quad x \mapsto 2x(1+x)\ln(1+x)$$

(C) و (Γ) يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها α تُحقق: $0,78 < \alpha < 0,79$

(Γ) الدالة العددية g معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ:

$$g(x) = 1 + x^2 - 2x(1+x)\ln(1+x)$$

(1) بقراءة بيانية، حدّد حسب قيم x من المجال $]-1; +\infty[$ وضعية (C) بالنسبة إلى (Γ)

(2) استنتج حسب قيم x من المجال $]-1; +\infty[$ إشارة $g(x)$

(II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = \frac{\ln(1+x)}{1+x^2}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة: 2cm)

(1) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ بين أن:

ب. فسّر النهايتين هندسيا.

(2) أ. بين أنه من أجل كل x من المجال $]-1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)(1+x^2)^2}$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

ج. بين أن: $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(1+\alpha)}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

د. اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند المبدأ O

(3) ارسم (T) و (C_f) (نأخذ: $f(\alpha) \approx 0,36$)

(4) الدالة العددية h معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = \frac{\ln(1+|x|)}{1+x^2}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ. بين أن الدالة h زوجية.

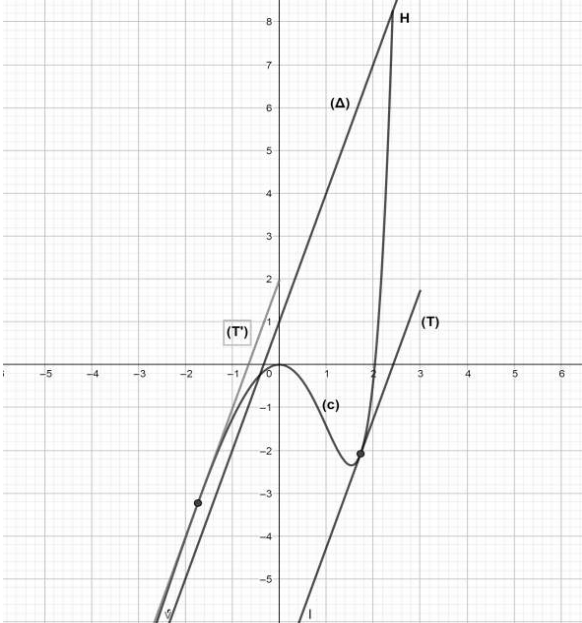
ب. بين أن الدالة h غير قابلة للاشتقاق عند الصفر ثم فسّر ذلك بيانيا.

ج. اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه.

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات / الشعبة: رياضات / بكالوريا 2021

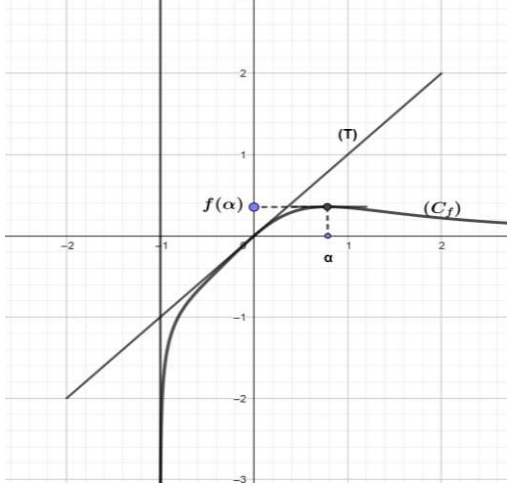
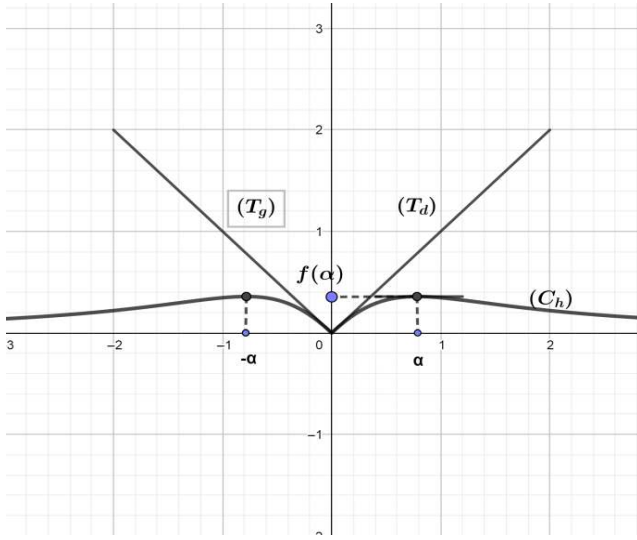
العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)						
مجموعة	مجزأة							
التمرين الأول: (04 نقاط)								
01.25	0.25	(1)أ. التحقق : $u_{n+1} = -\frac{11}{4} + \frac{27}{4(-4u_n + 1)}$ ب. البرهان بالتراجع : $-2 < u_n < -1$ ج. (u_n) متناقصة تماما ، (u_n) متقاربة.						
	0.50							
	0.25+0.25							
02.00	0.50	(2) أ. (v_n) هندسية أساسها 3 : $v_{n+1} = v_n \times 3$ حدّها الأول $v_0 = -4$ ب. $v_n = -4 \times 3^n$ استنتاج: $u_n = \frac{3}{2 + 4 \times 3^n} - 2$ ج. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -2$						
	0.25							
	0.50							
	0.50							
	0.25							
0.75	0.25	(3) أ. التَّحَقُّق : $\frac{3}{u_n + 2} - 2 = -v_n$ ب. $S_n = (n + 1) \ln 4 + \frac{(n + 1)n}{2} \ln 3$						
	0.50							
التمرين الثاني: (04 نقاط)								
01	0.25x4	(1) توزيع الكريات الاثنتي عشرة حسب الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 عدد الكريات التي تحمل الرقم 1 هو 4 ، عدد الكريات التي تحمل الرقم 2 هو 2 عدد الكريات التي تحمل الرقم 3 هو 3 ، عدد الكريات التي تحمل الرقم 4 هو 3						
02.25	3x0.75	(2) $p(C) = \frac{5}{12}$ ، $p(B) = \frac{3}{4}$ ، $p(A) = \frac{7}{12}$						
0.75	0.25	(3) مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي 1, 2, 3, 4 $E(X) = \frac{29}{12}$						
	0.50							
التمرين الثالث: (05 نقاط)								
01	01.00	(1) حلّ المعادلة $(x, y) = (k + 1, 42k + 4)$ $k \in \mathbb{Z}$ (E)						
02.75	0.50	(2) أ. تبين أن الأعداد a ، b و c تُحقّق : $113a = 3(c - 42b + 151)$ استنتاج أن: $a = 3$ ب. $a = 3$ و $113a = 3(c - 42b + 151)$ تكافئ $42b - c = 38$ $b = 1$ و $c = 4$ ، $N = 2021$						
	0.50							
	0.25 3x0.50							
01.25	0.50	(3) أ. بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 6 <table><tr><td>n</td><td>2k</td><td>2k+1</td></tr><tr><td>الباقى</td><td>1</td><td>5</td></tr></table> ب. $2021^{2n} + 1441^n + 4$ مضاعف للعدد 6 ج. $A_n \equiv 0[6]$ يعنى: n فردي	n	2k	2k+1	الباقى	1	5
	n		2k	2k+1				
	الباقى		1	5				
0.50								
0.25								

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)																				
مجموعة	مجزأة																					
التمرين الرابع: (07 نقاط)																						
01.50	0.25+0.25	(I) دراسة تغيّرات الدالة g $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 3$ $g'(x) = (x^2 + 2x - 3)e^x$																				
	0.25	إشارة $g'(x)$: $g'(x) > 0$ على $]-\infty; -3[$ و $]1; +\infty[$ و $g'(x) < 0$ على $] -3; 1[$ و $g'(x) = 0$ من أجل $x = -3$ أو $x = 1$																				
	0.25	g متزايدة تماما على كل من $]-\infty; -3[$ و $]1; +\infty[$ و متناقصة تماما على $]-3; 1[$																				
	0.25	جدول التغيّرات.																				
	0.25	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-3</td><td>0</td><td>1</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td></td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>$+$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>3</td><td>$g(-3)$</td><td>0</td><td>$g(1)$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-3	0	1	α	$+\infty$	$g'(x)$		0	$-$	0	$+$	$+$	$g(x)$	3	$g(-3)$	0	$g(1)$	0
x	$-\infty$	-3	0	1	α	$+\infty$																
$g'(x)$		0	$-$	0	$+$	$+$																
$g(x)$	3	$g(-3)$	0	$g(1)$	0	$+\infty$																
01.00	0.50	(2) أ. g مستمرة و متزايدة تماما ، $g(1,53) \times g(1,54) < 0$																				
	0.25	ب. $g(0) = 0$																				
	0.25	إشارة $g(x)$: $g(x) > 0$ على $] -\infty; 0[$ و $] \alpha; +\infty[$ و $g(x) < 0$ على $]0; \alpha[$ $g(x) = 0$ لما $x = 0$ أو $x = \alpha$																				
0.50	0.25+0.25	(II) 1 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$																				
0.75	0.25	(2) أ. تبين أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$																				
	0.25	ب. استنتاج اتجاه تغير الدالة f																				
	0.25	ج. جدول تغيّرات الدالة f <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>$+$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$f(\alpha)$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	α	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	$f(x)$	$-\infty$	0	$f(\alpha)$	$+\infty$					
x	$-\infty$	0	α	$+\infty$																		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$																		
$f(x)$	$-\infty$	0	$f(\alpha)$	$+\infty$																		
01.25	0.25	(3) أ. تبين أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 3x + 1$ مقارب مائل لـ (C) عند $-\infty$																				
	0.25	ب. وضعيّة (C) بالنسبة إلى (Δ) : (C) أعلى (Δ) على $] -\infty; 1 - \sqrt{2}[$ و $]1 + \sqrt{2}; +\infty[$ و (C) أسفل (Δ) على $]1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}[$																				
	0.25	(C) يقطع (Δ) عند $H(1 - \sqrt{2}; -3\sqrt{2} + 4)$ و $H'(1 + \sqrt{2}; 3\sqrt{2} + 4)$																				
	0.25	ج. تبين أنّ (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β																				
	0.50	د. تبين أنّ (C) يقبل مماسين (T) و (T') موازيين لـ (Δ) تُحَقَّق: $2,03 < \beta < 2,04$																				

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)															
مجموعة	مجزأة																
01.00	0.25x3 0.25	(4) رسم (Δ) ، (T) ، (T') رسم (C) على $]-\infty ; 1+\sqrt{2}]$ 															
	0.25+0.25 0.25 0.25	(5) أ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = -\infty$ ب. h متزايدة تماما على كل من $[0; 1]$ و $[e^\alpha; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[1; e^\alpha]$ جدول تغيّراتها. <table border="1" data-bbox="609 1326 1085 1579"><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>e^α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$h'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$h(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$f(0)$</td><td>$f(\alpha)$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	0	1	e^α	$+\infty$	$h'(x)$	+	0	-	0	+	$h(x)$	$-\infty$	$f(0)$	$f(\alpha)$
x	0	1	e^α	$+\infty$													
$h'(x)$	+	0	-	0	+												
$h(x)$	$-\infty$	$f(0)$	$f(\alpha)$	$+\infty$													
01.00																	

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)								
مجموعة	مجزأة									
التمرين الأول: (04 نقاط)										
01.25	0.50	(1) أ . البرهان بالتراجع : $0 < u_n < 2$ ب. (u_n) متزايدة تماما ، (u_n) متقاربة.								
	0.25+0.50									
01.25	0.25+0.25	(2) أ . (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، $v_0 = -3$ ب. $u_n = \sqrt{4 - 3(\frac{1}{2})^n}$ ، $v_n = -3(\frac{1}{2})^n$ ج. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$								
	0.25+0.25									
	0.25									
01.50	0.50	(3) أ . تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \frac{n \times 2^{n+2} + 3}{2^n} - 2$ ب. تبيان أن : $PGCD(2^n ; 3 + n \times 2^{n+2}) = PGCD(2^n ; 3)$ ج. استنتاج أن : $PGCD(2^n ; 3 + n \times 2^{n+2}) = 1$ د. إيجاد قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون : $S_n = \frac{83}{8}$ $99 \times 2^n = 8(3 + n \times 2^{n+2})$ يعني $S_n = \frac{83}{8}$ نجد : $n = 3$								
	0.25									
	0.25									
	0.25									
	0.25									
التمرين الثاني: (04 نقاط)										
0.50	0.50	(1) عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو 42								
02	0.50+0.50	(2) أ . $P(A) = \frac{18}{42} = \frac{3}{7}$ و $P(B) = 1 - P(A) = \frac{4}{7}$ ب. $P(C) = \frac{6}{42} = \frac{1}{7}$ و $P(E) = \frac{20}{42} = \frac{10}{21}$								
	0.50+0.50									
01.50	0.25	(3) قانون احتمال مجموعة قيم X هي : $\{0;1;2\}$ <table><tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>$P(X = x_i)$</td><td>$\frac{12}{42}$</td><td>$\frac{24}{42}$</td><td>$\frac{6}{42}$</td></tr></table> أمله الرياضيائي: $E(X) = \frac{6}{7}$	x_i	0	1	2	$P(X = x_i)$	$\frac{12}{42}$	$\frac{24}{42}$	$\frac{6}{42}$
	x_i		0	1	2					
	$P(X = x_i)$		$\frac{12}{42}$	$\frac{24}{42}$	$\frac{6}{42}$					
0.75										
0.50										

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)														
مجموعة	مجزأة															
التمرين الثالث: (05 نقاط)																
01.25	0.75 0.50	(1) أ. حلّ المعادلة (E): $(x; y) = (6k + 1, 7k + 1) \quad k \in \mathbb{Z}$ ب. التحقق أنّ xy عدد طبيعي غير معدوم يكفي أن نثبت $(6k + 1)(7k + 1) > 0$														
01.25	0.75	<table><tr><td>n</td><td>3k</td><td>3k+1</td><td>3k+2</td></tr><tr><td>بواقي قسمة 4^n على 7</td><td>1</td><td>4</td><td>2</td></tr></table>	n	3k	3k+1	3k+2	بواقي قسمة 4^n على 7	1	4	2	(2) أ. بواقي قسمة 4^n على 7					
	n	3k	3k+1	3k+2												
بواقي قسمة 4^n على 7	1	4	2													
	0.50	ب. $4 \times 2019^{2021} + 2022^{2022}$ يقبل القسمة على 7														
0.50	0.50	(3) البرهان بالتراجع $4^n \equiv 4[6]$														
02	0.50	(4) أ. تبين أنّ: $A = 4^{ab} - 4$														
	0.50	$A = 0 \times 4^0 + 3 \times 4^1 + \dots + 3 \times 4^{ab-1} = 3 \times (4^1 + \dots + 4^{ab-1})$														
	01	ب. التَّحَقَّقْ أنّ: $A \equiv 0[6]$ ($ab \in \mathbb{N}^*$ و $4^n \equiv 4[6]$) تعيّن الثنائيات $(a; b)$ التي من أجلها يكون A قابلا للقسمة على 42 $A \equiv 0[42]$ يعني $A \equiv 0[7]$ و منه $4^{k+1} \equiv 4[7]$ أي $k = 3h \quad h \in \mathbb{N}$ و منه : $(a; b) = (18p + 1; 21p + 1) \quad p \in \mathbb{N}$														
التمرين الرابع: (07 نقاط)																
0.75	0.75	(I) 1 (C) أعلى (Γ) على $]-1; \alpha[$ و (C) أسفل (Γ) على $[\alpha; +\infty[$ (C) يتقاطعان (Γ) في $H(\alpha; \alpha^2 + 1)$														
0.75	0.75	(2) إشارة $g(x)$ $g(x) > 0$ على $]-1; \alpha[$ و $g(x) < 0$ على $[\alpha; +\infty[$ $g(x) = 0$ لما $x = \alpha$														
0.75	0.25+0.25 0.25	(II) 1 أ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ ب. $x = -1$ و $y = 0$ معادلتا مستقيمان مقاربان للمنحني (C_f)														
01.50	0.50	(2) أ. تبين أنّ $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)(1+x^2)^2}$														
	0.50	ب. f متزايدة تماما على $]-1; \alpha[$ و متناقصة تماما على $[\alpha; +\infty[$														
	0.50	جدول تغيّراتها الدالة f . <table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>f'(x)</td><td></td><td>+</td><td>-</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>$-\infty$</td><td>$f(\alpha)$</td><td>0</td></tr></table>				x	-1	α	$+\infty$	f'(x)		+	-	f(x)	$-\infty$	$f(\alpha)$
x	-1	α	$+\infty$													
f'(x)		+	-													
f(x)	$-\infty$	$f(\alpha)$	0													

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموعة	مجزأة	
0.75	0.25	ج. $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(1+\alpha)}$ $0.35 < f(\alpha) < 0.36$ د. معادلة لـ (T) : $y = x$
	0.25	
	0.25	
0.75	0.25	5 رسم (T) رسم (C_f) 
	0.50	
01.75	0.25	أ. الدالة h زوجية. ب. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{h(x)}{x} = -1$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{h(x)}{x} = 1$ ، h غير قابلة للاشتقاق من أجل الصفر التفسير: وجود نصفي مماسين في المبدأ ج. (C_h) ينطبق على (C_f) على $[0; +\infty[$ ثم نتم الرسم بالتناظر بالنسبة الى حامل محور الترتيب .  رسم (C_h) انطلاقا من (C_f)
	0.25+0.25	
	0.25	
	0.25	
	0.50	