

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04ن)

اختر الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

السؤال	الاقتراح - أ -	الاقتراح - ب -	الاقتراح - ج -
1. قيمة التكامل $\int_1^2 \frac{3}{x^4} dx$ هي:	$\frac{7}{8}$	$-\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$
2. العدد $\ln\left(\frac{3e^2}{\sqrt{2}}\right)$ يساوي:	$\ln(3) + \frac{1}{2}\ln(2) - 2$	$2\ln(3) - \frac{1}{2}\ln(2) + 2$	$\ln(3) - \frac{1}{2}\ln(2) + 2$
3. للمعادلة $2\ln(2x) - \ln(7x-3) = 0$ حلان متميزان هما:	$x = 1$ أو $x = \frac{3}{4}$	$x = \frac{4}{3}$ أو $x = 1$	$x = -1$ أو $x = \frac{3}{4}$
4. حلول المتراجحة $3\ln(x) - 1 \leq 2$ هي:	$x \in]e; +\infty]$	$x \in]0; e]$	$x \in]-\infty; e]$

التمرين الثاني: (04ن)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = \alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{e}u_n + e - 1$

- عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

• نضع فيما يلي: $\alpha = 0$

1. أحسب كلا من u_1 و u_2 .

2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < e$

3. بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

4. من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n = u_n - e$

أ. بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب. أكتب عبارة كل من u_n و v_n بدلالة n ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

5. احسب بدلالة n ما يلي:

$$\begin{cases} S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n \\ K_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n \\ P_n = v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n \end{cases}$$

التمرين الثالث: (04ن)

يمثل الجدول التالي كميات منتج الأرز المستهلك لشركة أحد الخواص بين عامي 2003 و 2007.

العام	2003	2004	2005	2006	2007
رتبة العام x_i	1	2	3	4	5
كمية الإنتاج (بالطن) y_i	2,6	2,8	3,2	4	4,4

1. مثل في معلم متعامد سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ للسلسلة الإحصائية (x_i, y_i) .

(نأخذ: 2cm لكل 1عام و 1cm لكل 0.4 طن)

2. احسب إحداثي النقطة المتوسطة $G(\bar{X}, \bar{Y})$ لسحابة النقط ثم علمها.

3. عين معادلة (Δ) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا y بدلالة x .

4. في أي عام يبلغ إنتاج المؤسسة 17.8 طن؟

التمرين الرابع: (08ن)

• نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = \frac{xe^x - x - 1}{e^x - 1}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}; \vec{j})$

1. تحقق أنه من أجل $x \in \mathbb{R}^*$: $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$

2. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها.

3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4. بين أن: $y = x + 1$: (Δ) و $y = x$: (Δ') مستقيمان مقاربان مائلان للمنحنى (C) بجوار $-\infty$ و $+\infty$ على الترتيب.

5. أدرس وضعية كل من (Δ) و (Δ') بالنسبة إلى (C)

6. برهن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $0,81 < \alpha < 0,8$ و $-1,34 < \beta < -1,35$

7. بين أن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$ ب: $g(x) = \frac{x^2}{2} + \ln\left(\frac{e^x}{e^x - 1}\right)$ هي دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}_+^*$.

8. أنشئ كلا من (Δ) و (Δ') و (C).

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04ن)

يوضح الجدول أسفله تطور سعر القنطار الواحد بالدينار لمنتوج زراعي في دولة عربية بين عامي 2003 و2008.

العام	2003	2004	2005	2006	2007	2008
رتبة السنة x_i	0	1	2	3	4	5
سعر القنطار y_i	52,1	58,5	66,4	74,7	84,6	96

1. مثل في معلم متعامد سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ للسلسلة الإحصائية (x_i, y_i) .
(نأخذ: 2cm لكل عام واحد على محور الفواصل و 1cm لكل 10 دينار على محور الترتيب)
2. جد إحداثي النقطة المتوسطة $G(\bar{X}, \bar{Y})$ ثم علمها.
3. بين أن معادلة (Δ) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة الإحصائية هي:
 $y = 8.7x + 50.3$ ثم مثل (Δ) (تدور النتائج إلى 0.1)
4. ما هو سعر القنطار الواحد لهذا المنتج عام 2009؟

التمرين الثاني: (04ن)

في 01 جانفي 2001 أودع زكرياء رصيد 10000DA ببنك يقدم فوائد مركبة نسبتها 5% سنويا إلا أن مصاريف تنقله إلى الجامعة تفرض عليه سحب مبلغ 1500DA في نهاية كل سنة (بعد حساب الفوائد).
نرمز بـ u_n إلى رصيد زكرياء في 01 جانفي من السنة 2001+n.

1. احسب u_0 و u_1 .
2. كم كان رصيد زكرياء في 01 جانفي 2003؟
3. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1.05u_n - 1500$
4. بين أن المتتالية (u_n) ليست حسابية ولا هندسية.
5. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 30000$
أ. بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
ب. أكتب عبارة كل من v_n و u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n)$
6. ابتداء من أي سنة يصبح زكرياء دائنا؟

التمرين الثالث: (05ن)

• نعتبر كثير الحدود P المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $P(x) = 2x^3 - x^2 - 2x + 1$

1. تحقق أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $P(x) = (x-1)(2x^2 + x - 1)$

2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $P(x) = 0$

3. استنتج في $\mathbb{R}$ حلول كل من:

$$\begin{cases} 2(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - 2\ln(x) + 1 = 0 \\ 2 - e^{-x} - 2e^{-2x} + e^{-3x} = 0 \\ 2e^{3x} - e^{2x} - 2e^x + 1 \leq 0 \\ \log(10) + \log(x) + \log(x+1) = 1 + \log(-x^2 + 1) \end{cases}$$

التمرين الرابع: (07ن)

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على $] -1; +\infty[$ بـ: $g(x) = -\ln(x+1)^2$

1. أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2. احسب $g(0)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $] -1; +\infty[$.

الجزء الثاني: لتكن الدالة f المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{2 + \ln(x+1)^2}{x+1}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $] -1; +\infty[$: $f(x) = 2\left(\frac{1}{x} + \frac{\ln(x+1)}{x+1}\right)$

2. إذا علمت أن: $\lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{\ln(y)}{y} = 0$ وبوضع: $y = x+1$

أ. احسب نهايات الدالة f عند حدود مجال تعريفها.

ب. فسر النتيجة هندسيا.

3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4. برهن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β حيث: $-0.64 < \beta < -0.63$

5. أنشئ (C).

6. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = m$

انتهى الموضوع الثاني