



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2024

الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية ، فنون

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

a عدد طبيعي حيث: $a = 2024$

(1) أ) عَيِّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9

ب) استنتج أن العدد $a+1$ يقبل القسمة على 9

(2) أ) عَيِّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a+5$ على 9 وبيِّن أن: $a^4 \equiv 1[9]$

ب) استنتج أن العدد $7a^4+3a+1445$ يقبل القسمة على 9

(3) عَيِّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون $a^4 n + 3a + 5 \equiv 0[9]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n - 2 \end{cases}$

(1) احسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3

(2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n - 1$

أ) بيِّن أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_{n+1} - 3v_n = 0$

ب) استنتج أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 3

(3) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

(4) نضع: من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

أ) احسب S_n بدلالة n ثم بيِّن أن: $S_n + u_n = 5 \times 3^n$

ب) عَيِّن قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $S_n + u_n = 405$



التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$)

(1) احسب كلاً من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ) بين أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = 3x(x-2)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ) بين أن $A(1;0)$ نقطة انعطاف لـ (C_f)

ب) اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحني (C_f) في النقطة A .

(4) أ) تحقق أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) - (-3x+3) = (x-1)^3$

ب) استنتج الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمماس (T)

(5) احسب $f(-1)$ و $f(3)$ ثم ارسم (T) و (C_f)



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

عَيِّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة مع التبرير في كل حالة مما يلي:

(1) العدد 2024 يوافق بترديد 5 العدد:

(أ) -1 (ب) 1 (ج) 6

(2) a و b عدنان طبيعيان حيث: $b = 6a + 7$ ، باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 6 هو:

(أ) 7 (ب) 1 (ج) 6

(3) a و b عدنان طبيعيان حيث: $a \equiv 3[7]$ و $b \equiv 5[7]$ ، العدد $3a + 2b$ يوافق بترديد 7 العدد:

(أ) 3 (ب) 1 (ج) 5

(4) a و b عدنان طبيعيان حيث: $a + b \equiv 4[5]$ و $a - b \equiv 3[5]$ ، باقي القسمة الإقليديةللعدد $a^2 - b^2$ على 5 هو:

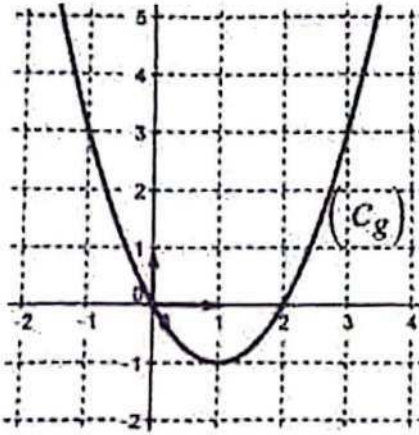
(أ) 1 (ب) 3 (ج) 2

التمرين الثاني: (06 نقاط)

نعتبر المتتالية الحسابية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحذاها الأول u_0 و أساسها r حيث: $u_0 = 2$ و $u_2 + u_9 = 70$ (1) يَبَيِّنْ أَنْ: $r = 6$ (2) يَبَيِّنْ أَنَّهُ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 6n + 2$ (3) أثبت أن العدد 2024 حدّ من حدود المتتالية (u_n) (4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ (أ) احسب بدلالة n المجموع S_n (ب) عَيِّن قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n = 352$



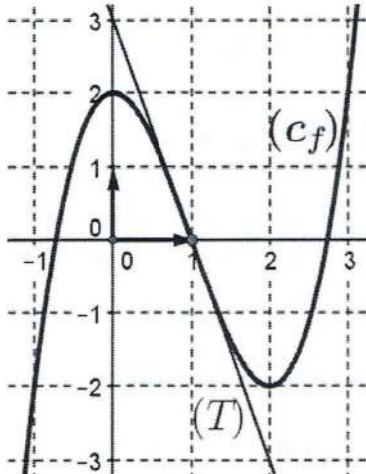
التمرين الثالث: (08 نقاط)

(I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x(x-2)$ (C_g) تمثيلها البياني كما هو موضح في الشكل المقابل.(1) احسب $g(0)$ ، $g(1)$ و $g(2)$

(2) بقراءة بيانية:

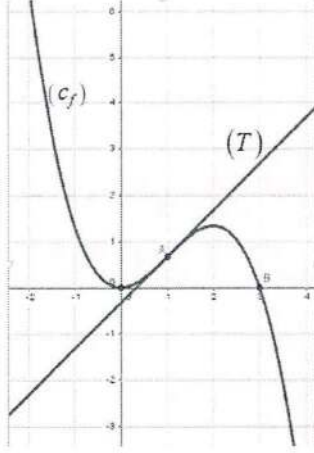
(أ) حدّد اتجاه تغير الدالة g (ب) عيّن حسب قيم x إشارة $g(x)$ (II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (1) احسب كلاً من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ (2) (أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = -g(x)$ (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها.(3) (أ) بيّن أنّ $A(1; \frac{2}{3})$ نقطة انعطاف للمنحني (C_f) (ب) اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحني (C_f) في النقطة A (4) (أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x) = \frac{1}{3}x^2(3-x)$ (ب) استنتج إحداثيي نقطتي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.(5) احسب $f(-2)$ و $f(4)$ ثمّ ارسم (T) و (C_f)

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)																						
العلامة	مجزأة																							
التمرين الأول (06 نقاط)																								
2	1	(أ) $2024 \equiv 8[9]$	(1)																					
	1	(ب) $2024 \equiv -1[9]$ ومنه $a+1 \equiv 0[9]$																						
3	1+1	(أ) $3a+5 \equiv 2[9]$ ، من $a+1 \equiv 0[9]$ نجد: $a^4 \equiv 1[9]$	(2)																					
	$0,5 \times 2$	(ب) $7a^4 + 3a + 1445 \equiv 7-3+5[9]$ ومنه $7a^4 + 3a + 1445 \equiv 0[9]$																						
1	$0,5 \times 2$	(3) $a^4 n + 3a + 5 \equiv 0[9]$ تعني: $n \equiv 7[9]$ ومنه: $n = 9k + 7$ ($k \in \mathbb{N}$)	(3)																					
التمرين الثاني (06 نقاط)																								
1,5	$0,5 \times 3$	(1) $u_1 = 7$ ، $u_2 = 19$ و $u_3 = 55$	(1)																					
1,5	0,75	(أ) $v_{n+1} - 3v_n = 0$	(2)																					
	0,75	(ب) $v_{n+1} = 3v_n$ ومنه (v_n) هندسية أساسها 3																						
1	$0,5 \times 2$	(3) $u_n = 2 \times 3^{n+1}$ ، $v_n = 2 \times 3^n$	(3)																					
2	$0,5 \times 2$	(أ) $S_n + u_n = 5 \times 3^n$ ، $S_n = 3^{n+1} - 1$	(4)																					
	$0,5 \times 2$	(ب) من $S_n + u_n = 405$ نجد $3^n = 81 = 3^4$ ومنه $n = 4$																						
التمرين الثالث (08 نقاط)																								
1	$0,5 \times 2$	(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$	(1)																					
2,25	$0,25 + 0,5$	(أ) من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$	(2)																					
	$0,5 \times 2$	(ب) f متزايدة تماما على كل من $]-\infty; 0]$ و $[2; +\infty[$																						
	0,5	ومتناقصة تماما على $[0; 2]$ جدول التغيرات <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$\nearrow$</td><td>2</td><td>$\searrow$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>-2</td><td></td><td></td></tr></table>		x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	0	+	$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$+\infty$				-2
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																				
$f'(x)$	+	0	-	0	+																			
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$+\infty$																			
			-2																					
1,75	$0,5 \times 2$	(أ) $f''(x) = 6(x-1)$ ، f'' تنعدم عند 1 وتغير إشارتها	(3)																					
	0,75	(ب) معادلة (T) : $y = -3x + 3$																						
1,25	0,5	(أ) من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) - (-3x + 3) = (x-1)^3$	(4)																					
	0,75	(ب) لِمَا $x < 1$: (C_f) أسفل (T) و لِمَا $x > 1$: (C_f) أعلى (T) $(T) \cap (C_f) = \{A(1; 0)\}$																						

1,75	$0,25 \times 2$ 0,25 1	 الرسم: $f(3) = 2$ و $f(-1) = -2$ رسم (T) رسم (cf)	(5)
------	--------------------------------------	---	-----

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)																		
العلامة	مجزأة																			
التمرين الأول (06 نقاط)																				
1,5	0,75×2	2024 = 405×5 - 1 (الإجابة: أ)	(1)																	
1,5	0,75×2	b = 6(a+1) + 1 (الإجابة: ب)	(2)																	
1,5	0,75×2	3a + 2b ≡ 5[7] (الإجابة: ج)	(3)																	
1,5	0,75×2	a² - b² ≡ 2[5] (الإجابة: ج)	(4)																	
التمرين الثاني (06 نقاط)																				
1,5	0,5+1	r = 6 ومنه: 2u₀ + 11r = 70 تكافئ u₂ + u₉ = 70	(1)																	
1,5	0,75×2	uₙ = u₀ + nr = 6n + 2	(2)																	
1	1	n = 337 تكافئ uₙ = 2024	(3)																	
2	0,5×2	Sₙ = (n+1)/2 (u₀ + uₙ) = (n+1)(3n+2) (أ)	(4)																	
	0,5×2	Sₙ = 352 تكافئ 3n² + 5n - 350 = 0 ومنه n = 10 (ب)																		
التمرين الثالث (08 نقاط)																				
0,75	0,25×3	g(2) = 0 و g(1) = -1 ، g(0) = 0	(1(I																	
1,25	0,5	(أ) الدالة g متناقصة تماما على]-∞; 1] و متزايدة تماما على [1; +∞[	(2)																	
	0,75	(ب) g موجبة تماما على المجالين]-∞; 0] و [2; +∞[وسالبة تماما على المجال [0; 2[وتتعدم عند 0 وعند 2																		
1	0,5×2	lim_{x→-∞} f(x) = +∞ و lim_{x→+∞} f(x) = -∞	(1(II																	
1,5	0,5	(أ) من أجل كل عدد حقيقي x ، f'(x) = -x² + 2x = -g(x)	(2)																	
	0,5	(ب) الدالة f متناقصة تماما على المجالين]-∞; 0] و [2; +∞[و متزايدة																		
	0,5	تماما على [0; 2] جدول التغيرات																		
		<table><tr><td>x</td><td>-∞</td><td>0</td><td>2</td><td>+∞</td></tr><tr><td>f'(x)</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>+∞</td><td>↘</td><td>↗</td><td>↘</td><td>-∞</td></tr></table>	x	-∞	0	2	+∞	f'(x)	-	0	+	0	-	f(x)	+∞	↘	↗	↘	-∞	
x	-∞	0	2	+∞																
f'(x)	-	0	+	0	-															
f(x)	+∞	↘	↗	↘	-∞															
1	0,5	(أ) من أجل كل عدد حقيقي x ، f''(x) = -2x + 2 ، f'' تتعدم عند 1 وتغير إشارتها ومنه A(1; 2/3) نقطة انعطاف لـ (C_f)	(3)																	
	0,5	(ب) (T): y = x - 1/3																		

0,75	0,25	أ) من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = \frac{1}{3}x^2(3-x)$	(4)
	0,5	ب) $(c_f) \cap (xx') = \{O(0;0), B(3;0)\}$	
1,75	$0,5 \times 2$	$f(4) = -\frac{16}{3}$ و $f(-2) = \frac{20}{3}$	(5)
	$0,5 + 0,25$	الرسم. 	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.