

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية المدية
ثانوية محمد بلعالم بني سليمان

وزارة التربية الوطنية
الشعبة : الثالثة ع ت

المدة : 02 سا

إختبار الفصل الثاني في مادة : الرياضيات

الموضوع

التمرين الأول: (07 نقاط)

في الشكل المرفق (C_f) ، هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة و المتزايدة تماما على $[-1; 3]$ ب : $f(x) = \frac{-2x+3}{x-4}$ و (Δ) المستقيم معادلته $y = x$.

(1) (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول ، $u_0 = \frac{5}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.
(أ) مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 دون حسابها مبررا خطوات الرسم
(ب) ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

(2) (أ) برهن من أجل كل عدد طبيعي n أن : $-1 < u_n < 3$
(ب) أدرس إتجاه تغير u_n ثم إستنتج أن (u_n) متقاربة و احسب نهايتها .

(3) v_n المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{u_n+1}{u_n-3}$

(أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{5}$.
(ب) جد عبارة v_n بدلالة n و استنتج عبارة u_n بدلالة n

(ج) نضع من أجل n عدد طبيعي :

$$S_1 = \ln(-2v_1) + \ln(-(1 + \frac{1}{2})v_2) + \ln(-(1 + \frac{1}{3})v_3) + \dots + \ln(-(1 + \frac{1}{n})v_n)$$

$$S_2 = \frac{4}{u_0-3} + \frac{4}{u_1-3} + \dots + \frac{4}{u_n-3}$$

(د) بين أن $S_1 = \ln(n+1) + \frac{(\ln \frac{49}{5} - n \ln 5)n}{2}$ ثم إستنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{S_1}{(n+1)^2}$.

(هـ) أحسب بدلالة n المجموع S_2

التمرين الثاني: (05 نقاط)

غرس فلاح أربع شجرات من التفاح و ثلاث شجرات من الخوخ و ثلاث شجرات من المشمش . بعد مدة من الزمن أثمرت ثلاث شجرات من بين كل الأشجار (نقبل أن كل الأشجار لها نفس الحظ في الإثمار)

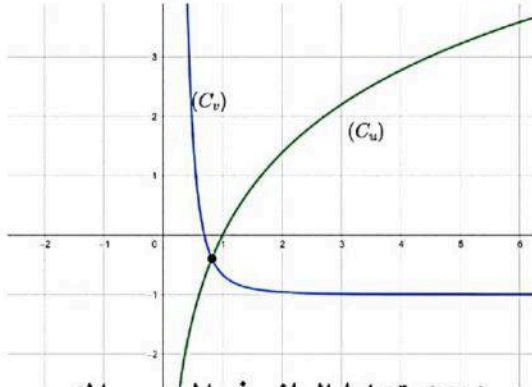
(1) أحسب احتمال الحوادث التالية : A : شجرات الخوخ لم تثمر B : أثمرت شجرة على الأقل من شجرات التفاح C : كل أنواع الأشجار أثمرت .

(2) بين أن $P(A \cap B) = \frac{17}{60}$

- (3) ماهو احتمال أن تثر على الأقل شجرة من شجرات التفاح علما ان شجرات الخوخ لم تثر.
- (4) المتغير العشوائي الذي يرفق بكل إثمار ل ثلاث شجرات عدد شجرات الخوخ غير المثمرة .
- (ا) برر أن قيم X هي : $\{0, 1, 2, 3\}$
- (ب) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم إستنتج $E(2024X + 1445)$

التمرين الثالث: (8 نقاط)

- (I) المستوي المنسوب إلى المعلم والمتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي:
- $$g(x) = 1 - \frac{1}{3x^3} + 2\ln x$$



(C_u) و (C_v) التمثيلان البيانيان للدالتين u و v معرفتين على

$$]0; +\infty[: u(x) = 2\ln(x) \text{ و } v(x) = -1 + \frac{1}{3x^3}$$

- (1) عدد حقيقي من المجال $]0.8; 0.9[$ يمثل فاصلة نقطة تقاطع (C_v) و (C_u)

❶ بقراءة بيانية أدرس الوضع النسبي بين (C_v) و (C_u) ثم إستنتج إشارة $g(x)$

- (II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = -\frac{x}{3} + \frac{\ln x}{x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2\text{cm}$
- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

- (ب) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = \frac{-1}{3}x$ مقارب مائل ل (C_f) ثم إستنتج الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ)

$$(2) \text{ (ا) بين أنه من أجل كل } x \text{ من }]0; +\infty[: f'(x) = \frac{g(\frac{1}{x})}{x^3}$$

- (ب) إستنتج أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $[\frac{1}{\alpha}; +\infty[$ ومتزايدة تماما على المجال $]-\infty; \frac{1}{\alpha}]$ ثم شكل جدول تغيراتها .

- (3) بين انه يوجد مماس وحيد (T) يوازي Δ ثم أكتب معادلة له

$$(4) \text{ أنشئ كل من } \Delta, (T) \text{ ثم } (C_f) \text{ (نختار } \frac{1}{\alpha} = 1.2 \text{ و } f(\frac{1}{\alpha}) = -0.27 \text{)}$$

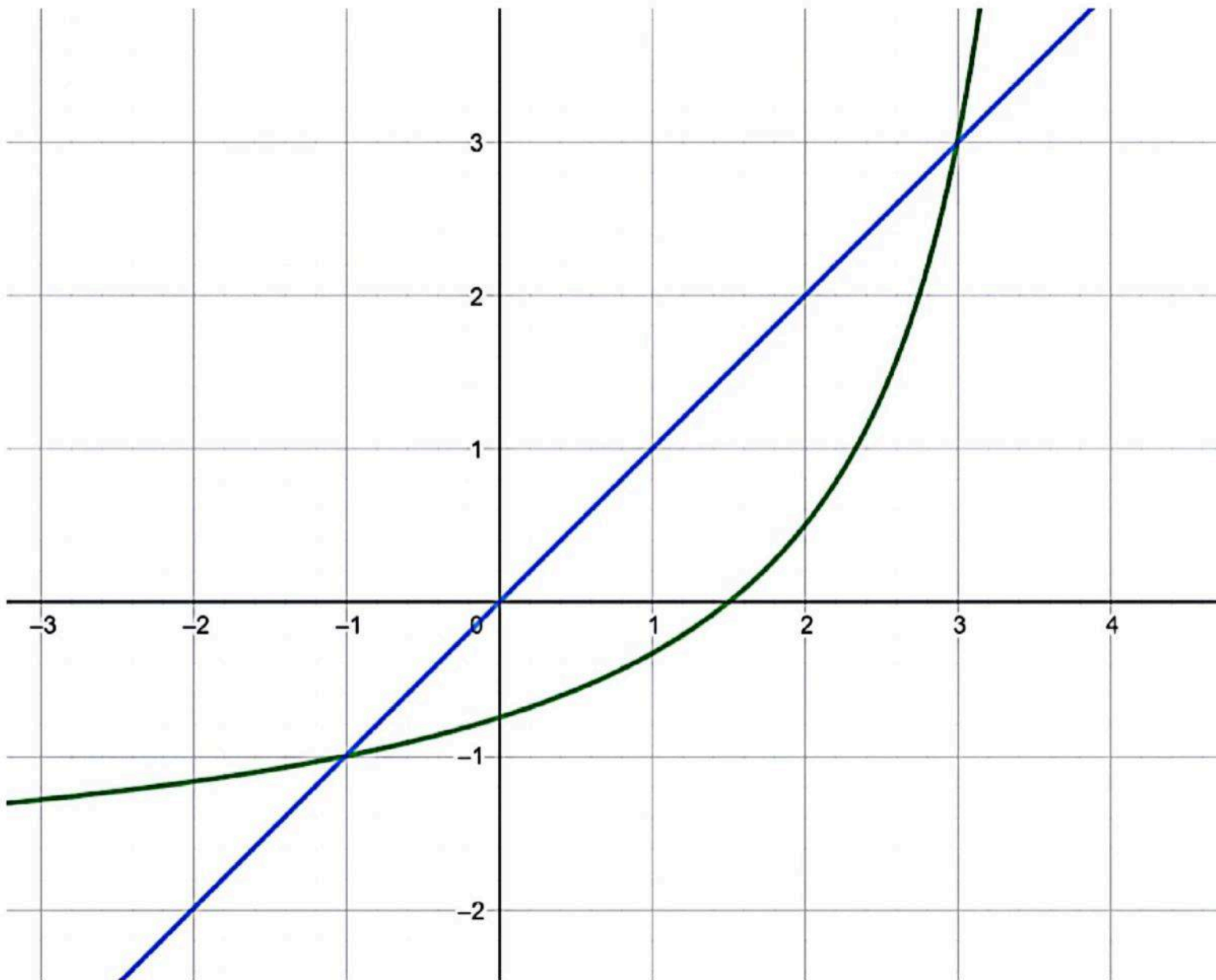
$$(5) \text{ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي } m \text{ عدد حلول المعادلة } mx^2 - \ln x = 0$$

$$(6) \lambda \text{ عدد حقيقي أكبر تماما من } 1$$

$$(ا) \text{ بإستعمال المكاملة بالتجزئة بين ان : } \int_1^\lambda \frac{\ln x}{x^2} dx = -\frac{\ln \lambda}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} + 1$$

- (ب) نعتبر $A(\lambda)$ المساحة ب cm^2 للحيز المستوي المحدد ب (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتهما :

$$x = \lambda, x = 1 \text{ . أحسب } \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$$



..... : سة
..... : (ة)
..... :
..... : (ة) المادة
..... : الرقم
..... : الاختبار الثلاثي
..... : القسم
..... : التاريخ
..... : الرقم

ورقة الإجابة

التصحيح النموذجي - الاختبار الثاني 3 عت
وعليه (U_n) متناظرة تمامًا

الإستنتاج:

(0,7) (U_n) متناظرة، عدد زوجي من الأعداد
في متناظرة، زوجية من الأعداد
حيث l حل للمعادلة $f(l) = l$
$$\frac{-2l+3}{l-4} = l$$

للمعادلة $l = 1$ أو $l = 3$ من طرف

(0,7) $\lim U_n = -1$ وأذن

$$U_n = \frac{U_{n+1}}{U_{n-3}}$$

$$U_{n+1} = \frac{U_{n+1} + 1}{U_{n+1} - 3} = \frac{-2U_{n+3} + 1}{-2U_{n+3} - 3}$$

$$= \frac{-2U_{n+3} + U_{n-4}}{-2U_{n+3} - 3U_{n+1} + 12} = \frac{-U_n - 1}{-5U_n + 15}$$

$$= \frac{-1(U_{n+1})}{-5(U_n - 3)} = \frac{1}{5} U_n$$

وعليه (U_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{5}$
حدها الأول $U_0 = -7$

$U_0 = -7$

(0,1) (1) تمثيل العدد U_0, U_1, U_2
(2) اتجاه تغير المتناظرة وتقررها
بتدر المتناظرة (U_n) متناظرة
عنا، متناظرة، متناظرة
تقاطع (4)، (5) (0,5)

(2) البرهان بالتراجع $U_n < -1$
التحقق من أن $U_n < -1$
لدينا $U_n < -1$ (حققت)
نفرض من أجل n أن $U_n < -1$
 $U_n < -1$ ، وبذلك أن
 $U_{n+1} < -1$

(1)

لدينا: $U_n < -1$
عنا أن U_n متناظرة تمامًا
من أن $f(1) < f(U_n) < f(3)$

$U_{n+1} < -1$ (و. م. م.)
وأذن من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $U_n < -1$

(2) اتجاه تغير (U_n) : (0,1)
$$U_{n+1} - U_n = \frac{-(U_n - 3)(U_{n+1})}{(U_n - 4)} < 0$$

من أجل $U_n < -1$

ت الجزئية

ة النهائية

$$S_2 = \frac{4}{U_0-3} + \frac{4}{U_1-3} + \dots + \frac{4}{U_n-3}$$

$$\cancel{U_n} U_n = \frac{U_{n+1} + 4 - 4}{U_n - 3} = \frac{U_{n+1} + 4}{U_n - 3}$$

$$= 1 + \frac{4}{U_n - 3}$$

$$\frac{4}{U_n - 3} = (U_n - 1) \quad \text{donc}$$

$$S_2 = (U_0 - 1) + (U_1 - 1) + \dots + (U_n - 1)$$

$$S_2 = U_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} - 1(n+1).$$

$$S_2 = -7 \times \frac{1 - (\frac{1}{5})^{n+1}}{1 - \frac{1}{5}} - (n+1).$$

$$S_2 = \frac{35}{4} \left(1 - \left(\frac{1}{5} \right)^{n+1} \right) - (n+1) \quad (0,1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_1}{(n+1)^2} =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_1}{(n+1)^2} = \frac{-\ln 5}{2} \quad (0,1)$$

$$U_n = U_0 \times q^n = -7 \left(\frac{1}{5} \right)^n \quad (0,1)$$

$$U_n = \frac{U_{n+1}}{U_n - 3} \quad \text{donc}$$

$$U_n(U_n - 3) = U_{n+1} \quad \text{ou}$$

$$U_n(U_n - 1) = 1 + 3U_n \quad \text{ou} \quad U_n U_n - 3U_n - U_n = 1$$

$$U_n = \frac{3U_n + 1}{U_n - 1} \quad \text{donc}$$

$$U_n = \frac{-21 \left(\frac{1}{5} \right)^n + 1}{-7 \left(\frac{1}{5} \right)^n - 1} \quad (0,1)$$

$$S_2 \text{ et } S_1 \text{ convergent (C)}$$

$$S_1 = \ln 2 + \ln \frac{2}{2} + \ln \frac{4}{3} + \dots + \ln \frac{n+1}{n} + \ln(-U_1) + \ln(-U_2) + \dots + \ln(-U_n)$$

$$\ln(-U_n) = \ln\left(7 \left(\frac{1}{5} \right)^n\right) = \ln 7 + n \ln \frac{1}{5} \quad \text{donc}$$

$$= \ln 7 - n \ln 5 \quad \text{résultat}$$

$$S_1 = \ln \left(\frac{2 \times 2}{1 \times 2} \times \frac{4}{3} \times \dots \times \frac{n+1}{n} \right) + \frac{(\ln \frac{2}{5} + \ln 7 - n \ln 5) n}{2} \quad \text{donc}$$

$$= \ln(n+1) + \frac{(\ln \frac{4}{5} - n \ln 5) n}{2} \quad (0,1)$$

$$E(614X + 1445) = 614 \left(\frac{21}{10} \right) + 1445 = \frac{28411}{10}$$

0,1

$$= 5671,4$$

03

التوزيع الثنائي

$$P(A) = \frac{C_7^1}{C_{10}^1} = \frac{7}{10} \quad (0,7)$$

$$P(B) = \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{C_4^3 + C_4^2 C_6^1 + C_4^1 C_6^2}{C_{10}^3} = \frac{4 + 12 + 15}{120} = \frac{31}{60} \quad (0,516)$$

$$P(C) = \frac{C_4^1 C_3^1 C_3^1}{C_{10}^3} = \frac{3}{120} = \frac{1}{40} \quad (0,025)$$

$$P(ANB) = \frac{1}{60} \quad (2) \text{ باطلات ان}$$

$$P(ANB) = \frac{C_4^3 + C_4^2 C_3^1 + C_4^1 C_3^2}{C_{10}^3} = \frac{17}{120} \quad (0,1417)$$

$$P_A(B) = \frac{P(ANB)}{P(A)} = \frac{34}{35} \quad (3) \quad (0,9714)$$

$$\{0, 1, 2, 3\} \text{ تيريد ان ميتو } X \text{ من } (4) \quad (0,1)$$

(ب) فانون، اعداد X:

$$P(X=0) = \frac{C_3^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{120}$$

$$P(X=1) = \frac{C_3^2 C_7^1}{C_{10}^3} = \frac{7}{40}$$

$$P(X=2) = \frac{C_3^1 C_7^2}{C_{10}^3} = \frac{21}{40}$$

$$P(X=3) = \frac{C_3^3}{C_{10}^3} = \frac{7}{24}$$

1

$$E(2014X + 1445) = 2014 E(X) + 1445$$

$$= 2014 \left(\sum p_i x_i \right) + 1445 \quad (0,1)$$

$$E(X) = 0 \left(\frac{1}{120} \right) + 1 \left(\frac{7}{40} \right) + 2 \left(\frac{21}{40} \right) + 3 \left(\frac{7}{24} \right) = \frac{21}{10}$$

التحليل الثالث

١) النوع الثالث (C_u), (C_e):

x	0	1	+∞
الحد	C _e نقطة	النقطة (1, 1/3)	C _u فتر
g(x)	-	0	+

ما شارة g(x)

$$f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{\ln x}{x^2} \quad (P \text{ 1})$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$$

x=0 م.م.م (4) يوزيا دور الترتيب

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-\frac{x}{3})] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0$$

منه $y = -\frac{x}{3}$ م.م.م (4) الوضع السليم.

$$f(x) - (-\frac{x}{3}) = \frac{\ln x}{x^2}$$

x	0	1	+∞
ln x	-	0	+
الحد	C _e نقطة	نقطة (1, 1/3)	C _u فتر

f(x) تقبل الاشارات على (0, +∞)

لدينا:

$$f'(x) = -\frac{1}{3} + \frac{x + 2 \ln x}{x^4}$$

$$= \frac{-\frac{1}{3}x^4 + x + 2 \ln x}{x^4} = \frac{-\frac{1}{3}x^3 + 1 + 2 \ln x}{x^3}$$

$$= \frac{g(\frac{1}{x})}{x^3}$$

٢) اتجاه التغير للدالة f:

الشارة f'(x) من اشارة g(1/x)

لان x > 0 x^3 > 0 الى اكمال [0, +∞] يجب التبرير

x	0	1	+∞
f'(x)	-	0	+
f(x)	-∞	f(1)	+∞

٣) ابيات ان (f) يقبلما (Δ) (Δ) (Δ)

$$f'(x) = -\frac{1}{3} \text{ ابي } 1 - 2 \ln x = 0$$

$$x = \sqrt{e} \text{ منه } x = \frac{1}{2}$$

$$(T): y = f'(\sqrt{e})(x - \sqrt{e}) + f(\sqrt{e})$$

$$y = -\frac{1}{3}(x - \sqrt{e}) + -\frac{\sqrt{e}}{3} + \frac{1}{2e}$$

$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{2e}$$

٤) رسم (Δ) (Δ) (Δ) (Δ)

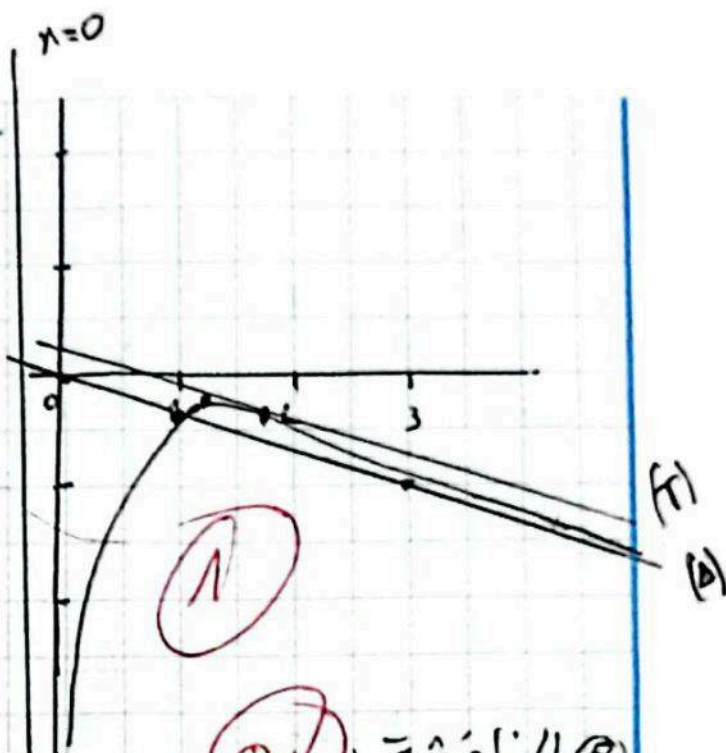
on

$$A(\lambda) = \int_0^1 \frac{h(\mu)}{\mu^2} d\mu \quad \|C\| \times \|J\|$$

$$= 4 \left(-\frac{\ln 2}{x} - \frac{1}{1} + 1 \right) \text{ cm}^2$$

$$= 4 \text{ cm}^2$$

ON



11 $\textcircled{0, \checkmark}$ (9) النافذة

m	عدد مطلق (المقادير)
$m \in]-\infty, 0]$	حار و حيد
$m \in]0, \frac{1}{2e}[$	حار و ن
$m = \frac{1}{2e}$	حار و حيد
$m > \frac{1}{2e}$	لا- حار و حيد

(8) (9) السائل بالترتيب:

$$\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \left[-\frac{\ln x}{x} \right]_1^2 - \int_1^2 -\frac{1}{x^2} \ln x$$

إمضاء الولي

ملاحظات الأستاذ (ة)