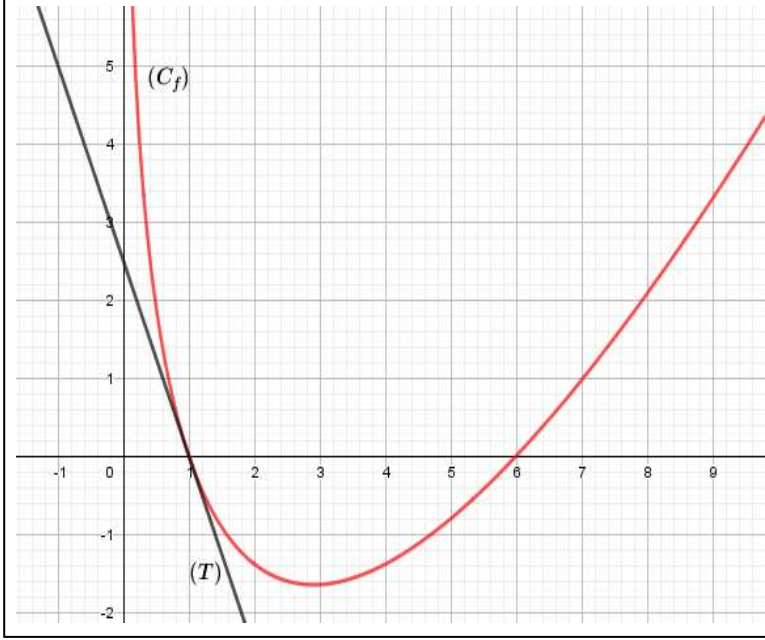


التمرين الأول: (12 نقطة)



الجزء الأول:

في الشكل المقابل (C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f

المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = (ax+b)\ln x$.

المستقيم (T) ذا المعادلة : $5x+2y-5=0$ مماس

للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

1) بقراءة بيانية عين كلا من : $f'(1)$ و $f(6)$.

2) باستعمال ماسبق . بين أن : $\begin{cases} 6a+b=0 \\ a+b=-\frac{5}{2} \end{cases}$

، ثم استنتج أن : $f(x) = \left(\frac{1}{2}x-3\right)\ln x$.

3) حل جبريا وفي المجال $]0; +\infty[$ المتراجحة : $f(x) \geq 0$

4) الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى عند α .

$$f(\alpha) = -\frac{(\alpha-6)^2}{2\alpha} \quad \text{برهن أن}$$

الجزء الثاني:

نعرف على المجال $]0; +\infty[$ الدالة g كما يلي : $g(x) = -\frac{1}{8}x^2 + 3x + \left(\frac{1}{4}x^2 - 3x\right)\ln x$.

(C_g) المنحنى الممثل للدالة g في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) احسب كلا من : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$.

2) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ فإن : $g'(x) = f(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها

3) بين أن المنحنى (C_g) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما x_0 و x_1 حيث : $3.2 < x_0 < 3.4$ و $8.2 < x_1 < 8.4$

4) احسب $g(10)$ ثم مثل المنحنى (C_g) .

5) الدالة h معرفة على $]-\infty; 0[$ حيث : $h(x) + g(-x) = 0$.

أ- اشرح كيف يتم تمثيل منحنى الدالة h انطلاقا من المنحنى (C_g) .

ب- مثل منحنى الدالة h في نفس المعلم السابق.

$$(u_n) \text{ متتالية عددية معرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ: } \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n - 4}{u_n + 5} \end{cases}$$

1. عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + 5}$

2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > -2$

3. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

4. برر أن المتتالية (u_n) متقاربة.

5. نعرف على $\mathbb{N}$ المتتالية (v_n) كمايلي : $v_n = \frac{1}{u_n + 2}$

أ- بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0
ب- عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n .

ج- احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

د- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 v_0 + u_1 v_1 + \dots + u_n v_n$

6. نعرف على $\mathbb{N}$ المتتالية (w_n) كمايلي : $w_n = e^{V_n}$

أ- بين أن المتتالية (w_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها ول w_0

ب- احسب بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n = w_0 \times w_1 \times \dots \times w_n$

إنتهى

بالتوفيق : أساتذة المادة