

فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (10 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، و a و b أعداد حقيقية، (Cf) هو المنحنى البياني للدالة f المعرفة على

$$\mathbb{R} - \{-1; 1\} \text{ بـ: } f(x) = 2 + \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-1}.$$

• $A(-2; 0)$ عند النقطة (Cf) هو مماس (T)

(I) بقراءة بيانية :

(1) عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .

(2) عين $f(0)$ ، $f(-2)$ و $f'(-2)$.

(3) عين إشارة كلاً من $f(x)$ و $f'(x)$.

(4) عين معادلة للمستقيم (T) .

(5) شكل جدول تغيرات الدالة f .

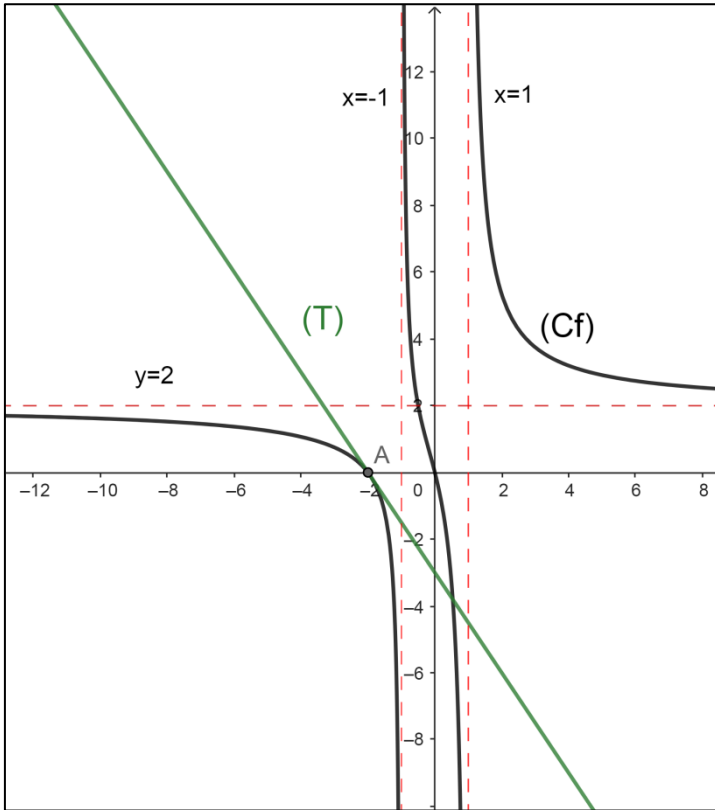
(6) مما سبق بين أن : $f(x) = 2x \left(\frac{x+2}{x^2-1} \right)$

(7) ناقش حسب قيم m إشارة و حلول المعادلة $f(x) = -m$

(II)

(1) عين f' مشتقة الدالة f .

(2) أدرس تغيرات الدالة f .



(III) لتكن g دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ: $g(x) = f(-|x|)$ ، (Cg) تمثيلها البياني.

(1) بين أن g زوجية.

(2) اكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

(2) اشرح كيف يمكن رسم (Cg) انطلاقاً من (Cf) ثم ارسمه.

التمرين الثاني: (10نقط)

- (I) لتكن g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = -x + 1 + e^{-x}$.
- (1) احسب نهايتي الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها .
 - (2) احسب g' مشتقة الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
 - (3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث $1.27 < \alpha < 1.28$ ثم استنتج إشارة g على $\mathbb{R}$.
- (II) لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (e^x - 1)(2 - x)$ ، وليكن (Cf) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) احسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.
 - (2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 2$ مستقيم مقارب لـ (Cf) في جوار $-\infty$.
ب) ادرس الوضع النسبي لـ (Cf) و (Δ) .
 - (3) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = e^x g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$.
ب) شكل جدول تغيراتها.
 - (4) عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ، فسر النتيجة هندسياً.
 - (5) أ) أثبت أن (Cf) يقطع محور الفواصل في نقطتين يطلب تعيين فاصلتهما.
ب) أعط إشارة f على $\mathbb{R}$.
ج) أنشئ بدقة كلاً من (Cf) و (Δ) (نأخذ $f(\alpha) \approx 1.9$)
 - (6) ناقش حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = m - 1$.
- (III) لتكن h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = [f(x)]^2$ (لا يطلب حساب عبارة h)
- (1) أحسب h' مشتقة الدالة h على $\mathbb{R}$.
 - (2) استنتج جدول تغيراتها .

(3) g مستمرة ورتيبة (متناقصة تماماً) على $\mathbb{R}$ ومنه على المجال $[1.27; 1.28]$ و $g(1.27) = 0.01$ و $g(1.28) = -1.96 \times 10^{-3}$ أي $g(1.27) \times g(1.28) < 0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α على المجال $[1.27; 1.28]$

ن0.5 إشارة g على $\mathbb{R}$ ن0.5

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$

(II) لدينا $f(x) = (e^x - 1)(2 - x)$

(1) 2×0.5

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - 1)(2 - x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x - 1)(2 - x) = -\infty$$

(2) لدينا: ن0.5

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} [2e^{x^0} - xe^{x^0}] = 0$$

ومن $y = x - 2$ مستقيم مقارب لـ (Cf) في جوار $-\infty$

(ب) ن0.5 لدراسة الوضع النسبي لـ (Cf) و (Δ) ندرس إشارة الفرق $e^x(2 - x)$ ، $e^x > 0$ ومنه إشارة الفرق من إشارة $2 - x$

أي على المجال $]-\infty; 2[$ ، (Cf) يقع فوق (Δ) . على المجال $[2; +\infty[$ ، (Cf) يقع تحت (Δ) .

ولما $x = 2$ و (Cf) و (Δ) يتقاطعان في النقطة $(2; 0)$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$2 - x$	$+$	0	$-$

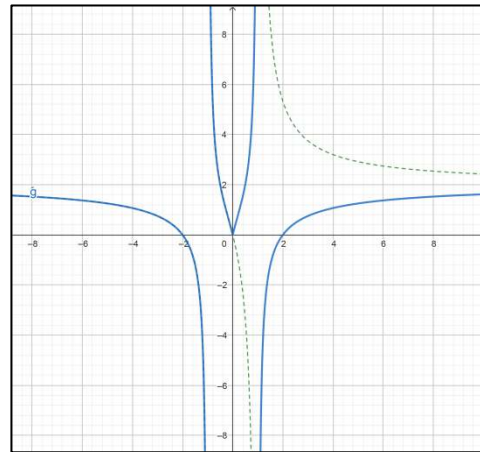
ومن g زوجية، لدينا

$$g(x) = \begin{cases} f(-x); x \in]0; 1[\cup]1; +\infty[\\ f(x); x \in]-\infty; -1[\cup]-1; 0[\end{cases}$$

ن0.5

لدينا: ن0.5 + ن0.5

لما $x \in]-\infty; -1[\cup]-1; 0[$ ، (Cf) ، (Cg) متطابقان وبأن g زوجية نكمل الرسم بالتناظر بالنسبة إلى محور الترتيب.



التحريين الثاني: 10 نقاط

(1) 2×0.25 لدينا $g(x) = -x + 1 + e^{-x}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x + 1 + e^{-x}) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x + 1 + e^{-x}) = +\infty$$

(2) 2×0.25 g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي:

$$g'(x) = -1 - e^{-x} = -(1 + e^{-x}) < 0$$

متناقصة تماماً على $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$-\infty$

(6) 1.5 ن لدينا: $f(x) = 2 + \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-1}$

و $f(0) = 0$ معناه $a - b = -2$ (1) و $a - b = -2$ (2) معناه $f(-2) = 0$ بجمع

$$-a - \frac{b}{3} = -2 \Rightarrow a = 1$$

(2) و (1) طرفاً بطرف ثم التعويض نجد $a = 1$

$$f(x) = 2 + \frac{1}{x+1} + \frac{3}{x-1} \text{ أي } b = 3$$

$$f(x) = \frac{2x^2 + 4x}{x^2 - 1}$$

(7) ن0.5 المناقشة

لما $-m < 0$ أي $m > 0$ المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة.

لما $0 < -m < 2$ أي $-2 < m < 0$ المعادلة تقبل

حلين سالبين. لما $m = -2$ حل وحيد سالب

لما $m = 0$ المعادلة تقبل حلين حل معدوم و حل سالب.

لما $-m > 2$ أي $m < -2$ المعادلة تقبل حلين

مختلفين في الإشارة

(II) ن0.5 + ن0.5 لدينا:

$$f'(x) = \frac{-4(x^2 + x + 1)}{(x^2 - 1)^2} < 0 \text{ ومنه } f$$

متناقصة تماماً على $]-\infty; -1[$ و $]1; +\infty[$.

(III) تبين أن g زوجية ن0.5

(1) $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ متناظر بالنسبة لـ 0.

$$g(-x) = f(-|x|) = f(|x|) = g(x)$$

تصحيح فرض الفصل الأول للسنة تقني رياضي

التحريين الأول: 10 نقاط

$$1.5 = 6 \times 0.25 \text{ ن1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2 \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$$

(2) لدينا $f(0) = 0$ و $f(-2) = 0$

$$f'(-2) = \frac{-3-0}{0+2} = -\frac{3}{2} \text{ و } 0.25$$

(3) إشارة $f(x)$ و $f'(x)$ من ن0.5

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$+$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	$-$	$-$

(4) معادلة (T) : ن1

$$y = f'(-2)(x+2) + f(-2)$$

$$y = \frac{-3}{2}x - 3$$

(5) جدول تغيرات f ن0.5

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f(x)$	2	$+\infty$	$+\infty$	2

(3) f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة

هي : $f'(x) = e^x(2-x) - (e^x - 1) = e^x - xe^x + 1$

أي : $f'(x) = e^x(1-x+e^{-x}) = e^x g(x)$ 0.5

استنتاج اتجاه تغير الدالة f 0.75

$e^x > 0$ ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ أي:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-

على المجال $]-\infty; \alpha[$ و $f'(x) > 0$ ومنه f متزايدة

تماماً على هذا المجال وعلى المجال $]\alpha; +\infty[$

$f'(x) < 0$ ومنه f متناقصة تماماً على هذا المجال

(ب) 0.25 جدول تغيرات

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	$-\infty$

(4) 0.5 لدينا:

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} = f'(\alpha) = e^\alpha g(\alpha) = 0$$

التفسير الهندسي: 0.5 (Cf) يقبل مماس عند

النقطة ذات الفاصلة α موازي لمحور الفواصل

(أن معامل توجيهه معدوم).

(5) أ) نحل المعادلة $f(x) = 0$ يكافئ: $2-x=0$

أو $e^x - 1 = 0$ أي : $x=2$ أو $x=0$ ، إذا

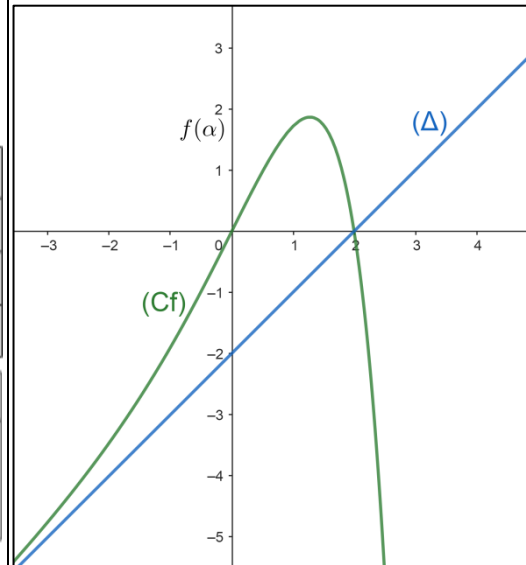
(Cf) يقطع محور الفواصل في النقطتين

$(0;0)$ و $(2;0)$. 0.5

(ب) إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$: 0.5

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+	-

(ج) 0.5 + 0.25



(6) 0.5 حلول المعادلة $f(x) = m-1$ هي

فواصل نقط تقاطع (Cf) مع المستقيمات

$y = m-1$

لما $m-1 < 0$ أي : $m < 1$ المعادلة تقبل حلين

مختلفين في الإشارة .

لما $m-1 = 0$ أي : $m = 1$ المعادلة تقبل حلين

حل معدوم و حل موجب .

لما $0 < m-1 < f(\alpha)$ أي $1 < m < f(\alpha)+1$

المعادلة تقبل حلين موجبين .

لما $m-1 = f(\alpha)$ أي $m = f(\alpha)+1$ المعادلة

تقبل حل وحيد موجب .

لما $m-1 > f(\alpha)$ أي $m > f(\alpha)+1$ المعادلة لا

تقبل حلول .

(III) لدينا $h(x) = [f(x)]^2$

h قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي :

$h'(x) = 2f'(x)f(x)$ 0.5 + 0.75

x	$-\infty$	0	α	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	0	-	-
$f(x)$	-	0	+	+	-
$h'(x)$	-	0	0	-	+

x	$-\infty$	0	α	2	$+\infty$
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$+\infty$

مجلة المفيد في الدوال الاسية اللوغارتمية



صفحة الأستاذة بن سونة خديجة للرياضيات

