

المدة: 1 سا

المستوى: 3 علوم تجريبية 4+3

الفرض الثاني للفصل الأول في مادة الرياضيات

نصي التمرين:

I- نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty; 1[$ ب : $f(x) = \frac{a}{x-1} e^{\frac{bx}{x-1}}$ ، حيث a و b عدنان حقيقيان غير معدومين.

و (C) تمثيلها البياني في معلم ومتعامد ومتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) براءة بيانية أوجد:

أ- $f(0)$ ، $f'(0)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$. 0,7 ك

ب- فسر بيانيا النتائج المحصل عليها في السؤال 1-أ. 0,7 ك

(2) أ- بين أنه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$ فإن:

$$f(x) = \frac{1}{(x-1)^2} e^{\frac{bx}{x-1}} \left(\frac{-ax+a-b}{x-1} \right)$$

ب- أثبت أن $a = 1$ و $b = 1$. 0,1 ك

II- (1) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$. 0,1 ك

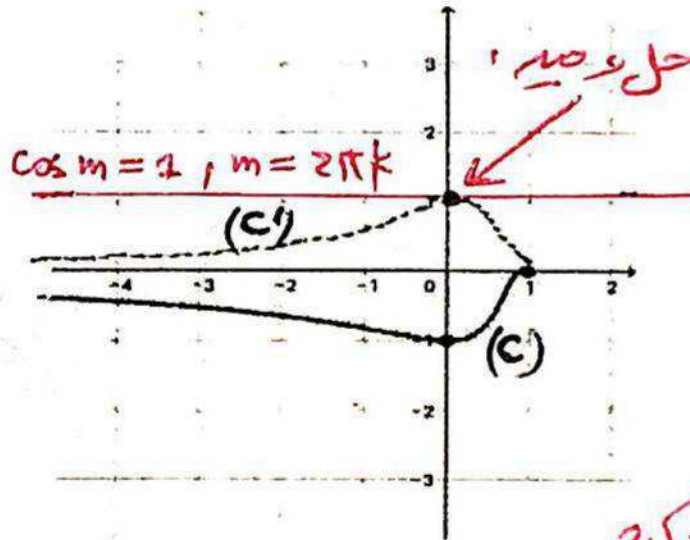
(2) أ- حدد اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها. 0,1 ك + 0,1 ك

ب- بين أن المعادلة $f(x) = -\frac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0; 1[$ ثم تحقق أن $0.6 < \alpha < 0.7$. (فسر بيانيا). ①

(3) أعد رسم (C) ثم استنتج طريقة لرسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$. 0,1 ك

(4) عين قيم الوسط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $|f(x)| = \cos(m)$ حلا وحيدا. 0,1 ك

(5) تحقق أن المنحنى (C) يقبل نقطتي انطاف فاصلتهما $\frac{1}{\sqrt{2}}$ و $-\frac{1}{\sqrt{2}}$. 01



المسوى : 3 خلوص

الفصل الأول

(2) اتيه تغير الدالة f و جدول تغيراتها .
 $f'(x) = \frac{1}{x-1} e^{\frac{x}{x-1}} \left(\frac{-x}{x-1} \right)$
 إشارة $f'(x)$ في $x=0$ و لدينا
 $f'(x) = 0$ لأن $x=0$

x	$-\infty$	0	1
-x		+	-
x-1		-	-
f'(x)		-	+

على المجال $]-\infty; 0[$ ، الدالة f متناقصة تماماً
 على المجال $[0; 1[$ ، الدالة f متزايدة تماماً .

ب - بين أن الدالة $f(x) = \frac{1}{2}$ قبل صلاً و صياً (0.1)

x	$-\infty$	0	1
f'(x)		-	+
f(x)	0	-1	0

الدالة f مستمرة على المجال $[0; 1]$ و لدينا
 $f([0; 1]) = [-1; 0]$ لأن $-1 < -\frac{1}{2} < 0$

ومنه المعادلة $f(x) = -\frac{1}{2}$ قبل صلاً و صياً .
 التحقق : $f(0.6) < -\frac{1}{2} < f(0.7)$ (0.1)

(3) إعادة رسم (C) و تمثيل (C) المثل ل $|f|$ (0.1)

(4) بين قيم m حتى قبل المعادلة $|f(x)| = \cos m$ (0.1)

صلاً و صياً ، لدينا إذا كان $\cos m = 4$ (0.1)

فإن المعادلة $|f(x)| = \cos m$ قبل صلاً و صياً وليس

مضاعفاً و منه $m = 2\pi k$ مع $k \in \mathbb{Z}$

(5) اتحقق أن المنحنى قبل تقاطع الخط فاصلتها

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ و $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

f' قابلة للاشتقاق على $]-\infty; 1[$ و لدينا : (0.1)

$f''(x) = \frac{2x^2-1}{(x-1)^5} e^{\frac{x}{x-1}}$, $f''(x) = 0$

لأن $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ أو $x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

لأن $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ أو $x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ لأن $\frac{2x^2-1}{(x-1)^5} > 0$

لأن f'' في $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ و $x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

لأن f'' في $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ و $x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

لأن f'' في $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ و $x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

لأن f'' في $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ و $x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

لأن f'' في $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ و $x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

تصحيح الفرض الثاني

I - $f(x) = \frac{a}{x-1} e^{\frac{bx}{x-1}}$, $Df =]-\infty; 2[$

(1) القواعد ابين (0.1)

(2) $f'(0) = 0$, $f(0) = -1$

لأن $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = 0$

ب - التفسيرات الهندسية (0.1)

- النقطة $(0; -1)$ نقطة تقاطع (C) مع محور

الترتيب .

- المنحنى (C) يقبل مماساً موازياً لمحور

الحوامل عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

- المنحنى (C) يقبل نقطة توقف هي $(1; 0)$

(2) - بين أن : $f'(x) = \frac{1}{(x-1)^2} e^{\frac{bx}{x-1}} \left(\frac{ax+bx-ab}{x-1} \right)$

f قابلة للاشتقاق على Df و لدينا : (0.1)

$f'(x) = \frac{-a}{(x-1)^2} e^{\frac{bx}{x-1}} + \frac{a}{x-1} \times \frac{-b}{(x-1)^2} e^{\frac{bx}{x-1}}$

ومنه $f'(x) = \frac{1}{(x-1)^2} e^{\frac{bx}{x-1}} \left(-a - \frac{ab}{x-1} \right)$

لأن $f'(x) = \frac{1}{(x-1)^2} e^{\frac{bx}{x-1}} \left(\frac{-ax+bx-ab}{x-1} \right)$

ب - إثبات أن $a=1$ و $b=1$ (0.1)

لدينا $f(0) = -1$

ومن جهة أخرى $f(0) = -a$

لأن $a=1$

و لدينا $f'(0) = 0$

ومن جهة أخرى $f'(0) = -a+ab$

لأن $-a+ab=0$ و منه $-1+b=0$

لأن $b=1$

لأن $b=1$

لأن $b=1$

لأن $b=1$

لأن $b=1$

لأن $b=1$

لأن $b=1$

لأن $b=1$