

التمرين الأول:

a و b عدنان حقيقيان و $P(x)$ كثير حدود حيث: $P(x) = 2x^3 + ax^2 + 7x + b$

(I) عين a و b بحيث يكون 2 جذرا لـ $P(x)$ و $P(0) = -2$

(II) نفرض أن $a = -7$ و $b = -2$

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يوجد كثير حدود $g(x)$ حيث: $P(x) = (x - 2)g(x)$ يطلب تعيينه.

(2) بين أنه إذا كان α جذرا غير معدوم لـ $P(x)$ فإن $\frac{1}{\alpha}$ جذر لـ $P(x)$.

(3) (I) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $2x^2 - 3x + 1 = 0$ ثم استنتج حلول المعادلة $P(x) = 0$

(ب) استنتج حلول المعادلة $P(\sqrt{x}) = 0$

(4) ادرس إشارة $P(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة $P(x) \leq 0$.

التمرين الثاني:

(I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{1}{x+3}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) فكك الدالة f الى مركب دالتين مرجعيتين u و v يطلب تعيينهما.

(2) اعتمادا على اتجاه تغير مركب دالتين، ادرس اتجاه غير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty; -3[$ و $]-3; +\infty[$

(3) اشرح كيف يمكن رسم (C_f) انطلاق من منحنى دالة مرجعية ثم انشئه.

(II) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ بـ: $g(x) = \frac{x+1}{x+3}$ (C_g) تمثيلها البياني.

(1) من أجل كل عدد حقيقي $x \neq -3$ عين العددين الحقيقيين a و b حيث: $g(x) = a + \frac{b}{x+3}$

(2) تحقق أن من أجل كل $x \neq -3$: $g(x) = 1 - 2f(x)$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيرتها.

(4) بين أن النقطة $\Omega(-3; 1)$ مركز تناظر لـ (C_g) .

(5) انشئ في نفس المعلم منحنى الدالة $h: x \mapsto -\frac{2}{x}$

(6) تحقق أن من أجل كل $x \neq -3$: $g(x) = h(x+3) + 1$

(7) استنتج كيفية رسم (C_g) انطلاقا من (C_h) ثم انشئه.

(8) انشئ في نفس المعلم منحنى الدوال التالية: $S(x) = -g(-x)$; $D(x) = |g(x)|$

التمرين الأول

a و b عددان حقيقيان و $P(x) = 2x^3 + ax^2 + 7x + b$ كثير حدود حيث:

(I) تعيين a و b بحيث يكون 2 جذرا لـ $P(x)$ و $P(0) = -2$
 2 جذر لـ $P(x)$ معناه $P(2) = 0$ معناه $2(2)^3 + a(2)^2 + 7(2) + b = 0$ معناه $4a + b = -30$

ومن جهة أخرى لدينا $P(0) = -2$ معناه $2(0)^3 + a(0)^2 + 7(0) + b = -2$ ومنه $b = -2$

اذن $4a = -28$ ومنه $a = -7$

(II) 1) تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يوجد كثير حدود $g(x)$ حيث: $P(x) = (x - 2)g(x)$ و تعيينه.

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 & x - 2 \\ -2x^3 + 4x^2 & 2x^2 - 3x + 1 \\ \hline -3x^2 + 7x & \\ 3x^2 - 6x & \\ \hline x - 2 & \\ -x + 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

ومنه $P(x) = (x - 2)(2x^2 - 3x + 1)$ أي $g(x) = 2x^2 - 3x + 1$

(2) تبين أنه إذا كان α جذرا غير معدوم لـ $P(x)$ فإن $\frac{1}{\alpha}$ جذر لـ $P(x)$:

$$P\left(\frac{1}{\alpha}\right) = 2\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 - 7\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + 7\left(\frac{1}{\alpha}\right) - 2 = \frac{2 - 7\alpha + 7\alpha^2 - 2\alpha^3}{\alpha^3} = \frac{-P(\alpha)}{\alpha^3} = \frac{0}{\alpha^3}$$

(3) (I) الحل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $2x^2 - 3x + 1 = 0$

$$S = \left\{1; \frac{1}{2}\right\}$$

بما أن $2 + 1 - 3 = 0$ فإن $x_1 = 1$ و $x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$ ومنه حلول المعادلة هي:
 استنتاج حلول المعادلة $P(x) = 0$

$$\begin{cases} x - 2 = 0 \dots (1) \\ 2x^2 - 3x + 1 = 0 \dots (2) \end{cases} \quad \text{معناه } P(x) = (x - 2)(2x^2 - 3x + 1) = 0$$

من (1) نجد $x = 2$ ومن (2) نجد مما سبق $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{1}{2}$ ومنه حلول المعادلة $P(x) = 0$ هي:

$$S = \left\{\frac{1}{2}; 1; 2\right\}$$

(ب) استنتاج حلول المعادلة $P(\sqrt{x}) = 0$:

مما سبق لدينا حلول المعادلة $P(x) = 0$ هي $S = \left\{\frac{1}{2}; 1; 2\right\}$ ومنه حلول المعادلة $P(\sqrt{x}) = 0$ هي

$$S = \left\{\frac{1}{4}; 1; 4\right\}$$

ومنه حلول المعادلة $P(\sqrt{x}) = 0$ هي: $\begin{cases} \sqrt{x} = 1 & \text{معناه} & x = 1 \\ \sqrt{x} = \frac{1}{2} & \text{معناه} & x = \frac{1}{4} \\ \sqrt{x} = 2 & \text{معناه} & x = 4 \end{cases}$

(4) دراسة إشارة $P(x)$ ثم استنتاج حلول المتراجحة $P(x) \leq 0$:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	2	$+\infty$
$(x-2)$	-	-	-	0	+
$2x^2 - 3x + 1$	+	0	-	0	+
$P(x)$	-	0	+	0	+

$$S =]-\infty; \frac{1}{2}] \cup [1; 2]$$

ومنه حلول المتراجحة $P(x) \leq 0$ هي:

التمرين الثاني

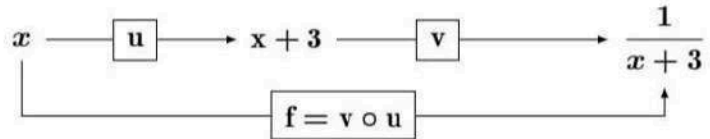
(1) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{1}{x+3}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) تفكيك الدالة f الى مركب دالتين مرجعيتين u و v يطلب تعيينهما.

$$\begin{cases} u(x) = x + 3 \\ v(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$$

ومنه



(2) دراسة اتجاه غير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty; -3[$ و $]-3; +\infty[$:

✓ على المجال $]-\infty; -3[$:

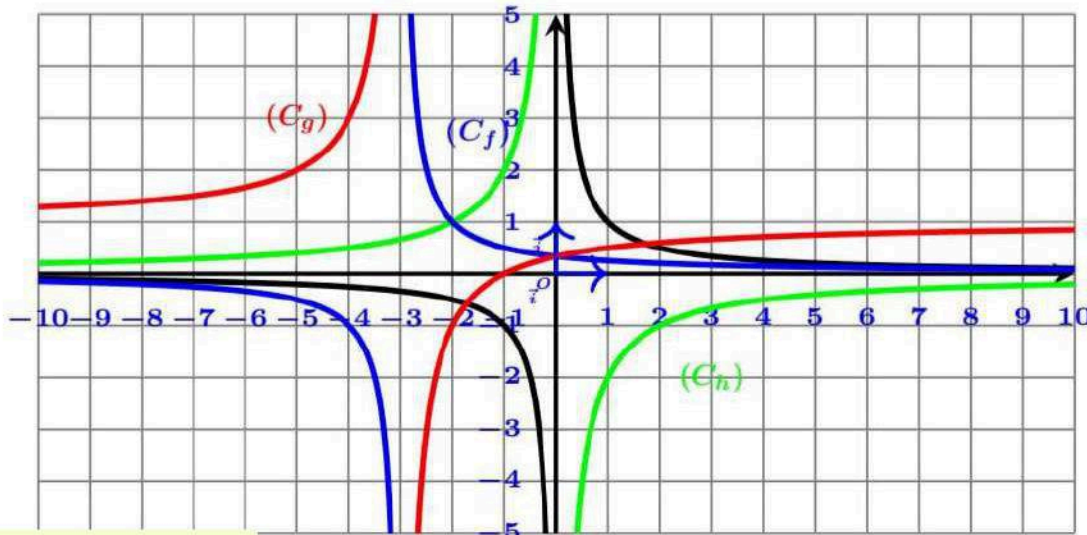
الدالة u متزايدة تماما على المجال $]-\infty; -3[$ ولدينا $u(x) \in]-\infty; 0[$ والدالة v متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 0[$ ومنه حسب مبرهنة اتجاه تغير مركب دالتين فالدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty; -3[$.

✓ على المجال $]-3; +\infty[$:

الدالة u متزايدة تماما على المجال $]-3; +\infty[$ ولدينا $u(x) \in]0; +\infty[$ والدالة v متناقصة تماما على المجال $]0; +\infty[$ ومنه حسب مبرهنة اتجاه تغير مركب دالتين فالدالة f متناقصة تماما على المجال $]-3; +\infty[$.

(3) شرح كيف يمكن رسم (C_f) انطلاق من منحنى دالة مرجعية ثم الإنشاء:

(C_f) صور منحنى الدالة مقلوب بإنسحاب شعاعه $-3\vec{i}$.
الإنشاء:



(II) الدالة المعرفة على $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ بـ $g(x) = \frac{x+1}{x+3}$ تمثيلها البياني. (C_g)

(1) من أجل كل عدد حقيقي $x \neq -3$ تعيين العددين الحقيقيين a و b حيث: $g(x) = a + \frac{b}{x+3}$

$$\frac{x+1}{x+3} = \frac{x+3-3+1}{x+3} = 1 - \frac{2}{x+3} = a + \frac{b}{x+3}$$

بالمطابقة نجد: $a = 1$ و $b = -2$ ومنه $g(x) = 1 - \frac{2}{x+3}$

(2) التحقق أن من أجل كل $x \neq -3$: $g(x) = 1 - 2f(x)$

$$1 - 2f(x) = 1 - 2\left(\frac{1}{x+3}\right) = 1 - \frac{2}{x+3} = g(x)$$

(3) استنتاج اتجاه تغير الدالة g ثم تشكيل جدول تغيراتها:

بما أن f متناقصة على كل من المجالين $]-\infty; -3[$ و $]-3; +\infty[$ فإن الدالة $-2f$ متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty; -3[$ و $]-3; +\infty[$ ومنه فالدالة $1 - 2f$ متزايدة كذلك على نفس المجال إذن الدالة g متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty; -3[$ و $]-3; +\infty[$.

✓ جدول التغيرات:

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$g(x)$			

(4) تبيان أن النقطة $\Omega(-3; 1)$ مركز تناظر لـ (C_g) :

يكفي إثبات أن من أجل كل $x \in D_g$ فإن $(-6-x) \in D_g$ و $f(-6-x) + f(x) = 2 \times 1$ بما أن $x \neq -3$ فإن $(-6-x) \neq -3$ ومن جهة أخرى لدينا:

$$f(-6-x) + f(x) = 1 - \frac{2}{-6-x+3} + 1 - \frac{2}{x+3} = 2 + \frac{2}{x+3} - \frac{2}{x+3} = 2 \times 1$$

ومنه النقطة $\Omega(-3; 1)$ مركز تناظر لـ (C_g) .

(5) انشاء في نفس المعلم منحنى الدالة $h: x \mapsto -\frac{2}{x}$. (انظر الشكل السابق)

(6) التحقق من أجل كل $x \neq -3$: $g(x) = h(x+3) + 1$

$$h(x+3) + 1 = -\frac{2}{x+3} + 1 = 1 - \frac{2}{x+3} = g(x)$$

(7) استنتاج كيفية رسم (C_g) انطلاقا من (C_h) ثم الإنشاء: (C_g) نظير (C_h) بإنسحاب شعاعه $\vec{v}_1(-3)$. الإنشاء: أنظر الشكل السابق.

(8) انشاء في نفس المعلم منحنى الدوال التالية: $S(x) = -g(-x)$; $D(x) = |g(x)|$

