

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

السنة الدراسية: 2025-2026

سلم يوم: 2025-11-16

يرد يوم: 2025-11-23

مديرية التربية لولاية بومرداس

ثانوية المجاهد المتوفى علال العيشاوي

المستوى: 1 ج م ع ت

الواجب المنزلي رقم -02- في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

(I) - ليكن x عدد حقيقي موجب تماما، نضع $A = \frac{x-1}{x}$ و $B = \frac{x}{x+1}$.

(1) أحسب $A - B$.

(2) استنتج إشارة $A - B$ ، ثم قارن بين العددين A و B .

(3) استنتج مقارنة بين العددين $\sqrt{\frac{2024}{2025}}$ و $\sqrt{\frac{2025}{2026}}$.

(II) - ليكن y, z و t أعداد حقيقية حيث: $-2 < y < 3$ ، $1 < z < 3$ و $-2 < t < -1$.

(1) عين حصر ل yz و zt .

التمرين الثاني:

(I) - ليكن x عدد حقيقي حيث: $\frac{1}{5} \leq x \leq 1$.

(1) عين حصر ل $6 - 5x$ ، ثم قارن $(6 - 5x)^3$ ، $(6 - 5x)^2$ ، $(6 - 5x)$ ، مع التعليل.

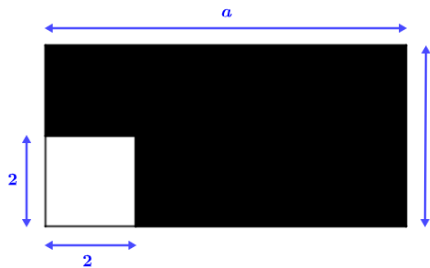
(2) ليكن y عدد حقيقي حيث: $-5 \leq y \leq -2$ ، أعط حصر للعدد $\frac{y^2 - 5x}{4}$.

(II) - ليكن a و b عددان حقيقيان بحيث: $0 < a < b$ ، $7 < a^2 + b^2 < 12$ و $1 < ab < 2$.

(1) برهن أن: $3 < a + b < 4$ ، $\sqrt{3} < b - a < \sqrt{10}$.

(2) استنتج أن $\frac{3 - \sqrt{10}}{2} < a < \frac{4 - \sqrt{3}}{2}$.

(III) - في الشكل المقابل نسمي S مساحة الجزء الملون بالأسود.



(1) إذا علمت أن $3.4 < a < 3.6$ و $2.5 < b < 2.7$ أعط حصرًا

لمساحة الجزء الملون بالأسود (تعطى النتائج بالتدوير إلى 10^{-1})

التمرين الثالث: نعتبر J المجموعة المعرفة كمايلي: $J = \left\{ x \in \mathbb{R} - \{4\} / -1 \leq \frac{2x-3}{4-x} \leq 3 \right\}$.

(1) بين أن من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{4\}$: $\frac{2x-3}{4-x} = -2 + \frac{5}{4-x}$.

(2) أكتب J على شكل مجال، احسب نصف قطره ومركزه.

(3) عبر عن المجال J بصيغة قيمة مطلقة ثم مسافة.

(4) نعتبر $I = [0;5]$ عين $I \cup J$ و $I \cap J$.

(5) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $|x+2| = 4$

(6) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $|x+2| < |x-3|$

التصحيح النموذجي للإجابات المنزلية رقم 02 في مادة الرياضيات

حل التمرين الأول :

(I) - x عدد حقيقي موجب، A و B عددين حقيقيين حيث: $A = \frac{x-1}{x}$ و $B = \frac{x}{x+1}$.

(1) حساب $A - B$:

$$\begin{aligned} A - B &= \frac{x-1}{x} - \frac{x}{x+1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x(x+1)} - \frac{x \times x}{x(x+1)} \\ &= \frac{x^2 - 1}{x(x+1)} - \frac{x^2}{x(x+1)} \\ &= \frac{x^2 - 1 - x^2}{x(x+1)} \\ &= \frac{-1}{x(x+1)} \end{aligned}$$

(2) استنتاج إشارة $A - B$ ، ثم المقارنة بين A و B :

بما أن x موجب تماماً، إذن: $x+1$ موجب تماماً. ومنه: $A - B = \frac{-1}{x(x+1)} < 0$ ومنه ينتج أن: $A < B$

(3) استنتاج مقارنة بين العددين $\sqrt{\frac{2024}{2025}}$ و $\sqrt{\frac{2025}{2026}}$:

نضع $x = 2025$ ، مما سبق ينتج أن: $\frac{2024}{2025} < \frac{2025}{2026}$ ومنه: $\sqrt{\frac{2024}{2025}} < \sqrt{\frac{2025}{2026}}$

(II) - ليكن y, z و t أعداد حقيقية حيث: $-2 < y < 3$ ، $1 < z < 3$ و $-2 < t < -1$.

(1) عين حصر y^2 :

لدينا: $-2 < y < 3$ ومنه: $0 \leq y < 3$ أو $-2 < y \leq 0$ ومنه: $0 \leq y^2 < 9$ أو $0 \leq y^2 < 4$ وعليه: $0 \leq y^2 < 9$

(2) عين حصر zt :

لدينا: $-2 < t < -1$ ومنه: $1 < -t < 2$ ولدينا: $1 < z < 3$ ومنه: $1 < -zt < 6$ وعليه: $-6 < zt < -1$

حل التمرين الثاني :

(I) - x و y عددين حقيقيين حيث: $\frac{1}{5} < x < 1$ و $-5 < y < -2$.

(1) تعيين حصر $6 - 5x$ ، ثم مقارنة بين $6 - 5x$ و $(6 - 5x)^2$ و $(6 - 5x)^3$:

لدينا: $\frac{1}{5} < x < 1$ إذن: $1 < 5x < 5$ ومنه: $-5 < -5x < -1$ إذن: $1 < 6 - 5x < 5$

بما أن $6 - 5x > 1$ إذن: $6 - 5x < (6 - 5x)^2 < (6 - 5x)^3$

(2) تعيين حصر لـ $\frac{y^2-5x}{4}$:

لدينا $-5 < y < -2$ ومنه: $(-5)^2 < y^2 < (-2)^2$ إذن: $4 < y^2 < 25$ وبما أن: $-5 < -5x < -1$

$$\text{إذن: } -1 < y^2 - 5x < 24 \text{ ومنه: } \frac{-1}{4} < \frac{y^2 - 5x}{4} < 3$$

(II) - a و b عددان حقيقيان حيث: $0 < a < b$ ، $7 < a^2 + b^2 < 12$ و $1 < ab < 2$.

(1) أ- برهان أن $3 < a + b < 4$:

نحن نعلم أن: $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ ولدينا: $1 < ab < 2$ ومنه: $2 < 2ab < 4$ إذن: $9 < a^2 + b^2 + 2ab < 16$

أي: $9 < (a+b)^2 < 16$ ومنه: $\sqrt{9} < \sqrt{(a+b)^2} < \sqrt{16}$ أي: $3 < |a+b| < 4$

بما أن a و b موجبان إذن: $|a+b| = a+b$ ومنه: $3 < a+b < 4$

ب- برهان أن $\sqrt{3} < b-a < \sqrt{10}$

نحن نعلم أن: $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ لدينا: $1 < ab < 2$ ومنه: $-4 < -2ab < -2$

إذن: $3 < a^2 + b^2 - 2ab < 10$ أي: $3 < (a-b)^2 < 10$ ومنه: $\sqrt{3} < \sqrt{(a-b)^2} < \sqrt{10}$

أي: $\sqrt{3} < |a-b| < \sqrt{10}$ بما أن $a < b$ إذن: $a-b$ سالب ومنه: $|a-b| = b-a$ إذن: $\sqrt{3} < b-a < \sqrt{10}$

(2) استنتاج أن $\frac{3-\sqrt{10}}{2} < a < \frac{4-\sqrt{3}}{2}$:

لدينا: $\sqrt{3} < b-a < \sqrt{10}$ ومنه: (1) $-\sqrt{10} < a-b < -\sqrt{3}$ ومن جهة أخرى (2) $3 < a+b < 4$

$$\text{إذن: } 3 - \sqrt{10} < a - b + a + b < 4 - \sqrt{3} \text{ أي: } 3 - \sqrt{10} < 2a < 4 - \sqrt{3} \text{ ومنه: } \frac{3 - \sqrt{10}}{2} < a < \frac{4 - \sqrt{3}}{2}$$

(III) - (1) تعيين حصر للمساحة S:

لدينا: $3.4 < a < 3.6$ و $2.5 < b < 2.7$ ومنه: $8.5 < ab < 8.6$ وبما أن: $S = ab - 4$ إذن: $4.5 < S < 4.6$

حل التمرين الثالث : نعتبر J المجموعة المعرفة كإيلي: $J = \left\{ x \in \mathbb{R} - \{4\} / -1 \leq \frac{2x-3}{4-x} \leq 3 \right\}$

(1) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{4\}$: $\frac{2x-3}{4-x} = -2 + \frac{5}{4-x}$

ليكن x عدد حقيقي من $\mathbb{R} - \{4\}$

$$\begin{aligned} -2 + \frac{5}{4-x} &= \frac{-2(4-x)}{4-x} + \frac{5}{4-x} \\ &= \frac{-8+2x}{4-x} + \frac{5}{4-x} \\ &= \frac{-8+2x+5}{4-x} \\ &= \frac{2x-3}{4-x} \end{aligned}$$

(2) كتابة J على شكل مجال، احسب نصف قطره ومركزه:

ليكن x من J أي: $x \in \mathbb{R} - \{4\}$ و $-1 \leq \frac{2x-3}{4-x} \leq 3$

لدينا: $-1 \leq \frac{2x-3}{4-x} \leq 3$ يعني: $-1 \leq -2 + \frac{5}{4-x} \leq 3$ إذن: $1 \leq \frac{5}{4-x} \leq 5$ ومنه: $\frac{1}{5} \leq \frac{1}{4-x} \leq 1$

إذن: $1 \leq 4-x \leq 5$ ومنه: $-3 \leq -x \leq 1$ إذن: $-1 \leq x \leq 3$ ومنه: $J = [-1; 3]$

◀ حساب نصف القطر والمركز

$$c = \frac{-1+3}{2} = 1$$
$$r = \frac{3-(-1)}{2} = 2$$

(3) التعبير عن المجال J بصيغة قيمة مطلقة ثم مسافة:

◀ تعبير عن المجال J بصيغة قيمة مطلقة: $|x-1| \leq 2$

◀ تعبير عن المجال J بصيغة مسافة: $d(x;1) \leq 2$

(4) نعتبر $I = [0;5]$ ، تعيين $I \cup J$ و $I \cap J$:

$$I \cup J = [0;5] \cup [-1;3] = [-1;5]$$

$$I \cap J = [0;5] \cap [-1;3] = [0;3]$$